

Санкт-Петербургский Национальный Исследовательский Университет  
Информационных Технологий, Механики и Оптики

Домашняя работа по моделированию №2  
На тему  
“Исследование приоритетных СМО”

Выполнил студент  
Группы 3121  
Шестель В.

Санкт-Петербург  
2013

**1. Постановка задачи и исходные данные**

В данной работе необходимо исследовать систему массового обслуживания с неоднородным потоком заявок. Для этого требуется построить и описать исследуемую систему, а так же разработать её Марковскую модель, провести расчёты характеристик модели и проанализировать.

*Параметры структурной и функциональной организации*

Вариант	Классы заявок	Приборов	Ёмкость накопителя	ВЗП	ДО	ПНП	ДБ	ДП
17	2	1	4	-	АП	1-2	(б)	(а)

*Параметры нагрузки*

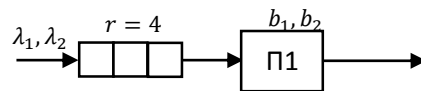
Вариант	Интенсивность потока, $c^{-1}$		Ср. длительность обслуживания, с	
	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$b_1$	$b_2$
17	1.0	2.0	0.05	0.1

Дисциплина Обслуживания: абсолютный приоритет.

Дисциплина Буферизации: заявка высокого приоритета, поступающая в систему при заполненном общем накопителе, вытесняет из него заявку низшего приоритета, которая теряется;

Дисциплина Прерывания – прерванная заявка теряется;

**2. Описание исследуемой системы**



Одноканальная СМО с неоднородным потоком заявок, обслуживанием по абсолютному приоритету и накопителем ограниченной ёмкости.

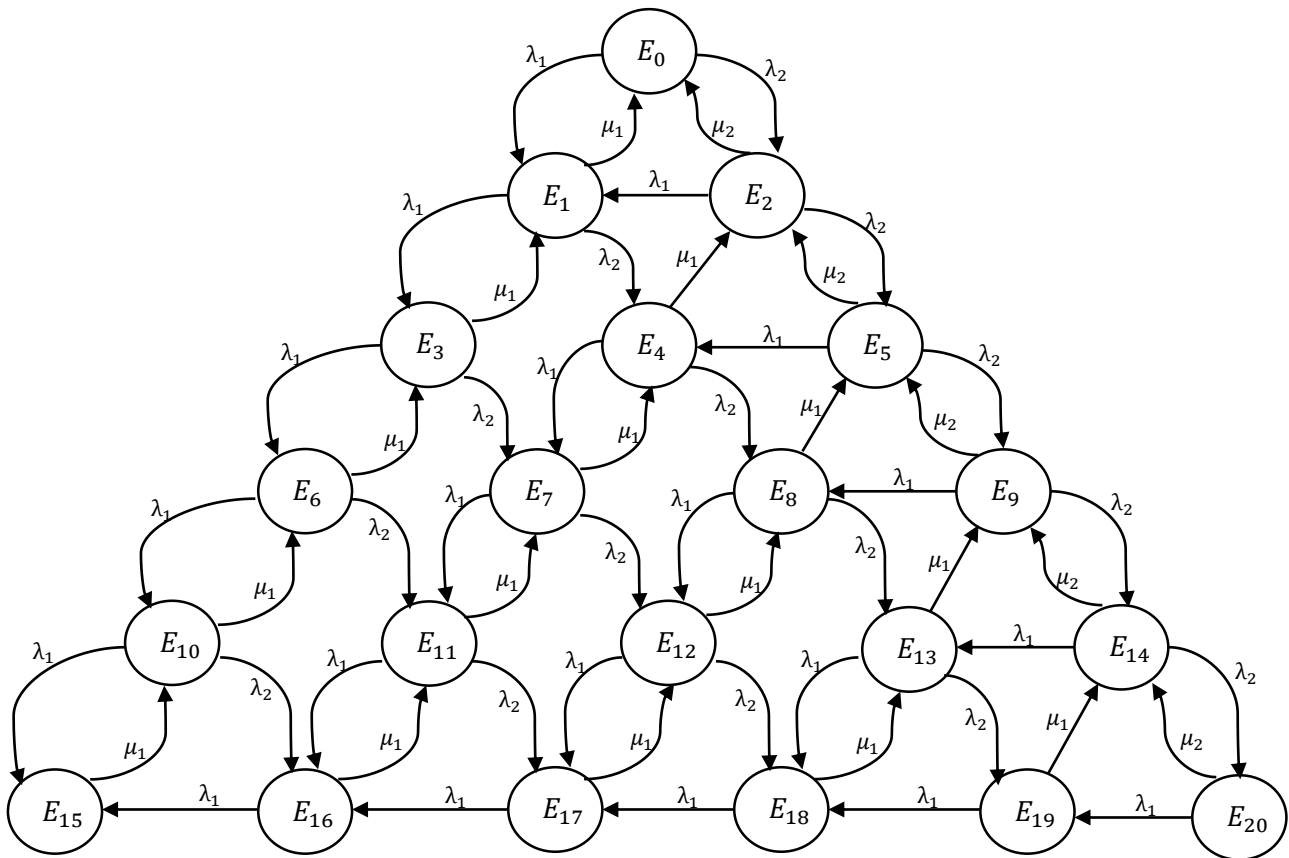
**3. Перечень состояний Марковского процесса для исследуемой системы**

