**Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет**

**информационных технологий, механики и оптики**

**Кафедра информатики и прикладной математики**

Дискретная математика

Курсовая работа

«Синтез комбинационных схем»

Выполнил Кудряшов А.А.

Группа 1121

Преподаватель

Раков С.В.

Санкт - Петербург

2012 г.

**Вариант 28.**

Условие, при которых f=1

3≤|X2 X10- X3 X4 X5|≤6

Условие, при которых f = d

|X2 X10- X3X4 X5|=2

1. Составление таблицы истинности

Таблица 1

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **N** | **X1 X2 X3 X4 X5** | **X2 X10** | **(X2 X10)10** | **X3 X4 X5** | **(X3 X4 X5)10** | **|-|** | **f** |
| **0** | 00000 | 000 | 0 | 000 | 0 | 0 | 0 |
| **1** | 00001 | 000 | 0 | 001 | 1 | 1 | 0 |
| **2** | 00010 | 000 | 0 | 010 | 2 | 2 | d |
| **3** | 00011 | 000 | 0 | 011 | 3 | 3 | 1 |
| **4** | 00100 | 000 | 0 | 100 | 4 | 4 | 1 |
| **5** | 00101 | 000 | 0 | 101 | 5 | 5 | 1 |
| **6** | 00110 | 000 | 0 | 110 | 6 | 6 | 1 |
| **7** | 00111 | 000 | 0 | 111 | 7 | 7 | 0 |
| **8** | 01000 | 100 | 4 | 000 | 0 | 4 | 1 |
| **9** | 01001 | 100 | 4 | 001 | 1 | 3 | 1 |
| **10** | 01010 | 100 | 4 | 010 | 2 | 2 | d |
| **11** | 01011 | 100 | 4 | 011 | 3 | 1 | 0 |
| **12** | 01100 | 100 | 4 | 100 | 4 | 0 | 0 |
| **13** | 01101 | 100 | 4 | 101 | 5 | 1 | 0 |
| **14** | 01110 | 100 | 4 | 110 | 6 | 2 | d |
| **15** | 01111 | 100 | 4 | 111 | 7 | 3 | 1 |
| **16** | 10000 | 010 | 2 | 000 | 0 | 2 | d |
| **17** | 10001 | 010 | 2 | 001 | 1 | 1 | 0 |
| **18** | 10010 | 010 | 2 | 010 | 2 | 0 | 0 |
| **19** | 10011 | 010 | 2 | 011 | 3 | 1 | 0 |
| **20** | 10100 | 010 | 2 | 100 | 4 | 2 | d |
| **21** | 10101 | 010 | 2 | 101 | 5 | 3 | 1 |
| **22** | 10110 | 010 | 2 | 110 | 6 | 4 | 1 |
| **23** | 10111 | 010 | 2 | 111 | 7 | 5 | 1 |
| **24** | 11000 | 110 | 6 | 000 | 0 | 6 | 1 |
| **25** | 11001 | 110 | 6 | 001 | 1 | 5 | 1 |
| **26** | 11010 | 110 | 6 | 010 | 2 | 4 | 1 |
| **27** | 11011 | 110 | 6 | 011 | 3 | 3 | 1 |
| **28** | 11100 | 110 | 6 | 100 | 4 | 2 | d |
| **29** | 11101 | 110 | 6 | 101 | 5 | 1 | 0 |
| **30** | 11110 | 110 | 6 | 110 | 6 | 0 | 0 |
| **31** | 11111 | 110 | 6 | 111 | 7 | 1 | 0 |

1. Представление булевой функции в аналитическом виде

КДНФ:

f = ⌐X1⌐X2⌐X3X4X5 V ⌐X1⌐X2X3⌐X4⌐X5 V ⌐X1⌐X2X3⌐X4X5 V ⌐X1 ⌐X2 X3X4 ⌐X5 V⌐X1 X2 ⌐X3 ⌐X4 ⌐X5 V⌐X1 X2 ⌐X3 ⌐X4 X5 V⌐X1X2X3X4 ⌐X5 VX1 ⌐X2X3 ⌐X4X5 VX1 ⌐X2 X3 X4 ⌐X5 VX1 ⌐X2 X3 X4 X5 VX1 X2 ⌐X3 ⌐X4 ⌐X5 VX1X2 ⌐X3 ⌐X4X5 VX1 X2 ⌐X3X4 ⌐X5 VX1 X2 ⌐X3 X4 X5

