Выполнил: Кришталь Денис
Гр.1125

Задание 1

Пусть A(x) и B(x) – переменные предикаты, а C – переменное высказывание (или формула, не содержащая x).

1. $\overline{\forall x A(x)} \equiv \exists x \overline{A(x)}.$
2. $\overline{\exists x A(x)} \equiv \forall x \overline{A(x)}.$
3. $\forall x A(x) \equiv \overline{\exists x \overline{A(x)}}.$
4. $\exists x A(x) \equiv \overline{\forall x \overline{A(x)}}.$
5. $\forall x A(x) \wedge \forall x B(x) \equiv \forall x [A(x) \wedge B(x)]$
6. $C \wedge \forall x B(x) \equiv \forall x [C \wedge B(x)]$.
7. $C \vee \forall x B(x) \equiv \forall x [C \vee B(x)]$
8. $C \to \forall x B(x) \equiv \forall x [C \to B(x)]$
9. $\forall x [B(x) \to C] \equiv \exists x B(x) \to C.$
10. $\exists x [A(x) \vee B(x)] \equiv \exists x A(x) \vee \exists x B(x).$
11. $\exists x [C \vee B(x)] \equiv C \vee \exists x B(x).$

Задание 2

1. $\overline{\forall x} P(x) \equiv \exists x \overline{P}(x)$.
2. $\forall x [P(x) \wedge Q(x)] \equiv \forall x P(x) \wedge \forall x Q(x)$.
3. $\exists x [P(x) \vee Q(x)] \equiv \exists x P(x) \vee \exists x Q(x)$.
4. $\forall x \forall y P(x, y) \equiv \forall y \forall x P(x, y)$.
5. $\exists x \forall y P(x, y) \Rightarrow \forall y \exists x P(x, y)$.
6. $\forall x P(x) \vee \forall x Q(x) \Rightarrow \forall x [P(x) \vee Q(x)]$.
7. $C \wedge \forall x P(x) \equiv \forall x [C \wedge P(x)]$.
8. $C \vee \forall x P(x) \equiv \forall x [C \vee P(x)]$

Задание 3

(∃x R(x) →∀y N(y))&(∃z R(z) → (∃x (T(x) & R(x)) ~∀y N(y))

≡ (˥(∃x R(x)) v ∀y N(y))) & (˥(∃z R(z)) v (∃x (T(x) & R(x)) ~∀y N(y)) ≡

≡ (˥(∃x R(x)) v ∀y N(y))) & (˥(∃z R(z)) v (˥(∃x (T(x) & R(x))) v ∀y N(y)) &

((∃x (T(x) & R(x))) v ˥(∀y N(y)) ≡ (∀x ˥R(x) v ∀y N(y)) & (∀z ˥R(z) v (∀x ˥T(x) v ∀ ˥R(x) v ∀y N(y)) & (∃x T(x) & ∃x R(x) v ∃y ˥N(y))

Задание 4

((∃x∀y P(x,y)) ~ (∀x∀y Q(x,y)))& ((∃x∀y P(x,y)) → (∀x∃y R(x,y) → (∃x∃y M(x,y) ~ (∀x∀y Q(x,y))))

≡ ((∃x∀y P(x,y)) ~ (∀x∀y Q(x,y)))& (˥(∃x∀y P(x,y))) v (˥(∀x∃y R(x,y)) v (∃x∃y M(x,y) ~

(∀x∀y Q(x,y))))
≡ (˥(∃x∀y P(x,y)) v (∀x∀y Q(x,y)))& ((∃x∀y P(x,y)) v ˥(∀x∀y Q(x,y)))& (˥(∃x∀y P(x,y))) v (˥(∀x∃y R(x,y)) v (˥(∃x∃y M(x,y)) v (∀x∀y Q(x,y)))& (∃x∃y M(x,y) v ˥(∀x∀y Q(x,y))))
≡ (∀x∃y ˥P(x,y) v ∀x∀y Q(x,y))& ((∃x∀y P(x,y)) v ∃x∃y ˥Q(x,y))& (∀x∃y ˥P(x,y))) v (∃x∀y ˥R(x,y) v (∀x∀y ˥M(x,y) v (∀x∀y Q(x,y)))& (∃x∃y M(x,y) v ∃x∃y ˥Q(x,y)))

Задание 5

Определение предела “b” функции f(x), определенной в области E, в точке x_0:
$b = \lim\limits_{x \to x_0} f(x) \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall x \in E(0 < |x - x_0| < \delta \to |f(x) - b| < \varepsilon)$. Используя трехместный предикат $P(\varepsilon, \delta, x)$, запишем:
$b = \lim\limits_{x \to x_0} f(x) \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall x \in E(P(\varepsilon, \delta, x))$,

где $P(\varepsilon, \delta, x) = (0 < |x - x_0| < \delta \to |f(x) - b| < \varepsilon)$