

ЛЕКЦИЯ 2

Кинематика вращательного движения

Содержание лекции 2

Кинематика движения МТ по окружности. Кинематика плоского движения твердого тела.

Вектор угловой скорости его направление и модуль. Правило буравчика (правого винта). **Период обращения и частота при равномерном вращении, их связь с угловой скоростью.** **Вектор углового ускорения** его направление и модуль. **Связь между линейной и угловой скоростью, линейным и угловым ускорением.** **Соответствие между величинами, описывающими поступательное и вращательное движения.** **Формулы кинематики равнопеременного движения МТ по окружности (по аналогии с соответствующими формулами поступательного движения).**

Вычисление скоростей и ускорений точек катящегося без проскальзывания колеса.

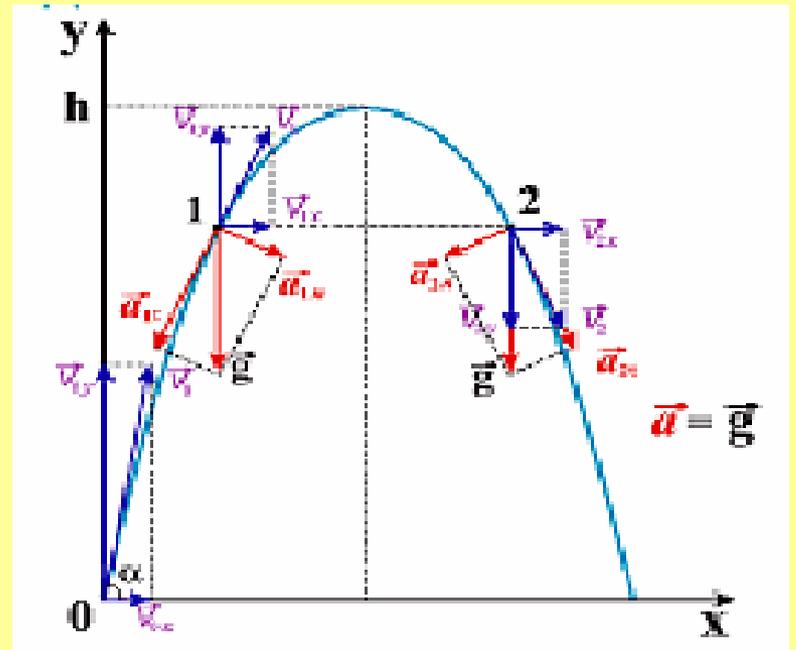
Движение тела, брошенного под углом к горизонту (повторяем самостоятельно)

В любой момент времени выполняются следующие соотношения:

$$v_x = v_0 \cos \alpha$$

$$v_y = v_0 \sin \alpha - gt$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$



Дальность полета тела L :

$$L = \dots$$

Максимальная высота подъема тела h :

$$h = \dots$$

Пример. Движение свободно брошенного тела под углом α к горизонту (*самостоятельно*).

Кинематика материальной точки в апплете JAVA:

<http://pnhzdima.chat.ru/>

2.1. Кинематические характеристики вращательного движения

Кинематические характеристики вращательного движения являются *аксиальными векторами или псевдовекторами*.

Эти векторы не имеют определенных точек приложения: они могут откладываться из любой точки оси вращения.