ККНФ:

f = (X1 V X2 V X3 V X4 V X5 ) (X1 V X2 V X3 V X4 V ⌐X5 ) (X1 V X2 V ⌐X3 V ⌐X4 V ⌐X5 ) (X1 V ⌐X2 V X3 V ⌐X4 V ⌐X5 ) (X1 V ⌐X2 V ⌐X3 V X4 V X5 ) (X1 V ⌐X2 V ⌐X3 V X4 V ⌐X5 ) (⌐X1 V X2 V X3 V X4 V ⌐X5 ) (⌐X1 V X2 V X3 V ⌐X4 V ⌐X5 ) (⌐X1 V X2 V X3 V ⌐X4 V ⌐X5 ) (⌐X1 V ⌐X2 V ⌐X3 V X4 V ⌐X5 ) (⌐X1 V ⌐X2 V ⌐X3 V ⌐X4 V X5 ) (⌐X1 V ⌐X2 V ⌐X3 V ⌐X4 V ⌐X5 )

1. Минимизация булевой функции методом Квайна-Мак-Класки
	1. Нахождение простых импликант (максимальных кубов).

Получение кубов различной размерности кубического комплекса К(f) и выделение из них простых импликант.

Таблица 2

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№** | **К0(f) V N (f)** | **√** | **№** | **К1(f)** |  | **√** | **№** | **К2(f)** |  | **√** | **№** | **Z(f)** |
| 1 | 00010 | √ | 1 | 0001X | 1 – 2 |  | 1 | 0XX10 | 2 – 14 |  | 1 | 0001X |
| 2 | 00011 | √ | 2 | 00X10 | 1 – 5 | √ | 2 | X010X | 4 – 19 |  | 2 | 0111X |
| 3 | 00100 | √ | 3 | 0X010 | 1 – 8 | √ | 3 | X01X0 | 5 – 20 |  | 3 | 0XX10 |
| 4 | 00101 | √ | 4 | 0010X | 3 – 4 | √ | 4 | X100X | 10 – 24 |  | 4 | X010X |
| 5 | 00110 | √ | 5 | 001X0 | 3 – 5 | √ | 5 | X10X0 | 11 – 25 |  | 5 | X01X0 |
| 6 | 01000 | √ | 6 | X0100 | 3 – 12 | √ | 6 | 1XX00 | 17 – 26 |  | 6 | X100X |
| 7 | 01001 | √ | 7 | X0101 | 4 – 13 | √ | 7 | 101XX | 19 – 23 |  | 7 | X10X0 |
| 8 | 01010 | √ | 8 | 0X110 | 5 – 9 | √ | 8 | 110XX | 24 - 28 |  | 8 | 1XX00 |
| 9 | 01110 | √ | 9 | X0110 | 5 – 14 | √ |  |  |  |  | 9 | 101XX |
| 10 | 01111 | √ | 10 | 0100X | 6 – 7 | √ |  |  |  |  | 10 | 110XX |
| 11 | 10000 | √ | 11 | 010X0 | 6 – 8 | √ |  |  |  |  |  |  |
| 12 | 10100 | √ | 12 | X1000 | 6 – 16 | √ |  |  |  |  |  |  |
| 13 | 10101 | √ | 13 | X1001 | 7 – 17 | √ |  |  |  |  |  |  |
| 14 | 10110 | √ | 14 | 01X10 | 8 – 9 | √ |  |  |  |  |  |  |
| 15 | 10111 | √ | 15 | X1010 | 8 – 18 | √ |  |  |  |  |  |  |
| 16 | 11000 | √ | 16 | 0111X | 9 – 10 |  |  |  |  |  |  |  |
| 17 | 11001 | √ | 17 | 10X00 | 11 – 12 | √ |  |  |  |  |  |  |
| 18 | 11010 | √ | 18 | 1X000 | 11 – 16 | √ |  |  |  |  |  |  |
| 19 | 11011 | √ | 19 | 1010X | 12 – 13 | √ |  |  |  |  |  |  |
| 20 | 11100 | √ | 20 | 101X0 | 12 – 14 | √ |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  | 21 | 1X100 | 12 – 20 | √ |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  | 22 | 101X1 | 13 – 15 | √ |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  | 23 | 1011X | 14 – 15 | √ |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  | 24 | 1100X | 16 – 17 | √ |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  | 25 | 110X0 | 16 – 18 | √ |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  | 26 | 11X00 | 16 – 20 | √ |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  | 27 | 110X1 | 17 – 19 | √ |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  | 28 | 1101X | 18 – 19 | √ |  |  |  |  |  |  |

* 1. Составление импликантной таблицы.

Импликатная таблица (табл. 3) в первоначальном виде содержит 10 строк (по числу простых импликант) и 14 столбцов (по числу существенных вершин).

