Экзаменационные вопросы по курсу “Методы цифровой обработки сигналов»
(для студентов 4-го курса, группы P34xx)

1. Виды носителей информации. Сигналы. Модуляция сигналов. Детерминированные и случайные сигналы. Временная и спектральная формы описания сигналов.

В теории информации под сигналом понимается материальный носитель информации. В цифровой обработке сигналов под сигналом понимается его математическое описание, т.е. некоторая вещественная функция, содержащая информацию о состоянии или поведении физической системы при каком-нибудь событии, которая может быть определена на непрерывном или дискретном пространстве изменения времени или пространственных координат.

Модуляция – это процесс преобразования одного или нескольких информационных параметров несущего сигнала в соответствии с мгновенными значениями информационного сигнала. В результате модуляции сигналы переносятся в область более высоких частот.

Два класса детерминированных сигналов: периодические и непереодические. Периодические с периодом. Непереодические задаются произвольными функциями времени.

Случайным сигналом называют функцию времени, значения которой заранее неизвестны, и могут быть предсказаны лишь с некоторой вероятностью.

Временная форма представления сигнала – это описание изменения его параметров в функции времени. Такая форма позволяет определить энергию, мощность и длительности сигнала. Временная форма может быть представлена: математической моделью и временной диаграммой сигнала.

Спектральная форма представления сигнала – это представление параметров сигнала в виде двух графиков: графика спектра амплитуд и графика спектра фаз.

2. Спектральное представление периодических сигналов.

В зависимости от количества гармонических составляющих рисуется соответствующее количество линий амплитуд или фаз на графиках.

3. Спектральное представление непериодических сигналов.

Непериодический сигнал можно представить как периодический, но с периодом, стремящимся к бесконечности.

4. Практическая ширина спектра сигнала.

Диапазон частот $D=2w_{max}$ в пределах которого сосредоточено от 90 до 95% исходного сигнала носит название практической ширины спектра исходного сигнала.

5. Дискретизация непрерывных сообщений по времени. Теорема Котельникова. Методика выбора шага дискретизации.

Процесс перехода от непрерывной области изменения аргумента к конечному множеству отдельных значений аргумента называется дискретизацией. Процесс перехода от непрерывной области изменения функции к конечному множеству определенных значений называется квантованием. Переход от непрерывного сигнала к дискретному осуществляется с потерей информации. Чтобы сигнал можно было восстановить частота дискретизации должна быть больше в 2 раза частоты сигнала. Об этом и гласит теорема Котельникова.

6. Методы повышения помехоустойчивости при приеме сигналов.

Основная задача линейной фильтрации – выделение полезного сигнала на фоне случайного шума в определенном диапазоне частотного спектра.

Известны следующие методы линейной фильтрации, обеспечивающие улучшение соотношения сигнал/шум: метод накопления, частотная фильтрация, корреляционный метод, согласованная фильтрация, адаптивная фильтрация.

Все указанные методы улучшения отношения сигнал/шум могут быть эффективны при выполнении следующих условий:

1. Между помехой и полезным сигналом должны быть определенные различия.
2. Эти различия должны быть известны заранее.

7. Метод частотной фильтрации - подавление низкочастотных, высокочастотных, полосовых помех и случайного шума.

Идея частной фильтрации основана на отличии спектров полезного сигнала и помехи. При этом используются линейные частотные фильтры, позволяющие подавлять помеху и улучшать тем самым соотношение сигнал/помеха. Параметры фильтра определяются спектральными характеристиками сигнала и помехи.

Согласованные фильтры предназначены для выделения сигналов известной формы на фоне шумов.

Адаптивный фильтр – это фильтр, передаточная функция которого адаптируется, т.е. изменяется таким образом, чтобы пропустить без искажений полезные составляющие сигнала и ослабить нежелательные сигналы или помехи.

8. Метод накопления.

Метод накопления применим в том случае, если полезный сигнал в течение времени приема постоянен или не является периодическая функцией. Метод состоит в многократном повторении сигнала и суммировании отдельных его реализаций в устройстве обработке. Метод относится к группе точечных алгоритмов обработки сигналов. В результате n-кратного отсчета, отношение мощностей сигнала и помехи увеличивается в n раз.

9. Корреляционный метод.

Корреляционный метод позволяет определить меру сходства двух сигналов. Мерой степени подобия сигналов является энергия разностороннего сигнала. Чем меньше значение энергии разностного сигнала, тем больше сигналы «похожи» друг на друга.

10. Согласованная фильтрация.