Угловое перемещение

$$\Delta \vec{\varphi} = \Delta \varphi \cdot \vec{n}, \quad (2.1)$$

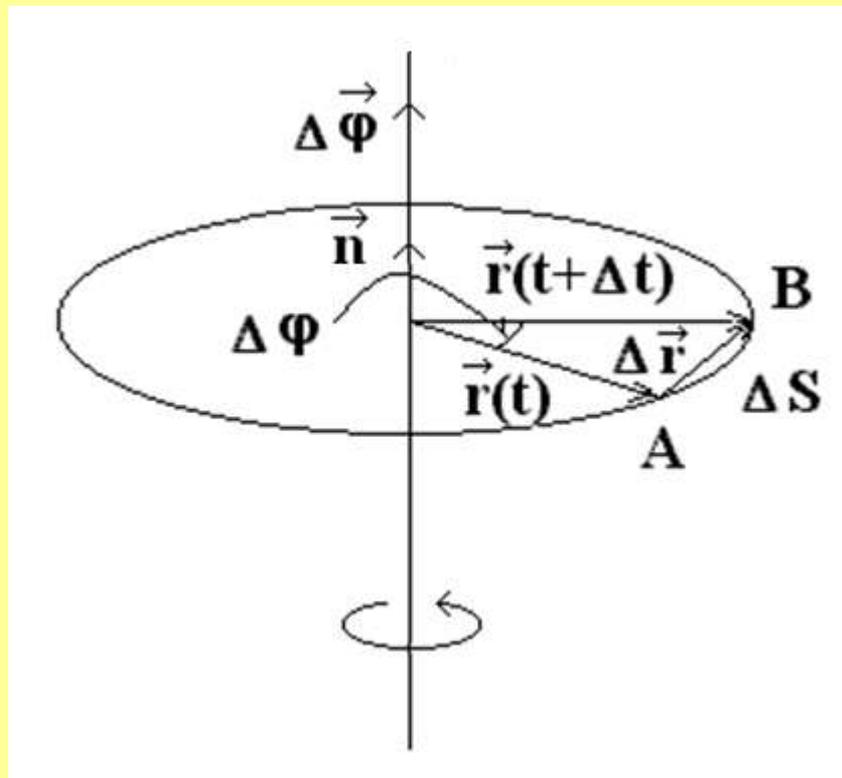


Рис. 2.1

Угловая скорость

$$\vec{\omega} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{\varphi}}{\Delta t} = \frac{d\vec{\varphi}}{dt} \equiv \dot{\vec{\varphi}} \quad (2.2)$$

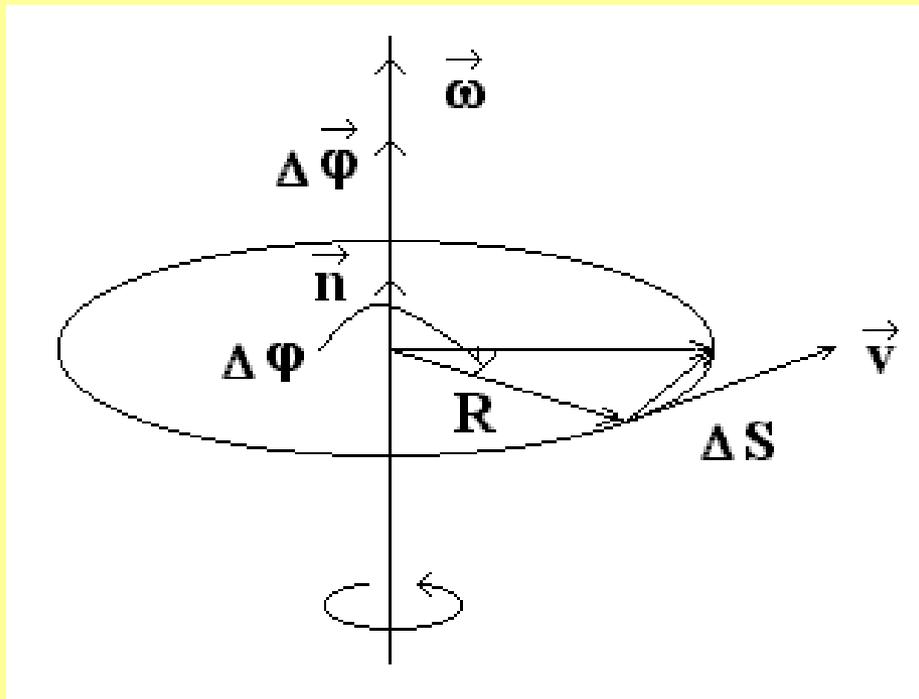


Рис.2.2

При **равномерном движении** ($\omega = \text{const}$) его можно характеризовать следующими величинами:

