Лабораторная работа №3

ИЗМЕРЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ ТВЕРДОГО ТЕЛА МЕТОДОМ КРУТИЛЬНЫХ КОЛЕБАНИЙ

Цель работы – исследование крутильных колебаний и измерение момента инерции тела сложной формы.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Момент инерции *I* – это величина, характеризующая инертность тела при вращательном движении. Определением *I* можно считать основной закон динамики вращательного движения:

$$\varepsilon = \frac{M}{I}, \qquad (3.1)$$

где *M* – момент сил, приложенных к телу; ε – его угловое ускорение.

Величина *I*, являясь аналогом массы для вращательного движения, зависит также от размеров и формы тела. Исследуемым телом в данной работе является образец в форме параллелепипеда.

Схема установки представлена рис. 3.1.

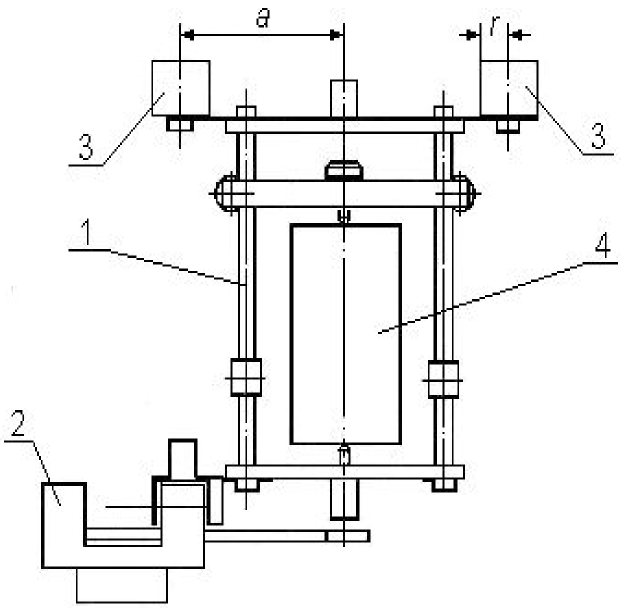

Рис. 3.1. Схема установки.

Рамка 1 закреплёна на натянутой стальной проволоке, проходящей по ее геометрической оси. Если рамку повернуть на некоторый угол φ, то происходит закручивание проволоки. Тогда силы упругости стремятся вернуть диск в исходное положение. Момент *M* возвращающей силы при относительно малом угле поворота φ связан с ним соотношением

$$M = D\,\varphi, \qquad (3.2)$$

где D – коэффициент, называемый модулем кручения проволоки. Величина D зависит от длины проволоки, её диаметра и модуля сдвига, характеризующего упругие свойства материала проволоки. Из формул (3.1) и (3.3) получаем дифференциальное уравнение, описывающее движение диска:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -D\varphi. \tag{3.3}$$

Решением уравнения (3.3) для угла φ является гармоническое колебание с периодом T:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{D}}. \tag{3.4}$$

Таким образом, исследуемое тело совершает крутильные колебания. В принципе, момент инерции I можно найти на основе соотношения (3.4), если знать величину D. В данной работе определение модуля кручения D не требуется. Измеряется период колебания T пустой рамки с моментом инерции I. Затем определяется период T_1 колебаний системы, состоящей из рамки с установленными на нее грузами 3 с известным моментом инерции I_0. Тогда, согласно формуле (3.4), имеем

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I + I_0}{D}}. \tag{3.5}$$

Исключая из формул (3.4) и (3.5) величину D, получаем формулу для расчета момента инерции I исследуемого тела

$$I = I_0 \frac{T^2}{T_1^2 - T^2}. \tag{3.6}$$

Период колебаний T – это продолжительность одного полного колебания. Величину T можно измерить как время между двумя последовательными прохождениями рамкой положения равновесия в одном и том же направлении. Для повышения точности измерения T его находят, измеряя длительность t некоторого числа N полных колебаний. Тогда

$$T = \frac{t}{N}. \tag{3.7}$$

ВЫПОЛНЕНИЕ РАБОТЫ

1. Установить рамку так, чтобы в положении равновесия флажок рамки находился между окнами фотодатчика 2 (см. рис. 3.1). Установить электромагнит в положение, соответствующее 40^0 по угловой шкале. Включить электропитание нажатием кнопки “СЕТЬ”. Затем повернуть рамку так, чтобы она удерживалась в исходном положении электромагнитом. Нажать кнопку “ПУСК”. В данной работе рекомендуется брать число полных колебаний N равное 10. Кнопку “СТОП” надо нажимать, когда число полных колебаний по

показаниям секундомера будет равно $N = N$ - 1.

2. Измерить длительность времени t для числа полных колебаний рамки N = 20. Повторить опыт 4-5 раз. Определить период колебаний рамки T.

3. Установить два груза 3 на планку. Определить период колебаний T_1 рамки с грузами по формуле (3.7).

4. Определить момент инерции рамки по формуле:

$$I_p = \frac{m(2a^2 + r^2)T^2}{T_1^2 - T^2}, \tag{3.8}$$

где m – масса груза, кг;

r = 0.01025 м – радиус груза;

a = 0.08 м – расстояние от оси вращения рамки до оси грузов.

5. Снять грузы, установить исследуемый образец 4 в рамке и закрепить специальными винтами так, чтобы одна из его геометрических осей совпадала с осью рамки.

Определить период колебаний T_2 рамки с образцом по формуле (3.6).

Определить момент инерции исследуемого образца по формуле:

$$I_0 = I_p\left(\frac{T_2^2}{T_1^2} - 1\right). \tag{3.9}$$

Рассчитать теоретический момент инерции образца I_0 по формуле

$$I_0 = \frac{m}{12}(a^2 + b^2), \tag{3.10}$$

где a и b – длины сторон параллелепипеда, расположенные в горизонтальной плоскости.

Сравнить результаты экспериментального определения момента инерции образца с расчетом.

РАСЧЁТ ПОГРЕШНОСТЕЙ

Из формул (3.7) – (3.10) можно получить следующие соотношения для расчёта погрешностей ΔI_0 и ΔI.

$$\frac{\Delta I_0}{I_0} = \left[\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + 4\frac{(a\Delta a)^2 + (b\Delta b)^2}{(a^2 + b^2)^2}\right]^{\frac{1}{2}}. \tag{3.11}$$

$$\frac{\Delta I}{I} = \left[\left(\frac{\Delta I_0}{I_0}\right)^2 + 4\left(\frac{I}{I_0}\right)^2\left[\left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t_1}{t_1}\right)^2\right]\right]^{\frac{1}{2}}. \tag{3.12}$$

Погрешности Δt, Δm и Δd находят по данным повторных прямых измерений. Затем на основе (3.11) и (3.12) рассчитывают ΔI.

где a и b – длины сторон параллелепипеда, расположенные в горизонтальной плоскости.