Расчетные задания.

I

Изменить порядок интегрирования. Нарисовать область интегрирования и вычислить двойной интеграл двумя способами.

1. $\int_{-1}^{0} dx \int_{0}^{x+1} xdy + \int_{0}^{1} dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x} xdy$
2. $\int_{-1}^{0} dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{0} xdy + \int_{0}^{1} dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x} xdy$
3. $\int_{-1}^{0} dx \int_{0}^{\sqrt{1-x^2}} xdy + \int_{0}^{1} dx \int_{x-1}^{\sqrt{1-x^2}} xdy$
4. $\int_{-1}^{0} dx \int_{-1-x}^{\sqrt{1-x^2}} xdy + \int_{0}^{1} dx \int_{0}^{\sqrt{1-x^2}} xdy$
5. $\int_{-1}^{0} dx \int_{0}^{x+1} xdy + \int_{0}^{1} dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} xdy$
6. $\int_{-1}^{0} dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} xdy + \int_{0}^{1} dx \int_{0}^{1-x} xdy$
7. $\int_{-1}^{0} dx \int_{-x-1}^{0} xdy + \int_{0}^{1} dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} xdy$
8. $\int_{-1}^{0} dx \int_{-x-1}^{x+1} xdy + \int_{0}^{1} dx \int_{0}^{\sqrt{1-x^2}} xdy$
9. $\int_{-1}^{0} dx \int_{-x-1}^{\sqrt{1-x^2}} xdy + \int_{0}^{1} dx \int_{x-1}^{0} xdy$
10. $\int_{-1}^{0} dx \int_{0}^{\sqrt{1-x^2}} xdy + \int_{0}^{1} dx \int_{x-1}^{1-x} xdy$
11. $\int_{-1}^{0} dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{x+1} xdy + \int_{0}^{1} dx \int_{0}^{1-x} xdy$
12. $\int_{-1}^{0} dx \int_{-x-1}^{x+1} xdy + \int_{0}^{1} dx \int_{x^2-1}^{0} xdy$
13. $\int_{-1}^{0} dx \int_{-x-1}^{0} xdy + \int_{0}^{1} dx \int_{x-1}^{\sqrt{1-x^2}} xdy$
14. $\int_{-1}^{0} dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{0} xdy + \int_{0}^{1} dx \int_{x-1}^{1-x} xdy$
15. $\int_{-1}^{0} dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{x+1} xdy + \int_{0}^{1} dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}}$
16 $\int_{-1}^{0} dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} xdy + \int_{0}^{1} dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{1-x} xdy$
17. $\int_{-1}^{0} dx \int_{-1-x}^{\sqrt{1-x^2}} xdy + \int_{0}^{1} dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} xdy$
18. $\int_{-1}^{0} dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} xdy + \int_{0}^{1} dx \int_{x-1}^{\sqrt{1-x^2}} xdy$
19. $\int_{-1}^{0} dx \int_{0}^{\sqrt{1-x^2}} xdy + \int_{0}^{1} dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} xdy$
20. $\int_{-1}^{0} dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{0} xdy + \int_{0}^{1} dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} xdy$
21. $\int_{-1}^{0} dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} xdy + \int_{0}^{1} dx \int_{0}^{\sqrt{1-x^2}} xdy$
22. $\int_{-1}^{0} dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{1-x^2}} xdy + \int_{0}^{1} dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{0} xdy$
23. $\int_{-1}^{0} dx \int_{0}^{x+1} xdy + \int_{0}^{1} dx \int_{x-1}^{1-x} xdy$
24. $\int_{-1}^{0} dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{0} xdy + \int_{0}^{1} dx \int_{x-1}^{\sqrt{1-x^2}} xdy$
25. $\int_{-1}^{0} dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{x+1} xdy + \int_{0}^{1} dx \int_{0}^{\sqrt{1-x^2}} xdy$
26. $\int_{-1}^{0} dx \int_{-1-x}^{\sqrt{1-x^2}} xdy + \int_{0}^{1} dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{0} xdy$
27. $\int_{-1}^{0} dx \int_{-\sqrt{1-x^2}}^{0} xdy + \int_{0}^{1} dx \int_{x^2-1}^{1-x} xdy$
28. $\int_{-1}^{0} dx \int_{0}^{1-x^2} xdy + \int_{0}^{1} dx \int_{x-1}^{1-x^2} xdy$
29. $\int_{-1}^{0} dx \int_{-1-x}^{0} xdy + \int_{0}^{1} dx \int_{-\sqrt{1-x}}^{\sqrt{1-x}} xdy$
30. $\int_{-1}^{0} dx \int_{-\sqrt{x+1}}^{\sqrt{x+1}} xdy + \int_{0}^{1} dx \int_{x-1}^{0} xdy$