Таблица 3

|  |  |
| --- | --- |
| **Простые****импликанты****(максимальные кубы)** | **0 – кубы** |
| 00011 | 00100 | 00101 | 00110 | 01000 | 01001 | 01111 | 10101 | 10110 | 10111 | 11000 | 11001 | 11010 | 11011 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 |
| 1. 0001X
 | (\*) |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1. 0111X
 |  |  |  |  |  |  | (\*) |  |  |  |  |  |  |  |
| 1. 0XX10
 |  |  |  | \* |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 1. X010X
 |  | \* | (\*) |  |  |  |  | \* |  |  |  |  |  |  |
| 1. X01X0
 |  | \* |  | \* |  |  |  |  | \* |  |  |  |  |  |
| 1. X100X
 |  |  |  |  | \* | (\*) |  |  |  |  | \* | \* |  |  |
| 1. X10X0
 |  |  |  |  | \* |  |  |  |  |  | \* |  | \* |  |
| 1. 1XX00
 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | \* |  |  |  |
| 1. 101XX
 |  |  |  |  |  |  |  | \* | \* | (\*) |  |  |  |  |
| 1. 110XX
 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | \* | \* | \* | (\*) |

* 1. Определение существенных импликант

Импликанты 1,2,4,6,9,10 – существенные, так как они покрывают соответствующие вершины, непокрытые другими импликантами. Вычеркнем из таблицы строки, соответствующие этим импликантам, а также столбцы, соответствующие вершинам, покрываемым существенными импликантами, в результате получаем упрощенную импликатную таблицу (табл. 4)

Таблица 4

|  |
| --- |
| **Простые****импликанты****(максимальные кубы)** |
| 00100 | 00110 | 01000 | 10110 | 11000 | 11010 |
| a | b | c | d | e | f |
| 1. 0XX10
 |  | \* |  |  |  |  |
| 1. X01X0
 | \* | \* |  | \* |  |  |
| 1. X10X0
 |  |  | \* |  | \* | \* |
| 1. 1XX00
 |  |  |  |  | \* |  |

Множество существенных импликант ( максимальных кубов) образует ядро покрытия, как его обязательную часть:

$$T= \left\{\begin{array}{c}0001X\\0111X\\X010X\\X100X\\101XX\\110XX\end{array}\right\}$$

* 1. Определение минимального покрытия

*Метод Парика*. Выпишем булево выражение Y, определяющее условие покрытия все 0-кубов (существенных вершин), не покрываемых существенными импликантами, в соответствии с табл. 4

Y = B( A V B)CB(C V D)C = CB(AVB)(CVD) = AB VB VC VCD = B V C

В полученном выражении каждый из двух конъюктивных термов соответствует одному из вариантов покрытия, среди которых находятся и минимальные(в частном случае оно единственное).

Возможны следующие варианты покрытия:

С1 =$ \left\{\begin{array}{c}T\\B\end{array}\right\}$(Sa1 = 23, Sb1 = 30); С2 =$ \left\{\begin{array}{c}T\\C\end{array}\right\}$(Sa2 = 23, Sb2 = 30);

Таким образом минимальные покрытия функции - С1 и С2;

$T= \left\{\begin{array}{c}0001X\\0111X\\X010X\\X100X\\101XX\\110XX\\X01X0\end{array}\right\}$;$ T= \left\{\begin{array}{c}0001X\\0111X\\X010X\\X100X\\101XX\\110XX\\X10X0\end{array}\right\}$

Покрытию С1  соответствует МДНФ следующего вида:

F1 = ⌐X1⌐X2⌐X3X4 V ⌐X1X2X3X4  V ⌐X2X3⌐X4 V X2⌐X3⌐X4 V X1⌐X2X3 V X1X2⌐X3 V ⌐X2X3⌐X5 ;

Покрытию С2  соответствует МДНФ следующего вида:

F1 = ⌐X1⌐X2⌐X3X4 V ⌐X1X2X3X4  V ⌐X2X3⌐X4 V X2⌐X3⌐X4 V X1⌐X2X3 V X1X2⌐X3 V X2⌐X3⌐X5

1. Минимизация булевой функции на картах Карно

4.1 Определение МДНФ

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x1x2 | x3x4x5 | 000 | 001 | 011 | 010 | 100 | 101 | 111 | 110 |
| 00 |  |  | 1 | d | 1 | 1 |  | 1 |
| 01 | 1 | 1 |  | d |  |  | 1 | d d |
| 11 | 1 1 | 1 | 1 | 1 1 | d |  |  |  |
| 10 | d |  |  |  | d d | 1 | 1 | 1 |