Состояние	Код	Состояние	Код	Состояние	Код	Состояние	Код
$E_0$	0 / 0,0	$E_6$	1 / 2,0	$E_{12}$	1 / 1,2	$E_{18}$	1 / 1,3
$E_1$	1 / 0,0	$E_7$	1 / 1,1	$E_{13}$	1 / 0,3	$E_{19}$	1 / 0,4
$E_2$	2 / 0,0	$E_8$	1 / 0,2	$E_{14}$	2 / 0,3	$E_{20}$	2 / 0,4
$E_3$	1 / 1,0	$E_9$	2 / 0,2	$E_{15}$	1 / 4,0		
$E_4$	1 / 0,1	$E_{10}$	1 / 3,0	$E_{16}$	1 / 3,1		
$E_5$	2 / 0,1	$E_{11}$	1 / 2,1	$E_{17}$	1 / 2,2		

Где код представлен в следующем виде: класс обрабатываемой заявки в приборе / количество заявок в накопителе первого класса, количество заявок в накопителе второго класса.

#### 4. Результаты работы

Размеченный граф переходов Марковского процесса



Матрица интенсивностей переходов

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	
0	$S_0$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
1	$\mu_1$	$S_1$	0	$\lambda_1$	$\lambda_2$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
2	$\mu_2$	$\lambda_1$	$S_2$	0	0	$\lambda_2$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
3	0	$\mu_1$	0	$S_3$	0	0	$\lambda_1$	$\lambda_2$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
4	0	0	$\mu_1$	0	$S_4$	0	0	$\lambda_1$	$\lambda_2$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
5	0	0	$\mu_2$	0	$\lambda_1$	$S_5$	0	0	0	$\lambda_2$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
6	0	0	0	$\mu_1$	0	0	$S_6$	0	0	0	$\lambda_1$	$\lambda_2$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
7	0	0	0	0	$\mu_1$	0	0	$S_7$	0	0	0	$\lambda_1$	$\lambda_2$	0	0	0	0	0	0	0	0	
8	0	0	0	0	0	$\mu_1$	0	0	$S_8$	0	0	0	$\lambda_1$	$\lambda_2$	0	0	0	0	0	0	0	
9	0	0	0	0	0	$\mu_2$	0	0	$\lambda_1$	$S_9$	0	0	0	$\lambda_2$	0	0	0	0	0	0	0	
10	0	0	0	0	0	0	$\mu_1$	0	0	0	$S_{10}$	0	0	0	$\lambda_1$	$\lambda_2$	0	0	0	0	0	
11	0	0	0	0	0	0	0	$\mu_1$	0	0	0	$S_{11}$	0	0	0	0	$\lambda_1$	$\lambda_2$	0	0	0	
12	0	0	0	0	0	0	0	0	$\mu_1$	0	0	0	$S_{12}$	0	0	0	0	$\lambda_1$	$\lambda_2$	0	0	
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\mu_1$	0	0	0	$S_{13}$	0	0	0	0	$\lambda_1$	$\lambda_2$	0	
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\mu_2$	0	0	0	$\lambda_1$	$S_{14}$	0	0	0	0	0	$\lambda_2$	
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\mu_1$	0	0	0	0	$S_{15}$	0	0	0	0	0	
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\mu_1$	0	0	0	$\lambda_1$	$S_{16}$	0	0	0	0	
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\mu_1$	0	0	0	$\lambda_1$	$S_{17}$	0	0	0	
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\mu_1$	0	0	0	$\lambda_1$	$S_{18}$	0	0	
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\mu_1$	0	0	0	$\lambda_1$	$S_{19}$	0	
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\mu_2$	0	0	0	0	$\lambda_1$	$S_{20}$

