**Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет**

**информационных технологий, механики и оптики**

**Кафедра информатики и прикладной математики**

Домашняя работа по дисциплине

«Математическая логика и теория алгоритмов»

Выполнил

Кудряшов Артем

Гр. 1121

Преподаватель

Кучер А. В.

2012 год

1. Таблица истинности для формулы (⌐(X V Y) → Z) & R

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| X | Y | Z | R | X V Y | ⌐(X V Y) | ⌐(X V Y) → Z | (⌐(X V Y) → Z) & R |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |

2)

А) Проверка формулы на выполнимость по методу Дэвиса – Патмена

(⌐X &Y V Z) ↔ ⌐R = P

P

( X = 1)

Р = Z ↔ ⌐R

(Z = 1)

Р = ⌐R

(R = 0) (R = 1)

P = 1 P = 0

P выполнимо

Б)

(R & (X ↔ Y)) → R = P

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| P | | | |
| (X=0)  P=(R & ⌐Y) → R | | (X=1)  P=(R & Y) → R | |
| (Y = 0)  P = 1 | (Y= 1)  P = 1 | (Y = 0)  P=1 | (Y = 1)  P=1 |

P - Тавтология

3) Аксиоматическая теория высказываний (примеры для системы аксиом Цермело — Френкеля с аксиомой выбора (ZFC))

А) Аксиома экстенсиональности ([Аксиома объёмности](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BA%D1%81%D0%B8%D0%BE%D0%BC%D0%B0_%D0%BE%D0%B1%D1%8A%D1%91%D0%BC%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%B8))

Пусть А – множество целых делителей числа 8.

Пусть B = {1,2,4,8}.

Тогда А \in В, а В \in А следовательно А=В;

Б)  [Аксиома пустого множества](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BA%D1%81%D0%B8%D0%BE%D0%BC%D0%B0_%D0%BF%D1%83%D1%81%D1%82%D0%BE%D0%B3%D0%BE_%D0%BC%D0%BD%D0%BE%D0%B6%D0%B5%D1%81%D1%82%D0%B2%D0%B0)

Пусть А – множество натуральных чисел не делящихся на 1, тогда

∀с\in R∉ А.

В) [Аксиома пары](http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BA%D1%81%D0%B8%D0%BE%D0%BC%D0%B0_%D0%BF%D0%B0%D1%80%D1%8B)

Пусть А = {1};

Пусть В = {2};

Тогда существует такое множество С для которого:

Если к \in С то к=1 или к=2;

Г) Пусть А – множество млекопитающих;

Пусть В – множество насекомых;

Пусть С – множество птиц;

Пусть D = A + B + C;

Тогда элемент «Лев», как и любой другой элемент множества D \in одному из множеств А,В или С.

4) Метод резолюции Робинсона

Рассмотрим следующие высказывания :

1)«Гром грянет и что-то случиться»

2) «Если гром грянет, мужик перекреститься»

Пусть:

А: Гром грянет

Б: Что-то случиться

В: Мужик перекрестится

Тогда сами утверждения можно записать в виде формул:

1. (А&B)
2. (А→C)

Тогда для теоремы ((А&B) & (А→C)) =true гипотезой является C, то есть C является логическим следованием формул 1 и 2;

Докажем, что C является логическим следованием, для этого составим множество формул из 1 ,2, и отрицания доказываемого высказывания, получаем:

{А&B, А→C, ⌐C }

Приведем множество к КНФ: {А&B, ⌐А V C, ⌐C }

Уберем конъюнкции: {А, B, ⌐А V C, ⌐C }

Ищем вывод пустого дизъюнкта:

Применяем к первому и третьему дизъюнктам правило резолюции: {А, B, ⌐А V C, ⌐C, C}

Применяем к четвертому и пятому дизъюнктам правило резолюции: {А, B, ⌐А V C, ⌐C, C, # }

Таким образом, пустой дизъюнкт выведен, следовательно, выражение с отрицанием высказывания опровергнуто, следовательно, само высказывание доказано.