

Университет ИТМО

Отчёт по лабораторной работе №2 по дисциплине
"Теория информации"

Выполнила:
Куклина М.Д., Р3201
Преподаватель:
Тропченко А.А.

Санкт-Петербург, 2016

1. Цель

Овладение навыками статического кодирования по методам Шеннона-Фано и Хаффмана.

2. Постановка задачи

Сообщение X с символами x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 передается по дискретному двоичному каналу. Полоса пропускания канала обеспечивает возможность передачи двоичных символов длительность τ . Требуется выбрать наилучший способ кодирования.

Вариант 4

$p(x_1)$	$p(x_2)$	$p(x_3)$	$p(x_4)$	$p(x_5)$	τ, c
0.2	0.1	0.3	0.2	0.2	10^{-4}

3. Кодирование

Пропускная способность

$$c = \frac{1}{\tau} = 10^4 \text{ (с}^{-1}\text{)}$$

Кодирование равномерным двоичным кодом

x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
000	001	010	011	100

$$\tau^* = 3\tau = 3 \cdot 10^{-4} \text{ (с)}$$

$$V = \frac{1}{\tau^*} = \frac{1}{3 \cdot 10^{-4}} \approx 3.3 \cdot 10^3 \left(\frac{\text{элеМ}}{c} \right)$$

$$H = - \sum_{i=1}^5 p(x_i) \text{lb} p(x_i) \approx 2.246 \left(\frac{\text{бит}}{\text{элеМ}} \right)$$

Кодирование методом Шеннона-Фано без укрупнения

x_i	$p(x_i)$	комбинации	τ_i, c
x_3	0.3	00	2τ
x_1	0.2	01	2τ
x_4	0.2	10	2τ
x_5	0.2	110	3τ
x_2	0.1	111	3τ

$$\tau^* = \sum_{i=1}^5 p(x_i) \tau_i = 0.3 \cdot 2\tau + 0.2 \cdot 2\tau + 0.2 \cdot 2\tau + 0.2 \cdot 3\tau + 0.1 \cdot 3\tau = 2.3\tau$$

$$V = \frac{1}{\tau^*} = \frac{1}{2.3 \cdot 10^{-4}} \approx 4.35 \cdot 10^3 \left(\frac{\text{элеМ}}{c} \right)$$

$$R = V \cdot H = 4.35 \cdot 10^3 \cdot 2.246 \approx 0.98 \cdot 10^4 \left(\frac{\text{бит}}{\text{элеМ}} \right)$$

Кодирование методом Шеннона-Фано с укрупнениями

$x_i x_j$	$p(x_i) \cdot p(x_j)$	комбинации	τ_i, c
$x_3 x_3$	0.09	0000	4τ
$x_1 x_3$	0.06	0001	4τ
$x_3 x_1$	0.06	0010	4τ
$x_4 x_3$	0.06	0011	4τ
$x_3 x_4$	0.06	0100	4τ
$x_5 x_3$	0.06	0101	4τ
$x_3 x_5$	0.06	0110	4τ
$x_1 x_1$	0.04	0111	4τ
$x_1 x_4$	0.04	1000	4τ
$x_4 x_1$	0.04	10010	5τ
$x_1 x_5$	0.04	10011	5τ
$x_5 x_1$	0.04	1010	4τ
$x_4 x_4$	0.04	10110	5τ
$x_5 x_4$	0.04	10111	5τ
$x_4 x_5$	0.04	11000	5τ
$x_5 x_5$	0.04	11001	5τ
$x_3 x_2$	0.03	11010	5τ
$x_2 x_3$	0.03	11011	5τ
$x_1 x_2$	0.02	11100	5τ
$x_2 x_1$	0.02	111010	6τ
$x_4 x_3$	0.02	111011	6τ
$x_2 x_4$	0.02	111100	6τ
$x_5 x_2$	0.02	111101	6τ
$x_2 x_5$	0.02	111110	6τ
$x_2 x_2$	0.01	111111	6τ

$$\tau^* = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n p(x_i) \tau_i = 2.27\tau (c)$$

$$V = \frac{1}{\tau^*} = \frac{1}{2.27 \cdot 10^{-4}} \approx 4.4 \cdot 10^3 \left(\frac{\text{элеМ}}{c} \right)$$

$$R = V \cdot H = 4.4 \cdot 10^3 \cdot 2.246 \approx 0.989 \cdot 10^4 \left(\frac{\text{бит}}{\text{элеМ}} \right)$$