S1 = ⌐X1⌐X2

S2 = ⌐X1X2

S3 = X1X2⌐X3

S4 = X1⌐X2X3

S5 = X1 ⌐X3⌐X4 ⌐X5

S6 = X2⌐X3X4 ⌐X5

S7 = X1X3⌐X4 ⌐X5

S8 = ⌐X1 X3X4 ⌐X5

Тогда, МДНФ:

F =⌐X1⌐X2 V ⌐X1X2V X1X2⌐X3V X1⌐X2X3V X1 ⌐X3⌐X4 ⌐X5 V X2⌐X3X4 ⌐X5V X1X3⌐X4 ⌐X5V⌐X1 X3X4 ⌐X5 = ⌐X1V X1X2⌐X3V X1⌐X2X3V X1 ⌐X3⌐X4 ⌐X5 V X2⌐X3X4 ⌐X5V X1X3⌐X4 ⌐X5V⌐X1 X3X4 ⌐X5=⌐X1V X1X2⌐X3V X1⌐X2X3V X1 ⌐X3⌐X4 ⌐X5 V X2⌐X3X4 ⌐X5V X1X3⌐X4 ⌐X5

Тогда:

Сmin(f)=$ \left\{\begin{array}{c}0XXXX\\110XX\\101XX\\1X000\\X1010\\1X100\\\end{array}\right\}$

Для которого Sa2 = 19, Sb2 = 25

4.2 Определение МКНФ

Получение МКНФ производится по нулевому покрытию булевой функции. Для этой цели на карте Карно выделяются клетки, соответствующие наборам аргументов, на которых функция принимает нулевое значение. Минимальное нулевое покрытие определяется по тем же принципам, что и единичное

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x1x2 | x3x4x5 | 000 | 001 | 011 | 010 | 100 | 101 | 111 | 110 |
| 00 | 0 | 0 |  | d |  |  | 0 |  |
| 01 |  |  | 0 | d | 0 | 0 |  | d |
| 11 |  |  |  |  | d | 0 | 0 | 00 |
| 10 | d | 0 | 0 | 00 | d |  |  |  |

Сmin(⌐f)=$ \left\{\begin{array}{c}111XX\\10XXX\\01XXX\\X00X0\\X1110\\00XX1\\\end{array}\right\}$

Для которого Sa = 17, Sb = 23

МКНФ имеет следующий вид:

F=(⌐X1 V ⌐X2 V ⌐X3)( ⌐X1 V X2)( X1 V ⌐X2) ( ⌐X2 V⌐ X3 V⌐ X4 V X5)( X2 V X3 V X5)( X1 V X2 V ⌐X5)

1. Преобразование минимальных форм булевой функции

Факторное преобразование для МДНФ

F =⌐X1V X1X2⌐X3V X1⌐X2X3V X1 ⌐X3⌐X4 ⌐X5 V X2⌐X3X4 ⌐X5V X1X3⌐X4 ⌐X5 =

= =⌐X1V X1⌐X3 (X2 V ⌐X4 ⌐X5) V X1X3 (⌐X2 V ⌐X4 ⌐X5)V X2⌐X3X4 ⌐X5

Для которого

SQ =20

Решение задачи декомпозиции применительно к полученной форме не приведет к уменьшению цены схемы.

 Факторное преобразование для МКНФ:

F=(⌐X1 V ⌐X2 V ⌐X3)( ⌐X1 V X2)( X1 V ⌐X2) ( ⌐X2 V⌐ X3 V⌐ X4 V X5)( X2 V X3 V X5)( X1 V X2 V ⌐X5)=

=(⌐X1 V X2⌐X3)( X1 V ⌐X2⌐X5)(X5 V (X2 V X3)( ⌐X2 V⌐ X3 V X4))=

=(⌐X1 V X2⌐X3)( X1 V ⌐X2⌐X5)(X5V⌐X3 X2V X2 X4 V X3 ⌐X2 V X3 X4 )

Для которого

SQ =18

6. Синтез комбинационных схем в булевом базисе

F=(⌐X1 V ⌐X2 V ⌐X3)( ⌐X1 V X2)( X1 V ⌐X2) ( ⌐X2 V⌐ X3 V⌐ X4 V X5)( X2 V X3 V X5)( X1 V X2 V ⌐X5)

Булевый базис с парафазными входами:

⌐X1

1

⌐X2

⌐X3

1

X2

1

X1

&

 f

1

⌐X4

X5

X3

1

1

⌐X5

Задержка схемы с парафазными входами T = 2t, цена схемы SQ =16.

Булевый базис с однофазными входами:

 X2

1

X1

1

1

1

1

X2 X1

1

1

X3

F

1

1

X4

1

X5

1

1

X3

X5

Задержка схемы с парафазными входами T = 3t, цена схемы SQ =21.