Пусть форма обрабатываемого сигнала заранее известна, и нам нужно лишь определить факт присутствия сигнала на фоне шумов. В таком случае фильтр должен вместо сохранения формы сигнала обеспечить его максимальный (по сравнению с шумом) уровень на выходе. Критерием качества обработки в данном случае может служить отношение сигнал/шум.

Форма заранее известна, поэтому мы можем некоторые участки спектра увеличивать, а некоторые уменьшать.

11. Сигналы с гармоническим носителем. Амплитудная модуляция.

12. Частотная модуляция. Фазовая модуляция.

13. Сигналы с импульсным носителем. Импульсная модуляция.

14. Понятие о предварительной и вторичной обработке сигналов. Задачи предварительной обработки сигналов.

Средства предварительной обработки предназначены для обработки исходных сигналов, наблюдаемых в общем случае на фоне случайных шумов и помех различной физической природы и представленных в виде дискретных цифровых отсчетов, с целью обнаружения и выделения полезного сигнала, его пеленгования и оценки характеристик обнаруженного сигнала. Полученная в результате предварительно обработки полезная информация поступает в систему вторичной обработки для классификация, архивирования, структурного анализа и т.д.

На входе системы наблюдается смесь V(t) полезного сигнала x(t), некоторого шума n(t) и различных помех разной природы p(t). Предварительная обработка сигналов выполняется для повышения отношения сигнал/помеха. Известны следующие методы фильтрации: метод накопления, частотная фильтрация, корреляционный метод, согласованная фильтрация, нелинейная фильтрация. Кроме того, при предварительной обработке решается задача обнаружения сигнала и определения местоположения его источника. На этапе предв. обработки в ряде случае формируются также некоторые количественные оценки сигнала (амплитуда, частота, фаза)

15. Точечные, локальные и глобальные преобразования. Основные виды локальных и глобальных преобразований.

Классификация по формированию отдельного элемента (отсчета).

Точечные преобразования – в таких преобразованиях обработка каждого элемента исходных данных производится независимо от соседнего. $Q=N^2$

Локальные преобразования – при локальных преобразованиях формирование результата обеспечивается как результат функции некоторого множества соседних элементов матрицы или вектора исходного сигнала. Множество называется окном сканирования. Текущий элемент обычно посередине. $Q=N^2m^2$ (Апериодическая свертка)

Глобальное преобразование предусматривает формирование каждого отсчета результата как функции от всей совокупности отсчетов исходного сигнала и некоторого множества коэффициентов, составляющих так называемое ядро преобразования. $Q=N^2$

16. Понятие линейного и нелинейного преобразования. Основные виды линейных преобразований.

Пусть x(t) – входная последовательность, а y(t1) – выходная последовательность, связанная через некоторое функциональное преобразование T. Для линейных преобразований справедлив аддитивный закон T[ax1(t) + bx2(t)] = aT[x1(t)] + bT[x2(t)] = ay1(t1) + by2(t1), где a и b – некоторые константы. Свойство линейности позволяет значительно упростить обработку различных сложных сигналов, т.к. позволяет разложить сложный сигнал на суперпозицию более простых.

Нелинейные преобразования: ранговая фильтрация, взвешенная ранговая фильтрация, гистограммные преобразования. Они необратимы.

17. Линейная (апериодическая) свертка и корреляция.

Полагается, что размер вектора исходных данных значительно больше размера ядра свертки. Вычисление свертки и корреляции лежит в основе корреляционного метода подавления помех. Сущность такого метода заключается в использовании различия между корреляционными функциями сигнала и помехи.

18. Циклическая свертка/корреляция.

В дискретном виде преобразования могу быть описаны в общем виде как векторно-матричные операции $Y=B_NX$, где X – вектор отсчетов исходных данных, полученный в результате дискретизации непрерывного сигнала согласно теореме Котельникова, Y – вектор отсчетов результата, B_N – матрица NxN, определяющая ядро выполняемого преобразования.

Для циклической свертки строится матрица ядра свертки. Матрица циклической взаимокорреляции может быть построена как транспонированная матрица ядра свертки.

19. Спектральное преобразование Фурье. Его свойства - теорема о смещении, теорема масштабов, теорема о свертке, теорема Парсеваля.

Инвариантность к линейному смещению. Это свойство преобразования Фурье позволяет получать неизменный квадрат Фурье-образа при перемещении исходного объекта вдоль осей координат.

Теорема масштабов или теорема подобия. Теорема определяет характер изменения спектра при изменении масштаба сигнала, т.е. при растяжении функции в m раз происходит сжатие в m раз ее Фурье-образа, и наоборот.

Теорема о свертке. Если функции F(e) и G(e) есть Фурье-образы функции f(x) и ядра g(x) соответственно, то F(e)G(e) есть Фурье-образ свертки.