➤ Период вращения T –

➤ Частота вращения ν –

➤ Связь между угловой скоростью ω и частотой ν

$$\omega = 2\pi\nu \quad (2.3)$$

Угловое ускорение

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \quad (2.4)$$

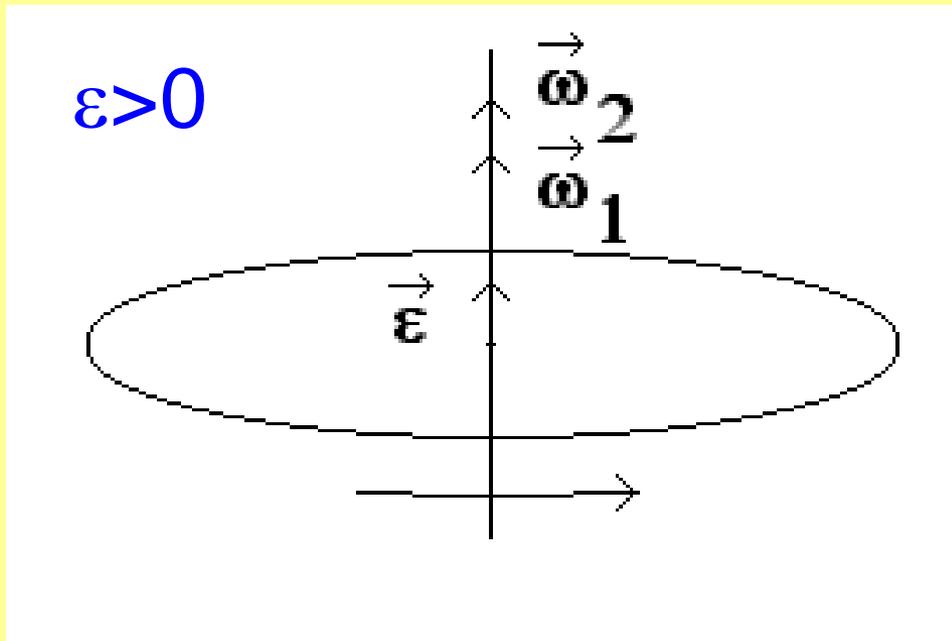


Рис.2.4.

Угловое ускорение

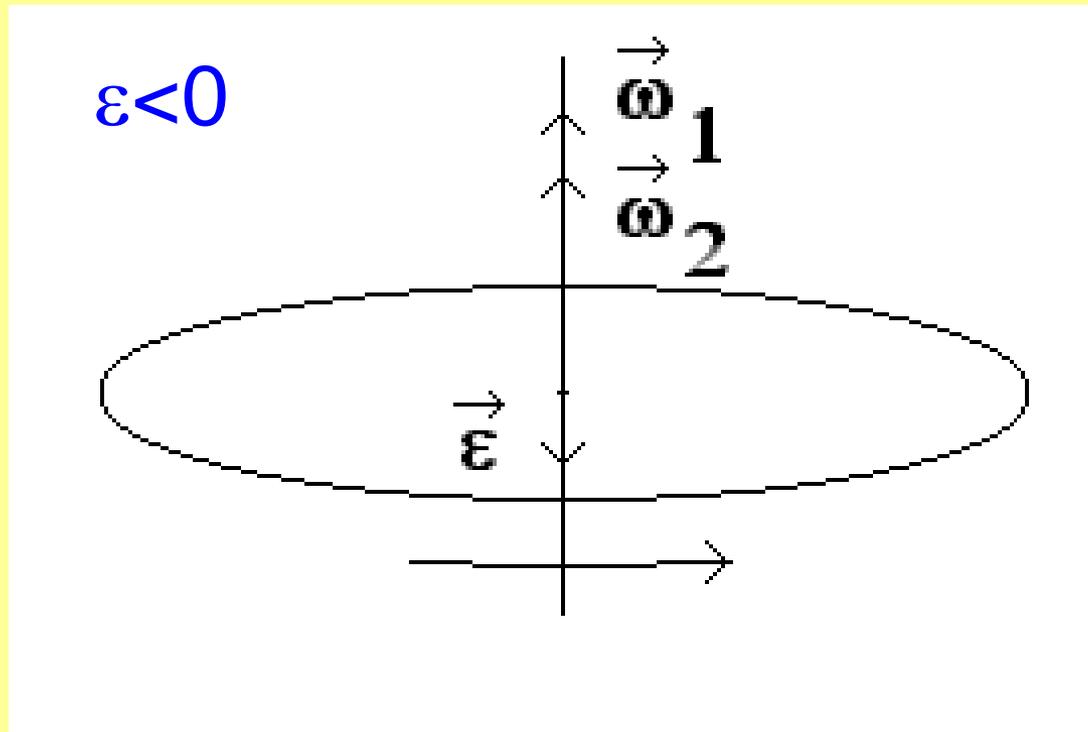


Рис.2.5.