II

Вычислить объем тела, ограниченного заданными поверхностями с помощью тройного интеграла. При вычислении тройного интеграла перейти к цилиндрическим или сферическим координатам.

1. $z = 2 - x^2 - y^2,\ x^2 + y^2 = 1,\ z = 0,\ y = 0 \quad (y \geq 0)$
2. $x^2 + y^2 = z^2,\ x^2 + y^2 + z^2 = 1,\ x^2 + y^2 + z^2 = 4$
   $(\mid z \mid \geq \sqrt{x^2 + y^2})$
3. $z = 1 + x^2 + y^2,\ x^2 + y^2 = 1,\ z = -\sqrt{x^2 + y^2}$
4. $z = \sqrt{x^2 + y^2},\ z = 2 - \sqrt{x^2 + y^2},\ z = 0$
5. $z = \sqrt{x^2 + y^2},\ z = \sqrt{1 - x^2 - y^2},\ x = 0 \quad (x \geq 0)$
6. $z = 2 - x^2 - y^2,\ x^2 + y^2 = 1,\ x = 0$
   $(x \geq 0),\ z = 0,\ \ x = y \quad (x \geq y)$
7. $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2},\ z = \sqrt{4 - x^2 - y^2},\ z = -1 + \sqrt{x^2 + y^2}$
8. $x^2 + y^2 = 1,\ z = 1 + x^2 + y^2,\ z = 0,$
   $x = 0 \quad (x \geq 0),\ x + y = 0 \quad (x \geq -y)$
9. $z = 2 - x^2 - y^2,\ z = \sqrt{x^2 + y^2},\ x = 0,\ y = 0 \quad (x, y \geq 0)$
10. $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2},\ z = \sqrt{4 - x^2 - y^2},\ z = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (z \geq \frac{\sqrt{2}}{2})$
11. $z = x^2 + y^2,\ z = 2 - \sqrt{x^2 + y^2},\ x = 0,\ y = 0 \quad (x, y \geq 0)$
12. $z = \sqrt{x^2 + y^2},\ z = \sqrt{3(x^2 + y^2)},\ z = \sqrt{9 - x^2 - y^2}$
13. $z = 4 - \sqrt{x^2 + y^2},\ z = \sqrt{x^2 + y^2},\ x^2 + y^2 = 1$
14. $z = 3 - \sqrt{x^2 + y^2},\ z = \sqrt{x^2 + y^2},\ x^2 + y^2 = 1,$
    $y = 0 \quad (y \geq 0)$
15. $z = 1 + \sqrt{1 - x^2 - y^2},\ z = \sqrt{x^2 + y^2}, x = 0 \quad (x \geq 0)$
16. $z = x^2 + y^2,\ z = 2(x^2 + y^2),\ z = 1$
17. $z = 3 - x^2 - y^2,\ z = \sqrt{x^2 + y^2},\ x^2 + y^2 = 1,$
    $y = 0,\ x = 0 \quad (x, y \geq 0)$
18. $z = \sqrt{x^2 + y^2},\ z = \sqrt{3(x^2 + y^2)},\ z = 3$
19. $z = 1 - \sqrt{1 - x^2 - y^2},\ z = 1 - \sqrt{x^2 + y^2}, y = 0 \quad (y \geq 0)$
20. $z = x^2 + y^2, z = \frac{1}{2}(x^2 + y^2),\ z = 1,\ x = 0,\ y = 0 \quad (x, y \geq 0)$
21. $z = \sqrt{x^2 + y^2},\ z = 1 + \sqrt{x^2 + y^2},\ x^2 + y^2 = 1,$
    $x = 0 \quad (x \geq 0),\ x = y \quad (x \leq y)$
22. $x^2 + y^2 = 1,\ x^2 + z^2 = 1$
23. $z = 3 - \sqrt{x^2 + y^2},\ x^2 + y^2 = 1,\ x^2 + y^2 = 4, z = 0$
24. $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2},\ z = \sqrt{4 - x^2 - y^2},\ z = \sqrt{x^2 + y^2}$
25. $z = x^2 + y^2,\ z = 2(x^2 + y^2),\ z = 2 - x^2 - y^2$
26. $z = \sqrt{2(x^2 + y^2)},\ z = \sqrt{x^2 + y^2},\ z = 1$
27. $z = 2 + \sqrt{1 - x^2 - y^2},\ x^2 + y^2 = 1,$
    $z = \sqrt{x^2 + y^2}, x = 0 \quad (x \geq 0)$
28. $z = \sqrt{1 - x^2 - y^2},\ z = \sqrt{4 - x^2 - y^2},\ x^2 + y^2 = 1$
29. $z = x^2 + y^2,\ z = 2(x^2 + y^2), x^2 + y^2 = 1, y = 0 \quad (y \geq 0)$
30. $z = \sqrt{x^2 + y^2},\ z = \sqrt{3(x^2 + y^2)},\ x^2 + y^2 = 1$