$$S_i = - \left( \sum_{j=0}^{20} a_{i,j} \right), \text{ где } i \neq j, a_{i,j} - \text{соответствующий элемент таблицы с индексом } i, j$$

Стационарные вероятности состояний

Состояние	Код	Вер-ть	Состояние	Код	Вер-ть	Состояние	Код	Вер-ть
$E_0$	0 / 0,0	0.7682	$E_7$	1 / 1,1	0.0004	$E_{14}$	2 / 0,3	0.0010
$E_1$	1 / 0,0	0.0414	$E_8$	1 / 0,2	0.0007	$E_{15}$	1 / 4,0	0.0000
$E_2$	2 / 0,0	0.1476	$E_9$	2 / 0,2	0.0052	$E_{16}$	1 / 3,1	0.0000
$E_3$	1 / 1,0	0.0019	$E_{10}$	1 / 3,0	0.0000	$E_{17}$	1 / 2,2	0.0000
$E_4$	1 / 0,1	0.0052	$E_{11}$	1 / 2,1	0.0000	$E_{18}$	1 / 1,3	0.0000
$E_5$	2 / 0,1	0.0279	$E_{12}$	1 / 1,2	0.0001	$E_{19}$	1 / 0,4	0.0000
$E_6$	1 / 2,0	0.0001	$E_{13}$	1 / 0,3	0.0001	$E_{20}$	2 / 0,4	0.0002