Задание для самостоятельной работы

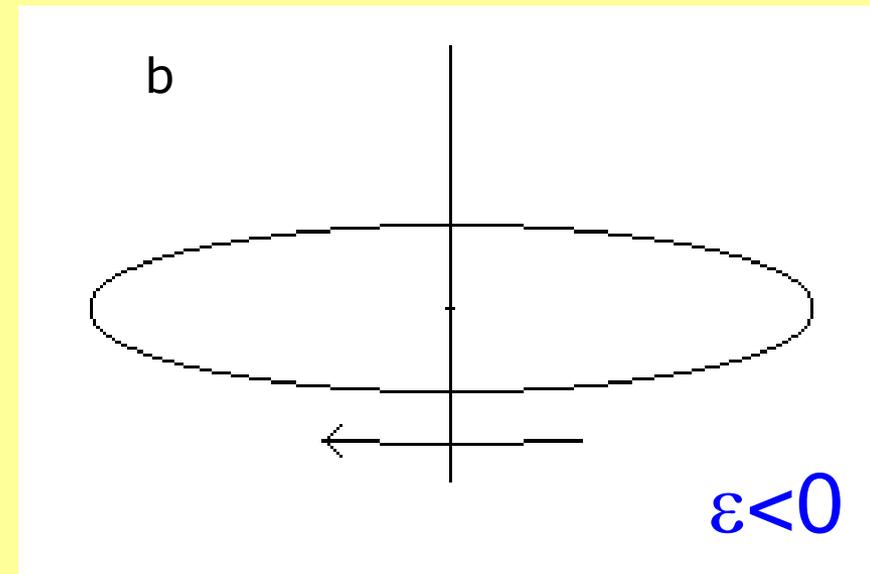
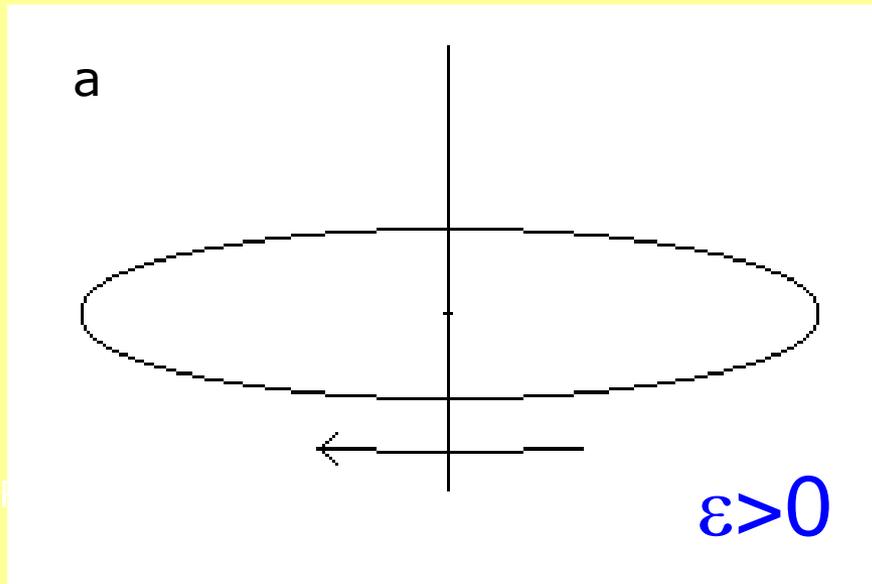


Рис.2.6.

