СПбНИУ ИТМО
Кафедра ИПМ

Курсовая работа
по дисциплине «Дискретная математика»
«Синтез комбинационных схем»

Выполнил
Широков О.И.
гр.1120
Вариант 6
Проверил
Раков С.В

Санкт-Петербург
г.2013

Полученный вариант

$$f=1, -2 \le (x_1 x_2 0 - x_3 x_4 x_5) < 3$$

$$f=d, (x_1 x_2 0 - x_3 x_4 x_5) = -3$$

Составим таблицу истинности

$x_1 x_2 x_3 x_4 x_5$	$(x_3 x_4 x_5)_{10}$	$(x_3 x_4 x_5)_{10}$	$x_1 x_2 0 - x_3 x_4 x_5$	**f**
00000	0	0	0	1
00001	0	1	-1	1
00010	0	2	-2	1
00011	0	3	-3	d
00100	0	4	-4	0
00101	0	5	-5	0
00110	0	6	-6	0
00111	0	7	-7	0
01000	2	0	2	1
01001	2	1	1	1
01010	2	2	0	1
01011	2	3	-1	1
01100	2	4	-2	1
01101	2	5	-3	d
01110	2	6	-4	0
01111	2	7	-5	0
10000	4	0	4	0
10001	4	1	3	0
10010	4	2	2	1
10011	4	3	1	1
10100	4	4	0	1
10101	4	5	-1	1
10110	4	6	-2	1
10111	4	7	-3	d
11000	6	0	6	0
11001	6	1	5	0
11010	6	2	4	0
11011	6	3	3	0
11100	6	4	2	1
11101	6	5	1	1

$x_1 x_2 x_3 x_4 x_5$	$(x_3 x_4 x_5)_{10}$	$(x_3 x_4 x_5)_{10}$	$x_1 x_2 0 - x_3 x_4 x_5$	**f**
11110	6	6	0	1
11111	6	7	-1	1

2. Представление булевой функции в аналитическом виде

КДНФ

$$y=\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5\vee\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3\bar{x}_4x_5\vee\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4\bar{x}_5\vee v\,x_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4\bar{x}_5\vee\bar{x}_1x_2\bar{x}_3\bar{x}_4x_5\vee\bar{x}_1x_2\bar{x}_3x_4\bar{x}_5\vee\bar{x}_1x_2\bar{x}_3x_4x_5$$
$$\vee\bar{x}_1x_2x_3\bar{x}_4x_5\vee x_1x_2x_3x_4x_5\vee x_1\bar{x}_2\bar{x}_3x_4x_5\vee x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4\bar{x}_5\vee x_1\bar{x}_2x_3\bar{x}_4x_5\vee x_1\bar{x}_2x_3x_4x_5\vee x_1\bar{x}_2x_3x_4x_5$$
$$\vee x_1x_2x_3\bar{x}_4\bar{x}_5\vee x_1x_2x_3\bar{x}_4x_5\vee x_1x_2x_3x_4\bar{x}_5\vee x_1x_2x_3x_4x_5$$

ККНФ

$$y=(\bar{x}_1\vee\bar{x}_2\vee x_3\vee\bar{x}_4\vee\bar{x}_5)(\bar{x}_1\vee\bar{x}_2\vee x_3\vee\bar{x}_4\vee x_5)(\bar{x}_1\vee\bar{x}_2\vee x_3\vee x_4\vee\bar{x}_5)(x_1\vee x_2\vee\bar{x}_3\vee\bar{x}_4\vee\bar{x}_5)$$
$$(x_1\vee\bar{x}_2\vee\bar{x}_3\vee\bar{x}_4\vee x_5)(x_1\vee\bar{x}_2\vee\bar{x}_3\vee\bar{x}_4\vee\bar{x}_5)(\bar{x}_1\vee x_2\vee x_3\vee x_4\vee\bar{x}_5)(\bar{x}_1\vee\bar{x}_2\vee x_3\vee x_4\vee x_5)$$
$$(\bar{x}_1\vee\bar{x}_2\vee x_3\vee x_4\vee\bar{x}_5)(\bar{x}_1\vee\bar{x}_2\vee x_3\vee\bar{x}_4\vee x_5)(\bar{x}_1\vee\bar{x}_2\vee x_3\vee\bar{x}_4\vee\bar{x}_5)$$