Теорема Парсеваля свидетельствует о том, что мощность исходного сигнала и мощность спектра сигнала одинаковы.

20. Спектральное преобразование Хартли. Его свойства и взаимосвязь с преобразованием Фурье.

Преобразование Хартли является преобразованием с действительным ядром.

Прямое и обратное преобразование Хартли вычисляются идентично.

Квадрат модуля преобразования Фурье $|F(v)^2|$ равен $H^2(v)+H^2(-v)/2$

Действительная и мнимая компоненты преобразования Фурье могут быть вычислены на основе преобразования Хартли более простым способом.

Если f(x) – четная, то преобразование Хартли равно действительной части преобразования Фурье. Мнимая часть равна нулю.

Свойства. Инвариантность к сдвигу. Также, как и для Фурье теорема масштабов. Такая же теорема Парсеваля.

Отличие от Фурье-преобразования заключается в иной трактовке теоремы о свертке.

Преобразование Хартли требует вычислений примерно вдвое меньшей сложности (поскольку его ядро действительная функция) и в то же время от его результата достаточно просто перейти к результату, эквивалентному результату преобразования Фурье.

21. Дискретные ортогональные преобразования - переход от интегрального преобразования Фурье к дискретному.

Две вещественные функции g(x) и h(x), заданные на конечном или бесконечном интервале называются ортогональными друг другу на этом интервале, если интеграл их произведения от a до b равен 0. Система функций называется ортогональной на некотором интервале, если каждые две функции из этой системы ортогональны друг другу на этом интервале.

Любой периодический сигнал $x_п(t)$ можно представить в виде ряда Фурье [22]:

$$x_П(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\omega_0 t - \varphi_k), (2.3)$$

где $A_0 = \frac{2}{T}\int^{t_1+T} x_п(t)dt$ - постоянная составляющая сигнала, $\omega_0 = 2\pi/T = 2\pi\nu$. Из

Периодический сигнал любой формы может быть представлен в виде суммы гармонических составляющих с различными амплитудами, частотами и фазами. Благодаря этому можно перейти от временного представления сигнала во временной обаласти к частотной.

Дисретное преобразование F = 1/кореньN * E_NX

$$E_N = \begin{vmatrix} W^0 & W^0 & W^0 & \dots & W^0 \\ W^0 & W^1 & W^2 & \dots & W^{N-1} \\ W^0 & W^2 & W^4 & \dots & W^{2(N-1)} \\ W^0 & W^3 & W^6 & \dots & W^{3(N-1)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ W^0 & W^{N-1} & W^{2(N-1)} & \dots & W^{(N-1)(N-1)} \end{vmatrix}$$

где $W^k = e^{-j2\pi k/N}$.

22. Дискретное преобразование Хартли. Его свойства и связь с ДПФ.

В отличие от матрицы ДЭФ, матрица ядра преобразования Хартли содержит коэффициенты, больше единицы.

23. Вычисление свертки на основе ДПХ.

24. Понятие о преобразовании Уолша-Адамара. Свойства ядра.

Свойства матрицы Адамара: цикличность, мультипликативность, симметричность.

25. Вычислительная сложность процедур дискретных ортогональных преобразований. Пути сокращения объема вычислений ДПФ для действительных и четных функций.

В общем случае сложность процедуры умножения исходных данных на матрицу ядра преобразования составляет N^2. Сложность ДПФ = $4N^2$, т.к. есть действительная и мнимая части.

В целях сокращения объема вычислений можно выполнить формирование отсчетов вектора F с учетом вырождения (т.е. тривиальности) первой строки и первого столбца матрицы ДПФ.

Для четного сигнала синусная компонента будет равна нулю, а для нечетного сигнала – косинусная компонента спектра равна нулю. Поэтому спектр действительного сигнала в базизах Фурье и Хартли описывается четной функцией и для его задания требуется только косинусная компонента. Причем в силу четности для задания спектра достаточно только N/2 отсчетов.

26. Реализация двумерного ДПФ строчно-столбцовым методом.

27. Быстрое преобразование Фурье. Примеры выполнения алгоритмов БПФ для N = 4, 8. Графическое представление алгоритмов БПФ.

28. Запись алгоритма БПФ через систему рекуррентных соотношений.

29. Понятие об алгоритмах БПФ с прореживанием по времени и с прореживанием по частоте. Базовые операции алгоритмов БПФ.

30. Оценка вычислительной сложности алгоритмов БПФ.

Алгоритмы с прореживанием по времени. Общая трудоемкость алгоритма БПФ $Q=[N/2\log_2 N]q$