Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет

информационных технологий, механики и оптики

Кафедра информатики и прикладной математики

Домашняя работа по дисциплине

«Математическая логика и теория алгоритмов»

Выполнил

Кудряшов Артем

Гр. 1121

Преподаватель

Кучер А. В.

2012 год

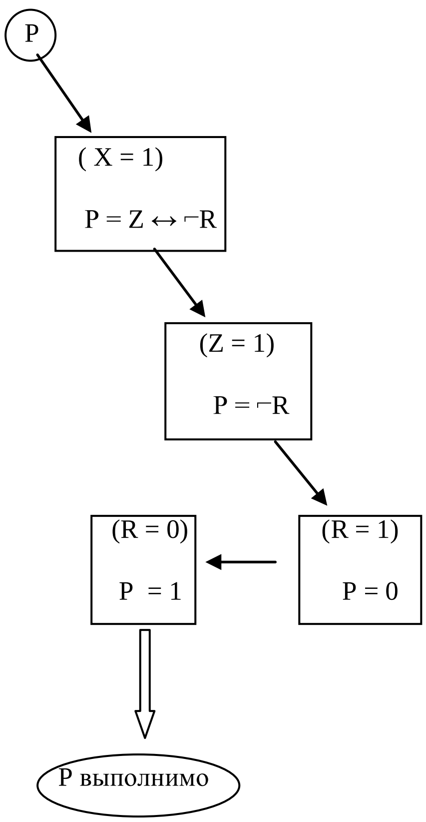
1. **Таблица истинности для формулы (¬(X V Y) → Z) & R**

X	Y	Z	R	X V Y	¬(X V Y)	¬(X V Y) → Z	(¬(X V Y) → Z) & R
1	1	1	1	1	0	1	1
1	1	1	0	1	0	1	0
1	1	0	1	1	0	1	1
1	1	0	0	1	0	1	0
1	0	1	1	1	0	1	1
1	0	1	0	1	0	1	0
1	0	0	1	1	0	1	1
1	0	0	0	1	0	1	0
0	1	1	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	0	1	0
0	1	0	1	1	0	1	1
0	1	0	0	1	0	1	0
0	0	1	1	0	1	1	1
0	0	1	0	0	1	1	0
0	0	0	1	0	1	0	0
0	0	0	0	0	1	0	0

2)

А) Проверка формулы на выполнимость по методу Дэвиса – Патмена

(¬X &Y V Z) ↔ ¬R = P



Б)

$(R \,\&\, (X \leftrightarrow Y)) \rightarrow R = P$

P			
(X=0) $P=(R \,\&\, \neg Y) \rightarrow R$		(X=1) $P=(R \,\&\, Y) \rightarrow R$	
(Y = 0) P = 1	(Y= 1) P = 1	(Y = 0) P=1	(Y = 1) P=1

P - Тавтология

3) Аксиоматическая теория высказываний (примеры для системы аксиом Цермело — Френкеля с аксиомой выбора (ZFC))

Вариант 1:

А) Аксиома экстенсиональности (Аксиома объёмности)

Пусть A – множество целых делителей числа 8.

Пусть B = {1,2,4,8}.

Тогда A $\in$ B, а B $\in$ A следовательно A=B;

Б) Аксиома пустого множества

Пусть A – множество натуральных чисел не делящихся на 1, тогда

$\forall c \in R \notin A$.

В) Аксиома пары

Пусть A = {1};

Пусть B = {2};

Тогда существует такое множество C для которого:

Если к $\in$ C то к=1 или к=2;

Г) Пусть A – множество млекопитающих;

Пусть B – множество насекомых;

Пусть C – множество птиц;

Пусть D = A + B + C;

Тогда элемент «Лев», как и любой другой элемент множества D $\in$ одному из множеств A,B или C.

Вариант 2:

$(A \vee \neg A) \vee A$

1. $(A \vee A) \rightarrow A$

2. $((A \vee A) \rightarrow A) \rightarrow ((\neg A \vee (A \vee A)) \rightarrow (\neg A \vee A))$
3. $(\neg A \vee (A \vee A)) \rightarrow (\neg A \vee A)$
4. $(\neg A \vee A) \rightarrow ((\neg A \vee A) \vee A)$
5. $(\neg A \vee A) \rightarrow (A \vee \neg A)$
6. $((A \vee \neg A) \vee A) \rightarrow ((A \vee \neg A) \vee A)$
7. $(A \vee \neg A) \vee A$

4) Метод резолюции Робинсона

Вариант 1:

Рассмотрим следующие высказывания :

1)«Гром грянет и что-то случиться»

2) «Если гром грянет, мужик перекреститься»

Пусть:

А: Гром грянет

Б: Что-то случиться

В: Мужик перекрестится

Тогда сами утверждения можно записать в виде формул:

1) (A&B)
2) (A→C)

Тогда для теоремы ((A&B) & (A→C)) =true гипотезой является C, то есть C является логическим следованием формул 1 и 2;

Докажем, что C является логическим следованием, для этого составим множество формул из 1 ,2, и отрицания доказываемого высказывания, получаем:

{A&B, A→C, ⌐C }

Приведем множество к КНФ: {A&B, ⌐A V C, ⌐C }

Уберем конъюнкции: {A, B, ⌐A V C, ⌐C }

Ищем вывод пустого дизъюнкта:

Применяем к первому и третьему дизъюнктам правило резолюции: {A, B, ⌐A V C, ⌐C, C}

Применяем к четвертому и пятому дизъюнктам правило резолюции: {A, B, ⌐A V C, ⌐C, C, # }

Таким образом, пустой дизъюнкт выведен, следовательно, выражение с отрицанием высказывания опровергнуто, следовательно, само высказывание доказано.

Вариант 2:

$F = (A\&B) \vee (C\&D) \vee (\neg A\&\neg B) \vee (\neg C\&\neg D)$

$\neg F = (\neg A \vee \neg B) \& (\neg C \vee \neg D) \& (A \vee B) \& (C \vee D)$

$(\neg B \vee B) \& (\neg C \vee \neg D) \& (C \vee D)$

True

$(\neg C \vee \neg D) \& (C \vee D)$

$\neg D \vee D$

F– тавтология.