3.Минимизация булевой функции методом Квайна-Мак-Класки

3.1 Нахождение множества максимальных кубов

K^0			K^1				K^2				K^3			
1	√	00000	1	√	0000X	1-2	1	√	000XX	1-6 2-4	1		0X0XX	1-7 2-5 3-4
2	√	00001	2	√	000X0	1-3	2	√	0X00X	1-9 2-10 3-5	2		1X1XX	11-16 12-15 13-14
3	√	00010	3	√	0X000	1-4	3	√	0X0X0	3-7				
4	√	01000	4	√	000X1	2-5	4	√	0X0X1	4-14 5-12				
5	√	00011	5	√	0X001	2-6	5	√	0X01X	6-16 7-12				
6	√	01001	6	√	0001X	3-5	6		X001X	6-17 8-13				
7	√	01010	7	√	0X010	3-7	7	√	010XX	10-14				
8	√	10010	8	√	X0010	3-8	8		01X0X	11-15				
9	√	01100	9	√	0100X	4-6	9		10X1X	17-27 18-24				
10	√	10100	10	√	010X0	4-7	10		X110	19-30 20-23				
11	√	01011	11	√	01X00	4-9	11	√	101XX	21-27				
12	√	01101	12	√	0X011	5-11	12	√	1X10X	21-30 22-26				
13	√	10011	13	√	X0011	5-13	13	√	1X1X0	22-28				
14	√	10101	14	√	010X1	6-11	14	√	1X1X1	25-33 26-31				
15	√	10110	15	√	01X01	6-12	15	√	1X11X	27-32 28-31				
16	√	11100	16	√	0101X	7-11	16	√	111XX	29-33 30-32				
17	√	10111	17	√	1001X	8-13								
18	√	11110	18	√	10X10	8-15								
19	√	11101	19	√	0110X	9-12								
20	√	11111	20	√	X1100	9-16								

K^0			K^1				K^2				K^3			
			21	√	1010X	10-14								
			22	√	1X100	10-16								
			23	√	X1101	12-19								
			24	√	10X11	13-17								
			25	√	101X1	14-17								
			26	√	1X101	14-19								
			27	√	1011X	15-17								
			28	√	1X110	15-18								
			29	√	111X0	16-18								
			30	√	1110X	16-19								
			31	√	1X111	17-20								
			32	√	1111X	18-20								
			33	√	111X1	19-20								

Таким образом множество максимальных кубов, $Z(f)=\begin{Bmatrix} 0X0XX \\ 1X1XX \\ X001X \\ 10X1X \\ X110X \end{Bmatrix}$

3.2 Составление множества простых импликант, составление импликантной таблицы.

	00000	00001	00010	01000	01001	01010	01011	01100	01101	10011	10100	10101	10110	11100	11101	11110	11111
0X0XX	*	*	*	*	*	*	*										
1X1XX											*	*	*	*	*	*	*
X001X			*							*							
10X1X										*			*				
X110X								*	*					*	*		

Импликанты 0X0XX, 1X1XX, X110X — образуют ядро покрытия, т. к. покрывают вершины, не покрытые другими покрытиями. Вычёркивая строки соответствующие этим покрытиям и столбцы соответсвующие импликантам, покрытых ядром. Получим упрощённую импликантную таблицу

		10011
A	X001X	*
B	10X1X	*

Таким образом, ядро покрытия $T=\begin{Bmatrix} 0X0XX \\ 1X1XX \\ X110X \end{Bmatrix}$

3.4 Определение минимального покрытия методом Петрика

Выпишем булево выражения Y, определяющее условие покрытия всех 0-кубов.

$Y=A\vee B$

Возможны следующие варианты покрытий

$C_1=\begin{Bmatrix} 0X0XX \\ 1X1XX \\ X110X \\ X001X \end{Bmatrix}$

$S_1^a=10$

$S_1^b=14$

$C_2=\begin{Bmatrix} 0X0XX \\ 1X1XX \\ X110X \\ 10X1X \end{Bmatrix}$

$S_2^a=10$

$S_2^b=14$

Покрытию C_1 соответствует МДНФ следующего вида:

$Y=\bar{x}_1\bar{x}_3\vee x_1x_3\vee x_2x_3\bar{x}_4\vee\bar{x}_2\bar{x}_3x_4$

Покрытию C_2 соответствует МДНФ следующего вида:

$Y=\bar{x}_1\bar{x}_3\vee x_1x_3\vee x_2x_3\bar{x}_4\vee x_1\bar{x}_2x_4$

4 Минимизация функции на картах Карно

4.1 Определение МДНФ

	00	01	11	10
00	1	1	d	1
01				
11	1	1		
10	1	1	1	1

$x_1=0$

	00	01	11	10
00			1	d
01	1	1	d	1
11	1	1	1	1
10				

$x_1=1$

Таким образом получим МДНФ

$$C_1=\begin{Bmatrix} 0X0XX \\ 1X1XX \\ X110X \\ X001X \end{Bmatrix} \qquad \begin{matrix} S_1^a=10 \\ S_1^b=14 \end{matrix}$$

4.2 Определение МКНФ

	00	01	11	10
00			d	
01	0	0	0	0
11			0	0
10				

$x_1=0$

	00	01	11	10
00	0	0		d
01			d	
11				
10	0	0	0	0

$x_1=1$

Таким образом получим покрытие

$$\bar{C}_{min}(f)=\begin{Bmatrix} 0X11X \\ 001XX \\ 110XX \\ 1X00X \end{Bmatrix}$$

$S_1^a=12$

$S_1^b=16$

Получаем МКНФ

$$y=(x_1\vee\bar{x}_2\vee\bar{x}_3)(x_1\vee x_2\vee\bar{x}_3)(\bar{x}_1\vee\bar{x}_2\vee x_3)(\bar{x}_1\vee\bar{x}_2\vee x_3)(\bar{x}_1\vee x_3\vee x_4)$$

5. Преобразование минимальных форм булевой функции

Факторное преобразование для МДНФ

$$Y=\bar{x}_1\bar{x}_3\vee x_1x_3\vee x_2x_3\bar{x}_4\vee\bar{x}_2\bar{x}_3x_4 \qquad S_Q=18$$

не приведёт к уменьшению цены схемы

Решение задачи декомпозиции так же не приводит к уменьшению цены схемы.

Факторное преобразование для МКНФ

$$y=(x_1\vee\bar{x}_2\vee\bar{x}_3)(x_1\vee x_2\vee\bar{x}_3)(\bar{x}_1\vee\bar{x}_2\vee x_3)(\bar{x}_1\vee\bar{x}_2\vee x_3)(\bar{x}_1\vee x_3\vee x_4)S_Q=16$$

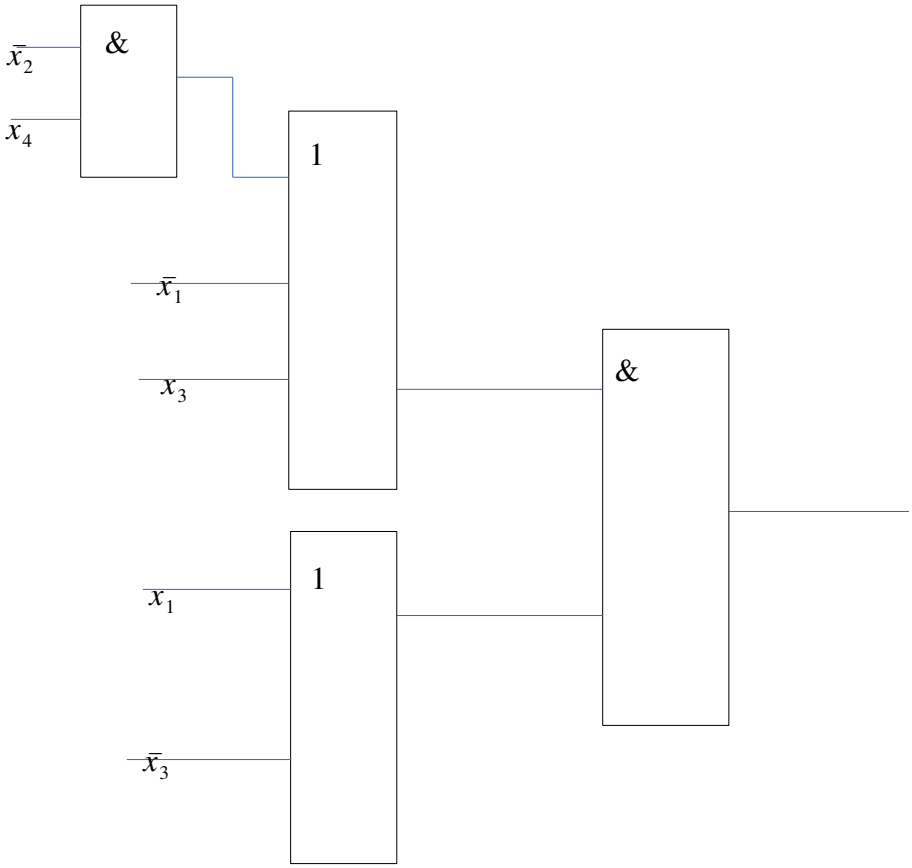
$$=(x_1\vee(\bar{x}_2\vee\bar{x}_3)(x_2\vee\bar{x}_3))(\bar{x}_1\vee(\bar{x}_2\vee x_3)(x_3\vee x_4))S_Q=16$$