Отметим, что в случае равнопеременного движения МТ по окружности ($\varepsilon = \text{const}$) имеем по аналогии с кинематическими уравнениями для поступательного движения:

$$\left\{ \begin{array}{l} \omega = \omega_0 \pm \varepsilon t \\ \Delta\varphi = \omega_0 t \pm \frac{\varepsilon t^2}{2} \end{array} \right. \quad (2.5)$$

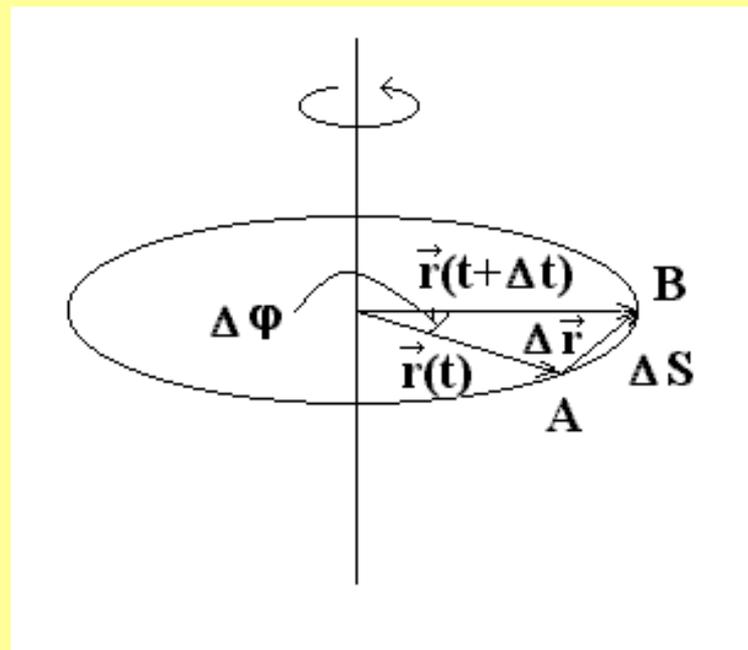
2.2. Связь между линейными и угловыми величинами при вращательном движении

➤ перемещение

$$\Delta s = \Delta \varphi \cdot R; \quad (2.7)$$

➤ скорость

$$v = \omega \cdot R. \quad (2.8)$$



Векторное произведение векторов

$$\vec{c} = [\vec{a}, \vec{b}] \quad (2.11)$$

$$|\vec{c}| = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \sin \alpha \quad (2.12)$$