III

Доказать, что данное выражение $P(x,y)dx + Q(x,y)dy$ является полным дифференциалом функции $\Phi(x,y)$ и найти ее с помощью криволинейного интеграла.

1. $\left(-\frac{y}{x^2+y^2}+y\right)dx+\left(\frac{x}{x^2+y^2}+x\right)dy$
2. $\frac{y\cdot 2^{y/x}}{x^2}dx-\frac{2^{y/x}}{x}dy$
3. $(2x\cdot e^{x^2-y^2}-\sin x)dx+(2y\cdot e^{x^2-y^2}+\sin y)dy$
4. $(e^{xy}+xy\cdot e^{xy}+2)dx+(x^2\cdot e^{xy}+1)dy$
5. $\left(\frac{1}{x}+y\right)dx+\left(\frac{1}{y}+x\right)dy$
6. $(xy\cdot e^{x^2y}+\cos 2x+x^2)dx+\left(\frac{x^2}{2}e^{x^2y}+y\right)dy$
7. $\left(e^{x+y^3}+\frac{1}{2}y\right)dx+\left(3y^2\cdot e^{x+y^3}+\frac{1}{2}x+3y^2\right)dy$
8. $\left(\sin x+\frac{\cos x\cdot\cos y}{\sin^2 x}\right)dx+\left(\frac{\sin y}{\sin x}-\cos y\right)dy$
9. $\left(\cos x-\frac{\sin x}{\sin y}\right)dx-\left(\sin y+\frac{\cos x\cdot\cos y}{\sin^2 y}\right)dy$
10. $\left(\frac{y}{\sqrt{1-x^2y^2}}+2x\right)dx+\left(\frac{x}{\sqrt{1-x^2y^2}}+6y\right)dy$
11. $(\sin^2 y-y\sin 2x)dx+(x\cdot\sin 2y+\cos^2 x+1)dy$
12. $\frac{1-y}{x^2y}dx+\frac{1-2x}{y^2x}dy$
13. $\left(\frac{y}{x}+\ln y+2x\right)dx+\left(\ln x+\frac{x}{y}+1\right)dy$
14. $\left[\frac{y^2}{(x+y)^2}-\frac{1}{x}\right]dx+\left[\frac{x^2}{(x+y)^2}+\frac{1}{y}\right]dy$
15. $\left(\frac{y}{\sqrt{1-x^2y^2}}+x^2\right)dx+\left(\frac{x}{\sqrt{1-x^2y^2}}+y\right)dy$
16. $\frac{x+y}{xy}dx+\frac{y-x}{y^2}dy$
17. $\left[\frac{y^2}{(x+y)^2}-\frac{1}{x^2y}\right]dx+\left[\frac{x^2}{(x+y)^2}-\frac{1}{xy^2}\right]dy$
18. $\left(\frac{1}{y-1}-\frac{y}{(x-1)^2}-1\right)dx+\left(\frac{1}{x-1}-\frac{x}{(y-1)^2}+2y\right)dy$
19. $\frac{1}{xy}dx-\frac{1}{y^2}(\ln x-\ln y^2+2)dy$
20. $\left(\frac{1}{x-1}+\frac{\cos x}{y-1}+3x^2\right)dx+\frac{1-\sin x}{(y-1)^2}dy$
21. $(y^2\cdot e^{xy^2}+6x-8)dx+(2xy\cdot e^{xy^2}+8y)dy$
22. $(y^2\cdot e^{xy^2}+3)dx+(2xy\cdot e^{xy^2}-1)dy$
23. $\left(\frac{y}{1+x^2y^2}-1\right)dx+\left(\frac{x}{1+x^2y^2}+y\right)dy$
24. $\left(\frac{1}{\sqrt{xy}}-\frac{1}{x}\cdot\sqrt{\frac{y}{x}}\right)dx+\left(\frac{1}{\sqrt{xy}}-\frac{1}{y}\cdot\sqrt{\frac{x}{y}}\right)dy$
25. $\frac{\cos x\cdot\cos y}{\sin^2 x}dx+\left(\cos y+\frac{\sin y}{\sin x}\right)dy$
26. $\left(1-\frac{y}{x^2+y^2}\right)dx+\left(\frac{x}{x^2+y^2}-1\right)dy$
27. $(\cos x\cdot\cos y+6x+3)dx+(18y^2-\sin x\cdot\sin y)dy$
28. $\left(2\cos 2x\cdot\cos 3y-\frac{1}{x}\right)dx+\left(\frac{2}{y}-3\sin 2x\cdot\sin 3y\right)dy$
29. $\left(\ln y+\frac{y}{x}\right)dx+\left(\ln x+\frac{x}{y}\right)dy$
30. $\frac{1-2y}{x^2y}dx+\frac{1-x}{y^2x}dy$

IV

Вычислить поток векторного поля $\vec{a} = a_x(x,y,z)\vec{i} + a_y(x,y,z)\vec{j} + a_z(x,y,z)\vec{k}$ из тела T, ограниченного указанными поверхностями, двумя способами: с помощью поверхностного интеграла 1-го рода и с помощью поверхностного интеграла 2-го рода. Результат проверить с помощью теоремы Гаусса-Остроградского.