$$=(x_1\vee\bar{x}_3)(\bar{x}_1\vee x_3\vee\bar{x}_2x_4)S_Q=7$$

6. Синтез комбинационных схем в булёвом базисе

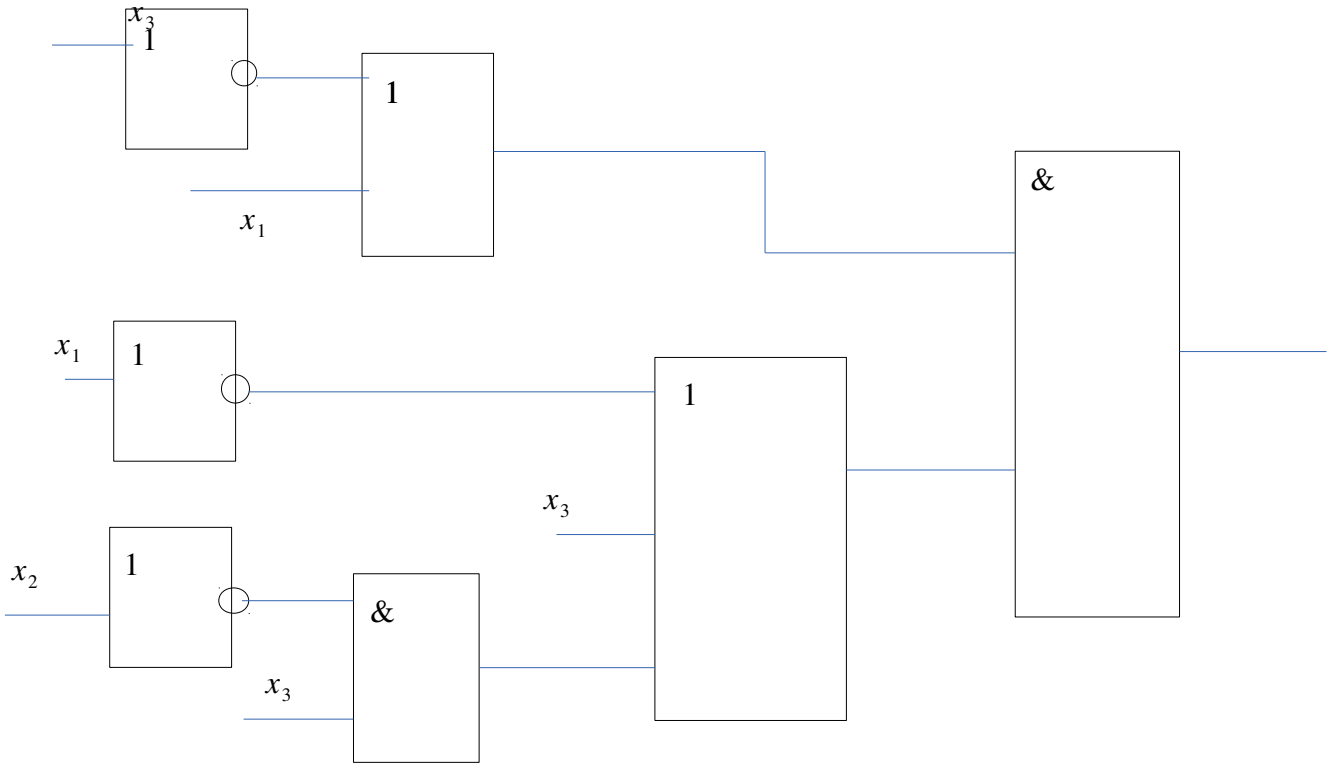
$$F=(x_1\vee\bar{x}_3)(\bar{x}_1\vee x_3\vee\bar{x}_2x_4)$$

Булевый базис с парафазными входами:



Задержка схемы $T=3\tau$ *Цена схемы* $S_Q=9$

Булевый базис с однофазными входами:



$Цена\ схемы: S_Q = 10, задержка\ T = 4\tau$