Расчет характеристик

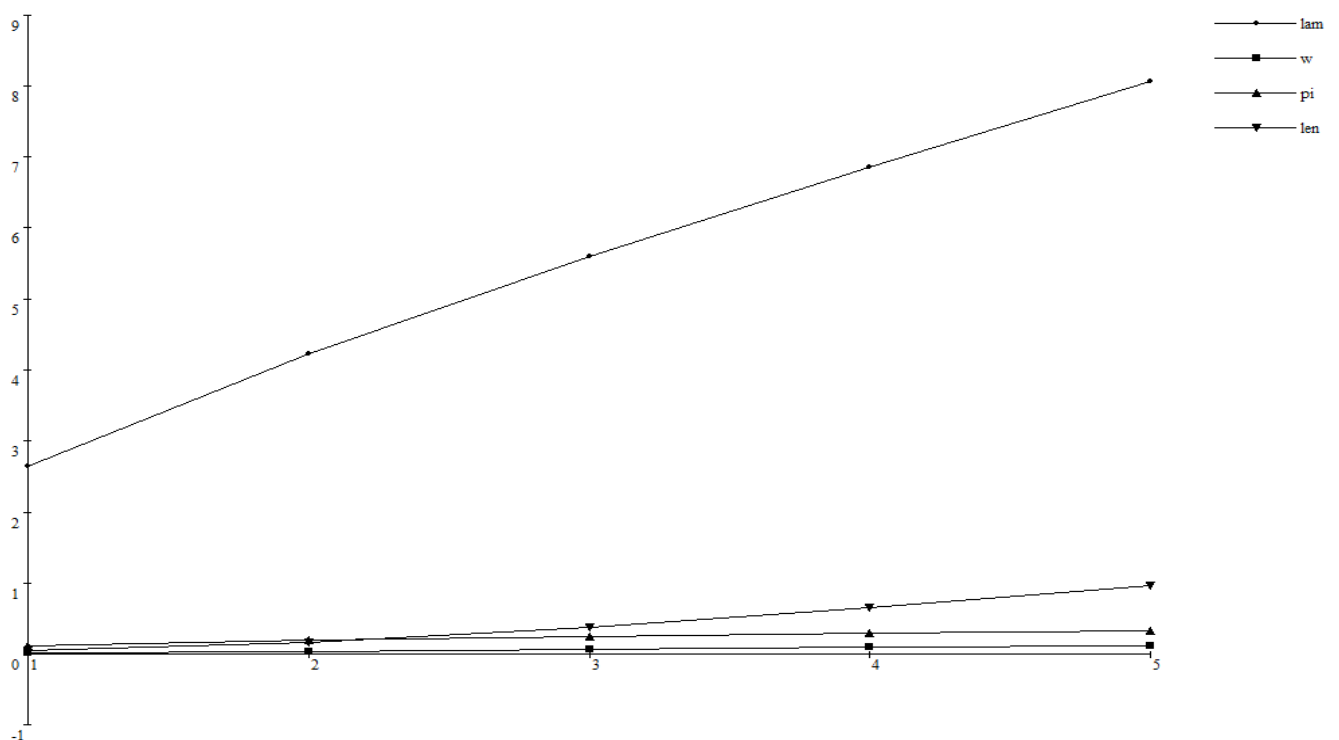
Характеристика	Класс	Расчетная формула	Значение хар-ки
Нагрузка	1	$y_1 = \lambda_1 * b_1$	0.05
	2	$y_2 = \lambda_2 * b_2$	0.2
	Сумма	$y = y_1 + y_2$	0.25
Загрузка	1	$\rho_1 = P_1 + P_3 + P_4 + P_6 + P_7 + P_8 + P_{10} + P_{11} + P_{12} + P_{13} + P_{15} + P_{16} + P_{17} + P_{18} + P_{19}$	0.0500
	2	$\rho_2 = P_2 + P_5 + P_9 + P_{14} + P_{20}$	0.1818
	Сумма	$\rho = \rho_1 + \rho_2$	0.2318
Длина очереди	1	$l_1 = P_3 + 2P_6 + P_7 + 3P_{10} + 2P_{11} + P_{12} + 4P_{15} + 3P_{16} + 2P_{17} + P_{18}$	0.0026
	2	$l_2 = P_4 + P_5 + P_7 + 2P_8 + 2P_9 + P_{11} + 2P_{12} + 3P_{13} + 3P_{14} + P_{16} + 2P_{17} + 3P_{18} + 4P_{19} + 4P_{20}$	0.0496
	Сумма	$l = l_1 + l_2$	0.0522
Число заявок	1	$m_1 = P_1 + 2P_3 + P_4 + 3P_6 + 2P_7 + P_8 + 4P_{10} + 3P_{11} + 2P_{12} + P_{13} + 5P_{15} + 4P_{16} + 3P_{17} + 2P_{18} + P_{19}$	0.0526
	2	$m_2 = P_2 + P_4 + 2P_5 + P_7 + 2P_8 + 3P_9 + P_{11} + 2P_{12} + 3P_{13} + 4P_{14} + P_{16} + 2P_{17} + 3P_{18} + 4P_{19} + 5P_{20}$	0.2314
	Сумма	$m = m_1 + m_2$	0.2840
Вероятность потери	1	$\pi_1 = P_{15}$	0.0000
	2	$\pi_2 = P_2 + P_5 + P_9 + P_{15} + P_{16} + P_{17} + P_{18} + P_{19} + P_{20}$	0.1808
	Сумма	$\pi = (\lambda_1 \pi_1 + \lambda_2 \pi_2) / (\lambda_1 + \lambda_2)$	0.1206
Пропускная способность	1	$\lambda'_1 = \lambda_1(1 - \pi_1)$	1.0000
	2	$\lambda'_2 = \lambda_2(1 - \pi_2)$	1.6383
	Сумма	$\lambda' = \lambda'_1 + \lambda'_2$	2.6383
Ср. время ожидания	1	$\omega_1 = l_1 / \lambda'_1$	0.0026
	2	$\omega_2 = l_2 / \lambda'_2$	0.0303
	Сумма	$\omega = l / \lambda'$	0.0198
Ср. время пребывания	1	$u_1 = m_1 / \lambda'_1$	0.0526
	2	$u_2 = m_2 / \lambda'_2$	0.1412
	Сумма	$u = m / \lambda'$	0.1076