Метод Хаффмана без укрупнений

x_i	$p(x_i)$	1	2	3	4	КОД	τ_i, c
x_2	0.1					000	3τ
x_4	0.2					001	3τ
x_4x_4		0.3					
x_5	0.2					10	2τ
x_1	0.2					11	2τ
x_1x_5			0.4				
x_3	0.3					01	2τ
$x_3x_4x_2$				0.6			
X					1		

$$\tau^* = \sum_{i=1}^5 p(x_i)\tau_i = 2.3\tau (c)$$

$$V = \frac{1}{\tau^*} = \frac{1}{2.3 \cdot 10^{-4}} \approx 4.35 \cdot 10^3 \left(\frac{\text{элеМ}}{c} \right)$$

$$R = V \cdot H = 4.35 \cdot 10^3 \cdot 2.246 \approx 0.98 \cdot 10^4 \left(\frac{\text{бит}}{\text{элеМ}} \right)$$

Метод Хаффмана с укрупнениями

$x_i x_j$	$p(x_i) \cdot p(x_j)$	комбинации	τ_i, c
x_2x_2	0.01	111001	6τ
x_5x_2	0.02	11101	5τ
x_4x_2	0.02	010001	6τ
x_1x_2	0.02	111000	6τ
x_2x_5	0.02	000111	6τ
x_2x_1	0.02	000110	6τ
x_2x_4	0.02	010000	6τ
x_2x_3	0.03	10110	5τ
x_3x_2	0.03	10111	5τ
x_4x_1	0.04	00000	5τ
x_4x_5	0.04	01001	5τ
x_1x_1	0.04	00111	5τ
x_4x_4	0.04	00001	5τ
x_1x_5	0.04	00010	5τ
x_5x_1	0.04	00100	5τ
x_1x_4	0.04	00110	5τ
x_5x_4	0.04	00101	5τ
x_5x_5	0.04	1111	4τ
x_3x_1	0.06	0110	4τ
x_5x_3	0.06	1001	4τ

x_4x_3	0.06	0101	4τ
x_1x_3	0.06	1010	4τ
x_3x_5	0.06	0111	4τ
x_3x_4	0.06	1000	4τ
x_3x_3	0.09	110	3τ

$$\tau^* = 2.265 (c)$$

$$V = \frac{1}{\tau^*} \approx 44.15 \cdot 10^3 \left(\frac{\text{элеМ}}{c} \right)$$

$$R = V \cdot H \approx 0.992 \cdot 10^4 \left(\frac{\text{бит}}{\text{элеМ}} \right)$$

4. Декодирование

Пусть передается сообщение: $x_2x_1x_3x_4x_5x_1$. Выполним проверочные операции кодировки декодировки для вышеперечисленных кодов.

1. Кодом Шеннона-Фано
Сообщение: 111010010111001 $\rightarrow x_2x_1x_3x_4x_5x_1$
2. Кодом Шеннона-Фано с укрупнением
Сообщение: 1110001001010 $\rightarrow x_2x_1x_3x_4x_5x_1$
3. Кодом Хаффмана
Сообщение: 000011010011011 $\rightarrow x_2x_1x_3x_4x_5x_1$
4. Кодом Хаффмана с укрупнением
Сообщение: 000110100000100 $\rightarrow x_2x_1x_3x_4x_5x_1$

5. Вывод

Все исследованные коды обладают свойством однозначности. Максимальная скорость передачи достигается при кодировании кодом Хаффмана с укрупнением. Код Шеннона-Фано без укрупнения и код Хаффмана без укрупнения показали схожий результат. Как и следовало ожидать самым «медленным» оказался равномерный двоичный, когда кодировании кодом Хаффмана с укрупнением дало самый оптимальный результат.