1. $T: \quad z = -1 + \sqrt{x^2+y^2},\ x = 0\ (x \geq 0),\ z = 0;\ \vec{a} = 2\vec{i} + z\vec{k}$
2. $T: \quad z = \sqrt{1-x^2-y^2},\ x = 0\ (x \geq 0),\ z = 0;\ \vec{a} = \vec{j} + z\vec{k}$
3. $T: \quad z = -1 + \sqrt{x^2+y^2},\ x = 0\ (x \leq 0),\ z = 0;\ \vec{a} = \vec{i} + z\vec{k}$
4. $T: \quad z = 1 - \sqrt{x^2+y^2},\ y = 0\ (y \geq 0),\ z = 0;\ \vec{a} = x\vec{i} - \vec{j}$
5. $T: \quad z = -1 + \sqrt{x^2+y^2},\ z = 0,\ y = 0\ (y \geq 0);\ \vec{a} = \vec{i} + 3z\vec{k}$
6. $T: \quad z = -1 + \sqrt{x^2+y^2},\ z = 0,\ y = 0\ (y \geq 0);\ \vec{a} = \vec{i} + 2y\vec{j}$
7. $T: \quad z = -\sqrt{1-x^2-y^2},\ z = 0,\ x = 0\ (x \geq 0);\ \vec{a} = \vec{i} + 2y\vec{j}$
8. $T: \quad z = 1 - \sqrt{x^2+y^2},\ x = 0\ (x \geq 0),\ z = 0;\ \vec{a} = \vec{i} - z\vec{k}$
9. $T: \quad z = 1 - \sqrt{x^2+y^2},\ y = 0\ (y \leq 0),\ z = 0;\ \vec{a} = \vec{i} + 2z\vec{k}$
10. $T: \quad z = \sqrt{1-x^2-y^2},\ y = 0\ (y \geq 0),\ z = 0;\ \vec{a} = 2x\vec{i} + \vec{k}$
11. $T: \quad z = -1 + \sqrt{x^2+y^2},\ y = 0\ (y \leq 0),\ z = 0;\ \vec{a} = x\vec{i} + \vec{j}$
12. $T: \quad z = 1 - \sqrt{x^2+y^2},\ z = 0,\ x = 0\ (x \leq 0);\ \vec{a} = \vec{j} - 2z\vec{k}$
13. $T: \quad z = -1 + \sqrt{x^2+y^2},\ x = 0\ (x \leq 0),\ z = 0;\ \vec{a} = 2\vec{j} - z\vec{k}$
14. $T: \quad z = 1 - \sqrt{x^2+y^2},\ y = 0\ (y \leq 0),\ z = 0;\ \vec{a} = \vec{i} + y\vec{j}$
15. $T: \quad z = -\sqrt{1-x^2-y^2},\ x = 0\ (x \geq 0),\ z = 0;$
    $\vec{a} = y\vec{j} + 2\vec{k}$