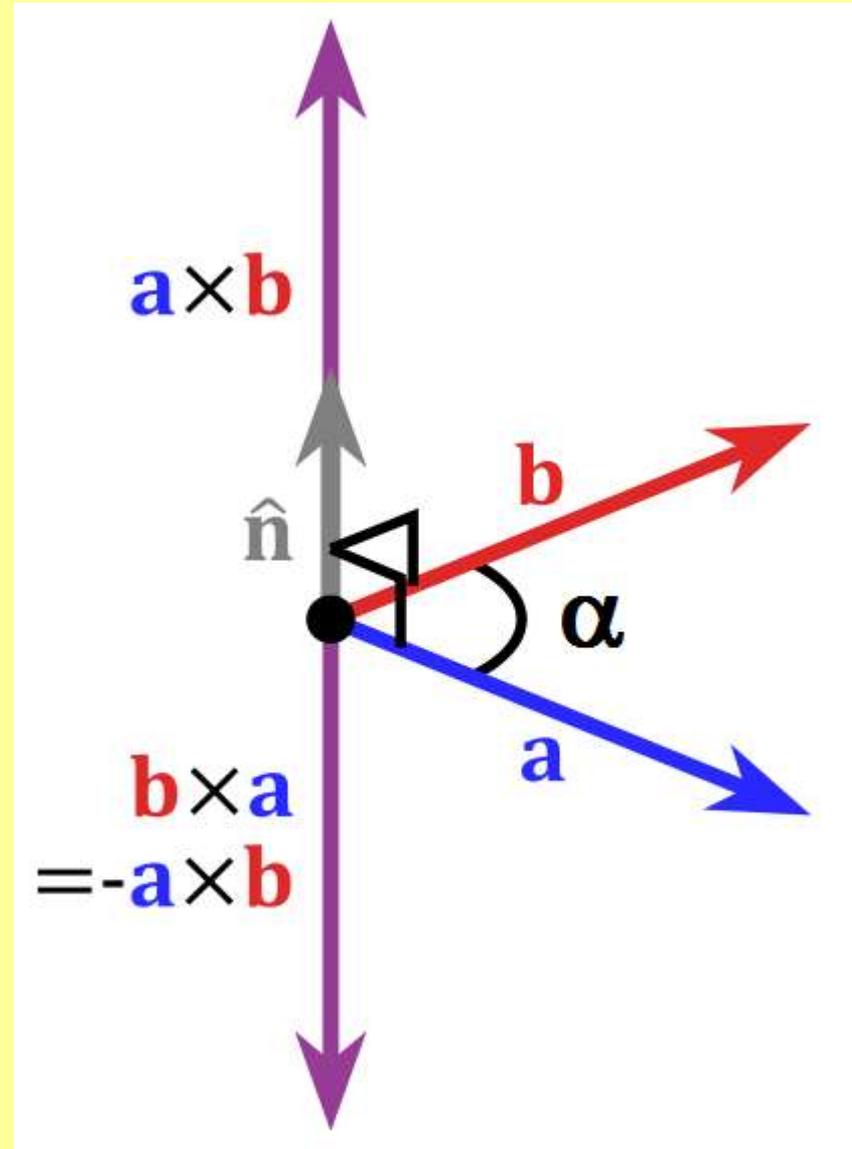


Рис.2.8.

Модуль тангенциального ускорения точек вращающегося тела равен:

$$\begin{aligned} |a_{\tau}| &= \left| \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} \right| = \left| \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta(\omega R)}{\Delta t} \right| = \\ &= \left| \lim_{\Delta t \rightarrow 0} R \cdot \frac{\Delta \omega}{\Delta t} \right| = R \cdot \varepsilon \quad . \end{aligned} \quad (2.13)$$

Модуль нормального ускорения точек вращающегося тела равен:

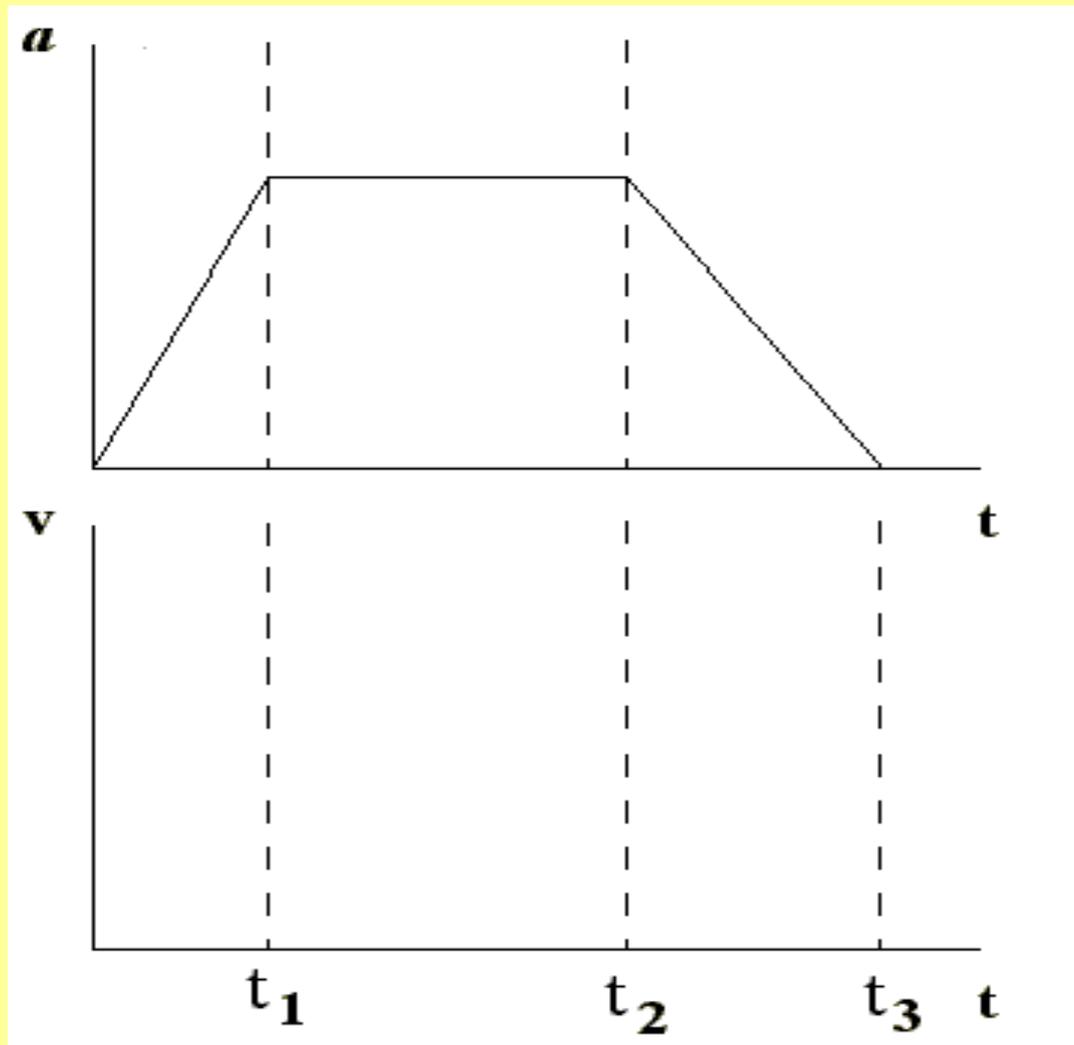
$$|a_n| = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R = v \cdot \omega, \quad (2.14)$$

