

Университет ИТМО

Кафедра вычислительной техники

Отчёт по лабораторной работе №1
по дисциплине «Теория информации»

Студентка:

Преподаватель:
Тропченко А.А

Санкт-Петербург, 2015

1. Постановка задачи

Память троичного стационарного источника с символами x_1, x_2, x_3 простирается на два соседних символа и, следовательно, дискретная последовательность символов, выдаваемых источником, описывается простой односвязной цепью Маркова с матрицей переходных вероятностей

$$\begin{pmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} \end{pmatrix}$$

где p_{ij} - вероятность передачи символа x_i при условии, что ему предшествовал символ x_j ($i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3$).

Поскольку после передачи любого символа x_j будет передан один из возможных символов x_i , сумма переходных вероятностей по столбцам равна 1, т.е.

$$\sum_{i=1}^n p_{ij} = 1, \quad j = 1, 2, 3.$$

Требуется исследовать избыточность источника при различных вероятностях появления символов.

Вариант 4: $p_{11} = 0.3, p_{21} = 0.1, p_{12} = 0.3, p_{22} = 0.2, p_{13} = 0.3, p_{23} = 0.4$

2. Подготовка данных

Рабочая матрица:

$$\begin{pmatrix} 0,3 & 0,3 & 0,3 \\ 0,1 & 0,2 & 0,4 \\ 0,6 & 0,5 & 0,3 \end{pmatrix}$$

Вычисленные p_1, p_2, p_3 с помощью данной системы уравнений в системе MathCad

ORIGIN := 1

$$P := \begin{pmatrix} 0.3 & 0.3 & 0.3 \\ 0.1 & 0.2 & 0.4 \\ 0.6 & 0.5 & 0.3 \end{pmatrix} \quad P := \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Given

$$P_1 + P_2 + P_3 = 1$$

$$P_1 \cdot P_{1,1} + P_2 \cdot P_{1,2} + P_3 \cdot P_{1,3} = P_1$$

$$P_1 \cdot P_{2,1} + P_2 \cdot P_{2,2} + P_3 \cdot P_{2,3} = P_2$$

$$P_1 \cdot P_{3,1} + P_2 \cdot P_{3,2} + P_3 \cdot P_{3,3} = P_3$$

$$P := \text{Find}(P) = \begin{pmatrix} 0.3 \\ 0.258 \\ 0.442 \end{pmatrix}$$

$$p_1 = 0,3 \quad p_2 = 0,258 \quad p_3 = 0,442$$

3. Расчет энтропии источника дискретных сообщений с памятью и коэффициента избыточности:

$$H_n := - \sum_{j=1}^3 \sum_{i=1}^3 (P_j \cdot P_{i,j} \cdot \log(P_{i,j}, 2)) = 1.466$$

$$H_{\max} := -\log\left(\frac{1}{3}, 2\right) = 1.585$$

$$k_n := \frac{(H_{\max} - H_n)}{H_{\max}}$$

$$k_n = 0.075$$

Энтропия источника дискретных сообщений с памятью: 1.466.

Коэффициент избыточности: 0.075.

4. Расчет энтропии источника дискретных сообщений без памяти и коэффициента избыточности:

$$H_b := - \sum_{i=1}^3 (P_i \cdot \log(P_i, 2)) = 1.546$$

$$k_b := \frac{(H_{\max} - H_b)}{H_{\max}} \quad k_b = 0.024$$

Энтропия источника дискретных сообщений без памяти: 1.546.

Коэффициент избыточности: 0.024.

5. Вывод:

В данной лабораторной был проведён анализ избыточности дискретных сообщений. Полученные результаты свидетельствуют о том, что источники дискретных сообщений без памяти дают наиболее оптимальные результаты (за счёт высокого показателя энтропии и низкого коэффициента избыточности) в сравнении с источниками дискретных сообщений с памятью. Данные результаты следуют из того, что в источниках дискретных сообщений без памяти статистические зависимости между последовательностями символов отсутствуют.