16. $T: \quad z = 1 - \sqrt{x^2+y^2},\ x = 0\ (x \geq 0),\ z = 0;\ \vec{a} = 2y\vec{j} - \vec{k}$
17. $T: \quad z = -1 + \sqrt{x^2+y^2},\ x = 0\ (x \geq 0),\ z = 0;\ \vec{a} = y\vec{j} + z\vec{k}$
18. $T: \quad z = -1 + \sqrt{x^2+y^2},\ y = 0\ (y \leq 0),\ z = 0;\ \vec{a} = 3\vec{j} - z\vec{k}$
19. $T: \quad z = \sqrt{1-x^2-y^2},\ y = 0\ (y \geq 0),\ z = 0;\ \vec{a} = \vec{i} + y\vec{j}$
20. $T: \quad z = -1 + \sqrt{x^2+y^2},\ y = 0\ (y \geq 0),\ z = 0;\ \vec{a} = 2x\vec{i} - \vec{k}$
21. $T: \quad z = 1 - \sqrt{x^2+y^2},\ x = 0\ (x \geq 0),\ z = 0;\ \vec{a} = 2x\vec{i} + \vec{j}$
22. $T: \quad z = 1 - \sqrt{x^2+y^2},\ y = 0\ (y \leq 0),\ z = 0;\ \vec{a} = \vec{j} - z\vec{k}$
23. $T: \quad z = -1 + \sqrt{x^2+y^2},\ y = 0\ (y \leq 0),\ z = 0;\ \vec{a} = \vec{i} + 5z\vec{k}$
24. $T: \quad z = 1 - \sqrt{x^2+y^2},\ x = 0\ (x \leq 0),\ z = 0;\ \vec{a} = 2\vec{i} + y\vec{j}$
25. $T: \quad z = -1 + \sqrt{x^2+y^2},\ x = 0\ (x \leq 0),\ z = 0;\ \vec{a} = \vec{i} - 2y\vec{k}$
26. $T: \quad z = \sqrt{1-x^2-y^2},\ x = 0\ (x \geq 0),\ z = 0;\ \vec{a} = \vec{i} - 2z\vec{k}$
27. $T: \quad z = -1 + \sqrt{x^2+y^2},\ x = 0\ (x \geq 0),\ z = 0;\ \vec{a} = y\vec{j} - \vec{k}$
28. $T: \quad z = -1 + \sqrt{x^2+y^2},\ y = 0\ (y \geq 0),\ z = 0;\ \vec{a} = 2y\vec{j} + \vec{k}$
29. $T: \quad z = 1 - \sqrt{x^2+y^2},\ y = 0\ (y \geq 0),\ z = 0;\ \vec{a} = x\vec{i} + \vec{k}$
30. $T: \quad z = \sqrt{1-x^2-y^2},\ y = 0\ (y \geq 0),\ z = 0;\ \vec{a} = \vec{i} + 2z\vec{k}$