$$\vec{a}_n = -\omega^2 \vec{r}. \quad (2.15)$$

**Домашнее задание
для самостоятельной работы
по материалам лекций 1 и 2**

- 1. Вычисление скоростей и ускорений точек колеса, катящегося без проскальзывания**

2. Обратная задача кинематики



3. Задачи для самостоятельного решения по лекциям 1 - 2

1. Пароход движется по течению реки со скоростью 3 м/с относительно берега. От населенного пункта А до пункта В и обратно пароход двигался со средней скоростью 1,5 м/с. Определить скорость течения реки.

Ответ: 1 м/с

2. Материальная точка движется прямолинейно со скоростью $v=4-2*t$ (м/с), где t - время в секундах. Определить путь, пройденный точкой в интервале времени от $t=1$ с до $t=3$ с.

Ответ: 2 с

3. С вышки высотой 5 м бросили камень под углом 45° к горизонту. Камень упал на землю на расстоянии 5 метров от основания вышки. Определить начальную скорость камня.

Ответ: 5 м/с

4. Путь, проходимый вагонеткой от места погрузки до места выгрузки, равен 200 метрам. На участках ускорения и торможения вагонетка движется с постоянным ускорением величиной $0,5 \text{ м/с}^2$. Определить максимальную скорость вагонетки, если время ее движения минимально.

Ответ: 10 м/с

5. Шарик свободно падает на наклонную плоскость с углом наклона к горизонту 45° и упруго отскакивает от нее без потери скорости. Путь, пройденный шариком по вертикали до точки падения, равен 5 м. На каком расстоянии от места падения шарик снова ударится о наклонную плоскость?

Ответ: 28,2 м

6. Тело брошено с высоты 38 метров с начальной скоростью равной 9 м/с и направленной вверх. Какой путь пройдет тело за последнюю секунду полета?

Ответ: 24 м/с

7. Найти отношение ускорений материальных точек на поверхности Земли на экваторе и на широте 60° . Считать радиус Земли равным 6400 км.

Ответ: 2

8. Поезд, трогаясь с места, проходит расстояние 25 км со средней скоростью 72 км/ч. Первые 300 секунд поезд движется равноускоренно, затем - равномерно, а последние 200 секунд - равнозамедленно, затем останавливается. Найти максимальную скорость движения поезда.

Ответ: 25 м/с

9. Колесо радиусом $R = 0,1$ м вращается так, что зависимость угловой скорости от времени задается уравнением $\omega = 2At + 5Bt^4$ ($A = 2$ рад/с²; $B = 1$ рад/с⁵). Определить полное ускорение точек обода колеса через $t = 1$ с после начала вращения и число оборотов, сделанных колесом за это время.

Ответ: $8,5$ м/с²; $0,48$.

10. Частота вращения колеса при равнозамедленном движении за $t = 1$ мин уменьшилась от 300 до 180 мин⁻¹. Определить: 1) угловое ускорение колеса; 2) число полных оборотов, сделанных колесом за это время.

Ответ: $0,21$ рад/с²; 240