Результаты варьирования параметров

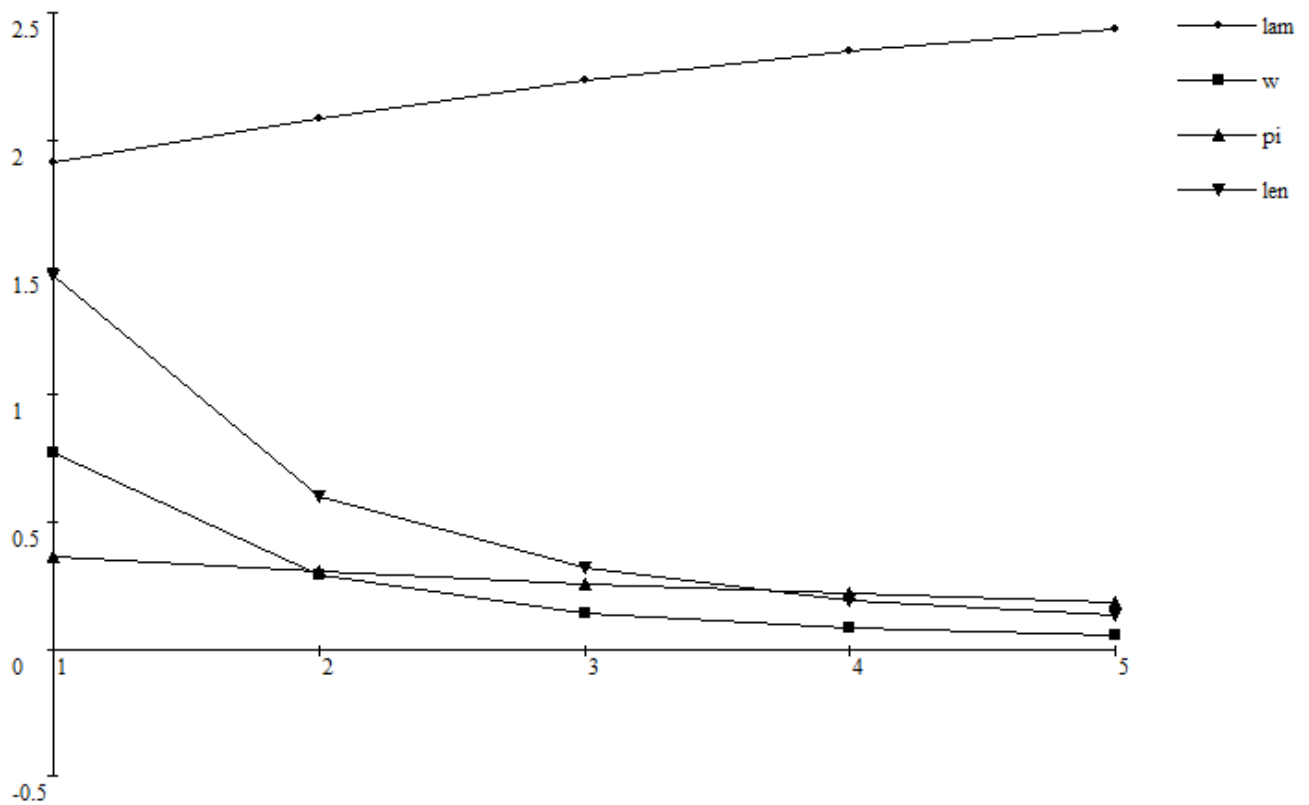
Характеристика	Класс	Интенсивности потоков заявок					Ср. интенсивность обслуживания				
		1.0	1.75	2.5	3.25	4.0	4	8	12	16	20
	1	1.0	1.75	2.5	3.25	4.0	4	8	12	16	20
	2	2.0	3.5	5.0	6.5	8.0	2	3	4	5	6
Нагрузка	1	0.05	0.0875	0.125	0.1625	0.2	0.2500	0.1250	0.0830	0.0625	0.0500
	2	0.20	0.3500	0.500	0.6500	0.8	1.0000	0.6667	0.5000	0.4000	0.3333
	Сумма	0.25	0.4375	0.625	0.8125	1.0	1.2500	0.7917	0.5830	0.4625	0.5833
Загрузка	1	0.0500	0.0875	0.1250	0.1625	0.1999	0.2808	0.1319	0.0854	0.0633	0.0503
	2	0.1818	0.2970	0.3948	0.4731	0.5302	0.5465	0.4809	0.3952	0.3318	0.2851
	Сумма	0.2318	0.3845	0.5198	0.6356	0.7301	0.8273	0.6128	0.4806	0.3951	0.3354
Длина очереди	1	0.0026	0.0084	0.0178	0.0314	0.0497	0.1330	0.0267	0.0100	0.0050	0.0030
	2	0.0496	0.1645	0.3561	0.6155	0.9156	1.3366	0.5764	0.3073	0.1892	0.1279
	Сумма	0.0522	0.1729	0.3739	0.6469	0.9653	1.4696	0.6030	0.3172	0.1943	0.1309
Число заявок	1	0.0526	0.0959	0.1428	0.1939	0.2496	0.4138	0.1585	0.0953	0.0683	0.0533
	2	0.2314	0.4615	0.7509	1.0886	1.4458	1.8830	1.0573	0.7025	0.5210	0.4130
	Сумма	0.2840	0.5574	0.8937	1.2825	1.6954	2.2969	1.2158	0.7978	0.5893	0.4664
Вероятность потери	1	0.0000	0.0000	0.0000	0.0001	0.0003	0.0012	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
	2	0.1808	0.2912	0.3791	0.4451	0.4920	0.5431	0.4566	0.3813	0.3240	0.2805