V

Найти циркуляцию векторного поля $\vec{a}$ по контуру (замкнутой линии) l, получающемуся при пересечении заданной плоскости α координатными плоскостями. Контур l считается лежащим в координатном октанте, заданном неравенствами в скобках. Циркуляцию вычислить:

1) непосредственно через криволинейный интеграл а) I рода, б) II рода;

2) с помощью формулы Стокса через поверхностный интеграл: а) I рода; б) II рода.

1. $\vec{a} = \vec{i} + yz\vec{j} + z\vec{k}; \quad \alpha\colon\ x + y + 3z = 3$
   $(x \geq 0; y \geq 0; z \geq 0)$
2. $\vec{a} = x\vec{i} + \vec{j} + yz\vec{k}; \quad \alpha\colon\ x - y + z = 2$
   $(x \geq 0; y \leq 0; z \geq 0)$
3. $\vec{a} = x\vec{i} + yz\vec{j} + \vec{k}; \quad \alpha\colon\ x + 3y + z = 3$
   $(x \geq 0; y \geq 0; z \geq 0)$
4. $\vec{a} = \vec{i} - xy\vec{j} + z\vec{k}; \quad \alpha\colon\ -x - y + z = 2$
   $(x \leq 0; y \leq 0; z \geq 0)$
5. $\vec{a} = x\vec{i} + xy\vec{j} + \vec{k}; \quad \alpha\colon\ 3x + y + 2z = 6$
   $(x \geq 0; y \geq 0; z \geq 0)$

6. $\vec{a} = \vec{i} + y\vec{j} - zx\vec{k}$; α: $x + y + 3z = -3$
$(x \le 0; y \le 0; z \le 0)$
7. $\vec{a} = x\vec{i} + \vec{j} - yz\vec{k}$; α: $-3x + 2y + z = 6$
$(x \le 0; y \ge 0; z \ge 0)$
8. $\vec{a} = xy\vec{i} + y\vec{j} + \vec{k}$; α: $x + 3y - 2z = 6$
$(x \ge 0; y \ge 0; z \le 0)$
9. $\vec{a} = \vec{i} + y\vec{j} + zx\vec{k}$; α: $2x + y + 2z = 2$
$(x \ge 0; y \ge 0; z \ge 0)$
10. $\vec{a} = \vec{i} + xy\vec{j} + z\vec{k}$; α: $x - 3y - 3z = 3$
$(x \ge 0; y \le 0; z \le 0)$
11. $\vec{a} = zx\vec{i} + \vec{j} + z\vec{k}$; α: $3x + y + z = 3$
$(x \ge 0; y \ge 0; z \ge 0)$
12. $\vec{a} = xy\vec{i} + \vec{j} + z\vec{k}$; α: $x + y + 2z = -2$
$(x \le 0; y \le 0; z \le 0)$
13. $\vec{a} = -x\vec{i} + \vec{j} + yz\vec{k}$; α: $3x + 2y + z = -6$
$(x \le 0; y \le 0; z \le 0)$
14. $\vec{a} = zx\vec{i} - y\vec{j} - \vec{k}$; α: $x + y + z = 2$
$(x \ge 0; y \ge 0; z \ge 0)$
15. $\vec{a} = \vec{i} - yz\vec{j} + z\vec{k}$; α: $-x + y + 3z = 3$
$(x \le 0; y \ge 0; z \ge 0)$
16. $\vec{a} = x\vec{i} + \vec{j} + yz\vec{k}$; α: $x + y + z = 2$
$(x \ge 0; y \ge 0; z \ge 0)$
17. $\vec{a} = x\vec{i} + yz\vec{j} + \vec{k}$; α: $x - 3y - z = 3$
$(x \ge 0; y \le 0; z \le 0)$
18. $\vec{a} = \vec{i} - xy\vec{j} + z\vec{k}$; α: $x + y + z = 2$
$(x \ge 0; y \ge 0; z \ge 0)$
19. $\vec{a} = x\vec{i} + xy\vec{j} - \vec{k}$; α: $-3x + y - 2z = 6$
$(x \le 0; y \ge 0; z \le 0)$
20. $\vec{a} = \vec{i} + y\vec{j} + zx\vec{k}$; α: $x + y + 3z = 3$
$(x \ge 0; y \ge 0; z \ge 0)$
21. $\vec{a} = xy\vec{i} - \vec{j} + y\vec{k}$; α: $3x + 4y - 2z = 12$
$(x \ge 0; y \ge 0; z \le 0)$
22. $\vec{a} = xy\vec{i} + y\vec{j} - \vec{k}$; α: $x + 3y + 2z = -6$
$(x \le 0; y \le 0; z \le 0)$
23. $\vec{a} = x\vec{i} + \vec{j} + yz\vec{k}$; α: $3x + 2y + z = 6$
$(x \ge 0; y \ge 0; z \ge 0)$

24. $\vec{a} = \vec{i} - y\vec{j} - zx\vec{k}$; α: $-2x + y - 2z = 2$
 $(x \le 0; y \ge 0; z \le 0)$
25. $\vec{a} = \vec{i} + xy\vec{j} + z\vec{k}$; α: $x + 3y + 3z = 3$
 $(x \ge 0; y \ge 0; z \ge 0)$
26. $\vec{a} = zx\vec{i} + \vec{j} + z\vec{k}$; α: $-3x - y + z = 3$
 $(x \le 0; y \le 0; z \ge 0)$
27. $\vec{a} = y\vec{i} + zy\vec{j} + \vec{k}$; α: $-4x + 2y + 3z = 12$
 $(x \le 0; y \ge 0; z \ge 0)$
28. $\vec{a} = zx\vec{i} + y\vec{j} - \vec{k}$; α: $x - y - z = 2$
 $(x \ge 0; y \le 0; z \le 0)$
29. $\vec{a} = xy\vec{i} - \vec{j} + z\vec{k}$; α: $-3x + 2y + 4z = 12$
 $(x \le 0; y \ge 0; z \ge 0)$
30. $\vec{a} = -x\vec{i} + yz\vec{j} + \vec{k}$; α: $-x + 3y + 3z = 3$
 $(x \le 0; y \ge 0; z \ge 0)$

VI

Найти экстремали функционалов.