	Сумма	0.1206	0.1941	0.2527	0.2968	0.3281	0.3624	0.3044	0.2542	0.2160	0.1870
Пропускная способность	1	1.0000	1.7500	2.4999	3.2497	3.9990	0.9988	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000
	2	1.6383	2.4808	3.1046	3.6070	4.0639	0.9139	1.0869	1.2374	1.3520	1.4390
	Сумма	2.6383	4.2307	5.6045	6.8567	8.0628	1.9127	2.0869	2.2374	2.3520	2.4390
Ср. время ожидания	1	0.0026	0.0048	0.0071	0.0097	0.0124	0.1332	0.0267	0.0100	0.0050	0.0030
	2	0.0303	0.0663	0.1147	0.1706	0.2253	1.4625	0.5303	0.2483	0.1400	0.0889
	Сумма	0.0198	0.0409	0.0667	0.0943	0.1197	0.7683	0.2890	0.1418	0.0826	0.0537
Ср. время пребывания	1	0.0526	0.0548	0.0571	0.0597	0.0624	0.4143	0.1585	0.0953	0.0683	0.0533
	2	0.1412	0.1860	0.2419	0.3018	0.3558	2.0605	0.9728	0.5677	0.3853	0.2870
	Сумма	0.1076	0.1318	0.1595	0.1870	0.2103	1.2008	0.5826	0.3566	0.2505	0.1912

Графики варьирования

А. По интенсивности потоков заявок



## Б. По средней интенсивность обслуживания



### Выводы на основе анализа полученных данных

На основе полученных данных легко проследить зависимость между средней интенсивностью потока заявок или обслуживанию и всеми остальными параметрами: для интенсивности потока заявок данная зависимость прямо пропорциональная (чем выше значение интенсивность, тем выше и значения всех остальных характеристик), и обратно пропорциональная для интенсивности обслуживания.