1. $\Phi(y) = \int_0^2 (xy' + y'^2)dx,\ y(0) = 1,\ y(2) = 0$
2. $\Phi(y) = \int_0^{\pi/8} (y'^2 + 2yy' - 16y^2)dx,\ y(0) = 0,\ y\left(\frac{\pi}{8}\right) = 1$
3. $\Phi(y) = \int_2^4 (x^2y'^2 - y')dx,\ y(2) = 3,\ y(4) = 1$
4. $\Phi(y) = \int_1^2 y'(1 - x^2y')dx,\ y(1) = 3,\ y(2) = 5$
5. $\Phi(y) = \int_0^{\pi/4} (4y'^2 - y' + 8y)dx,\ y(0) = -1,\ y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$
6. $\Phi(y) = \int_{-1}^0 (12y + y'^2)dx,\ y(-1) = 1,\ y(0) = 0$
7. $\Phi(y) = \int_0^1 \left(y'^2 + y^2 + 2ye^{2x}\right)dx,\ y(0) = \frac{1}{3},\ y(1) = \frac{e^2}{3}$
8. $\Phi(y) = \int_0^{\pi/4} (y^2 - y'^2 + 6ysin2x)dx,\ y(0) = 0,\ y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$
9. $\Phi(y) = \int_0^1 \frac{dx}{y'},\ y(0) = 0,\ y(1) = 2$
10. $\Phi(y) = \int_0^1 \frac{dx}{y'^2},\ y(0) = 0,\ y(1) = 4$
11. $\Phi(y) = \int_1^2 \frac{x^3}{y'^2}dx,\ y(1) = 1,\ y(2) = 4$
12. $\Phi(y) = \int_1^3 (12xy + y'^2)dx,\ y(1) = 0,\ y(3) = 26$
13. $\Phi(y) = \int_{-1}^0 (12xy - y'^2)dx,\ y(-1) = 1,\ y(0) = 0$
14. $\Phi(y) = \int_1^2 (x^2 - x^2y'^2)dx,\ y(1) = 0,\ y(2) = \frac{1}{2}$
15. $\Phi(y) = \int_0^1 y \cdot y'^2 dx,\ y(0) = 1,\ y(1) = \sqrt[3]{4}$
16. $\Phi(y) = \int_0^{\pi/2} (4ycosx + y'^2 - y^2)dx,\ y(0) = 0,\ y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$
17. $\Phi(y) = \int_0^1 (y'^2 - 2y) \cdot e^{2x}dx,\ y(0) = 0,\ y(1) = e^{-1}$
18. $\Phi(y) = \int_{-1}^1 (y'^2 - 2xy)dx,\ y(-1) = 1,\ y(1) = 1$
19. $\Phi(y) = \int_{-1}^0 (y'^2 + 4xy)dx,\ y(-1) = 0,\ y(0) = 2$
20. $\Phi(y) = \int_1^e (xy'^2 + yy')dx,\ y(1) = 0,\ y(e) = 1$
21. $\Phi(y) = \int_0^{\pi/4} (y'^2 - y^2)dx,\ y(0) = 1,\ y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$
22. $\Phi(y) = \int_0^1 (x + y'^2)dx,\ y(0) = 1,\ y(1) = 2$

23. $\Phi(y) = \int_0^1 (y^2 + y'^2)dx,\ y(0) = 0,\ y(1) = \frac{e^2-1}{2e}$
24. $\Phi(y) = \int_0^1 (y'^2 + xy)dx,\ y(0) = y(1) = 0$
25. $\Phi(y) = \int_0^{3\pi/4} (4y^2 - y'^2)dx,\ y(0) = 0,\ y\left(\frac{3\pi}{4}\right) = 1$
26. $\Phi(y) = \int_0^1 (60y + y''^2)dx,\ y(0) = y'(0) = 0,$
$y(1) = 1,\ y'(1) = 2$
27. $\Phi(y) = \int_{-1}^0 (y''^2 - 120y)dx,\ y(-1) = \frac{5}{4},$
$y(0) = 0,\ y'(-1) = 0, y'(0) = 0$
28. $\Phi(y) = \int_0^\pi (y''^2 - y'^2)dx,\ y(0) = 0,\ y(\pi) = 0,$
$y'(0) = 0,\ y'(\pi) = -4$
29. $\Phi(y) = \int_1^2 (x^2y'^2 + 2y^2 + 2xy)dx,\ y(1) = 0,\ y(2) = \frac{1}{3}ln4$
30. $\Phi(y) = \int_0^1 (2xy - y''^2)dx,\ y(0) = 0,\ y(1) = \frac{1}{120},$
$y'(0) = 0,\ y'(1) = 0$