



Лекция №7

14 октября 2011 года

Неинерциальные системы отсчета. Закон всемирного тяготения (материалы к лекции)

Содержание лекции 7

**Второй закон Ньютона в
неинерциальных системах отсчета
(НИСО).**

**Силы инерции: поступательная,
центробежная, кориолисова и примеры
их проявления.**

**Закон всемирного тяготения для системы
материальных точек, его
формулировка в векторной форме.**

7.1. СИЛЫ ИНЕРЦИИ

- Поступательная сила инерции
- Центробежная сила инерции
- Сила Кориолиса

7.1.1. Поступательная сила инерции

K -система отсчета (лабораторная СО) – инерциальная система отсчета (ИСО).

Рассмотрим поступательное движение K' -системы отсчета (собственной СО), движущейся относительно ИСО с некоторым ускорением.

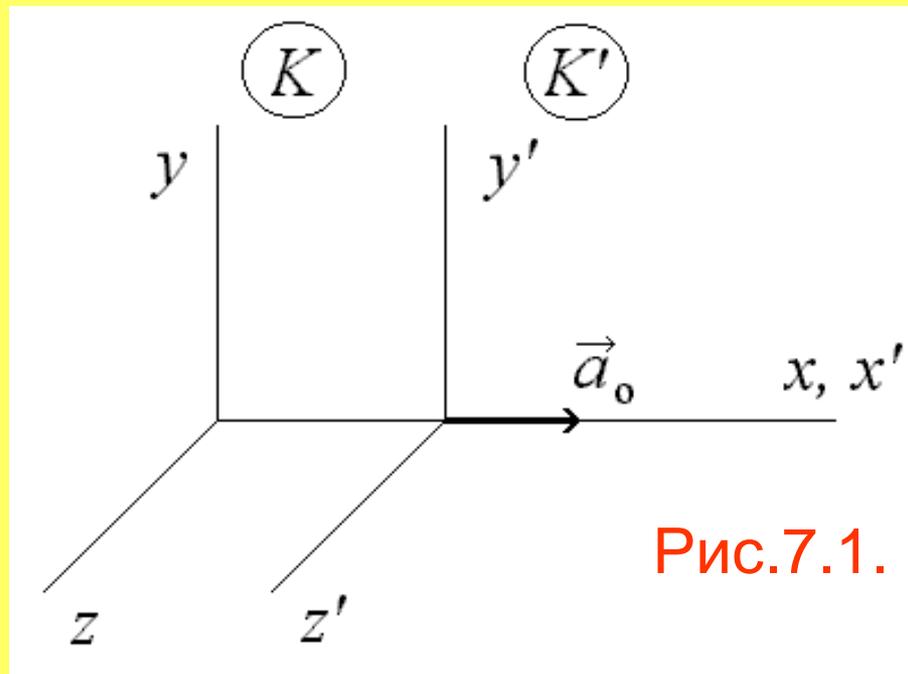


Рис.7.1.

Пример 1

ИНЕРЦИАЛЬНАЯ СИСТЕМА ОТСЧЕТА (*K*-система отсчета)

$$m\vec{a} = \Sigma \vec{F}_i = m\vec{g} + \vec{T} \quad (7.1)$$

..... \Rightarrow Искомые: угол α , величина силы натяжения T

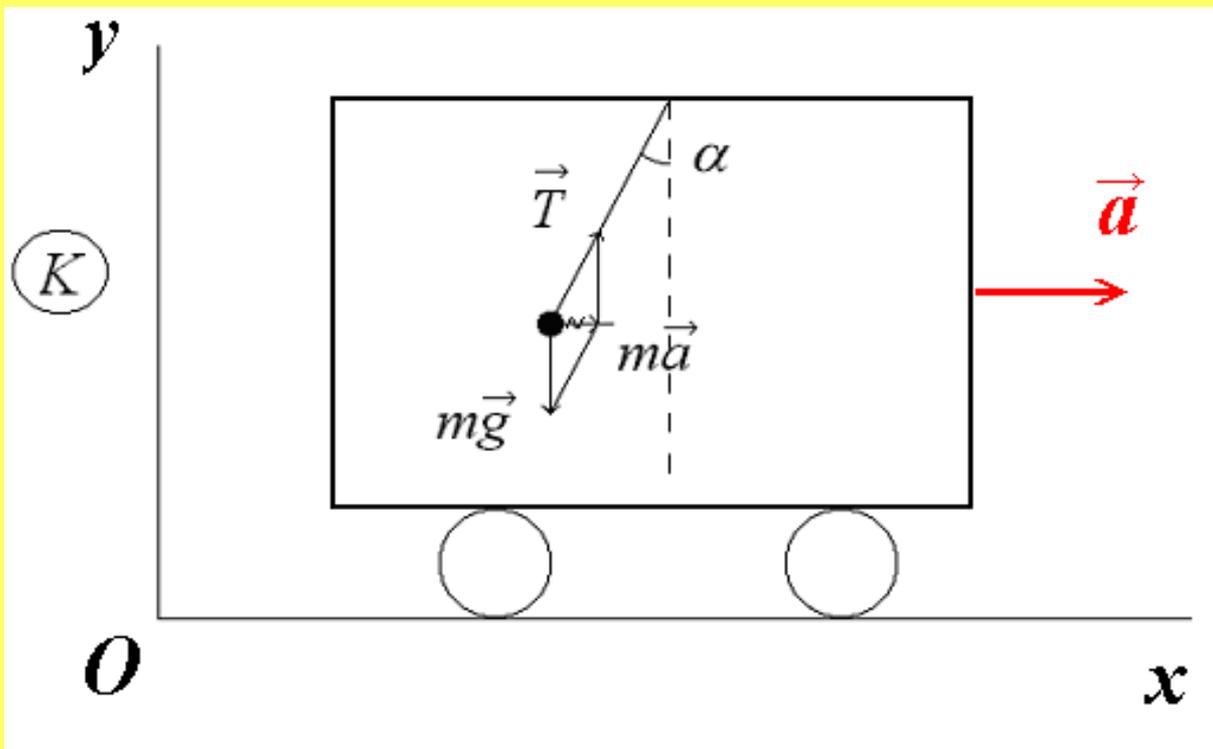


Рис.7.2.

Пример 1 (продолжение)

НЕИНЕРЦИАЛЬНАЯ СИСТЕМА ОТСЧЕТА (K' -система отсчета)

$$m\vec{a}' = \Sigma \vec{F}_i = m\vec{g} + \vec{T} + \vec{F}_{\text{ин}}, \quad \text{где } \vec{a}' = 0 \quad (7.2)$$

..... \Rightarrow Искомые: угол α , величина силы натяжения T

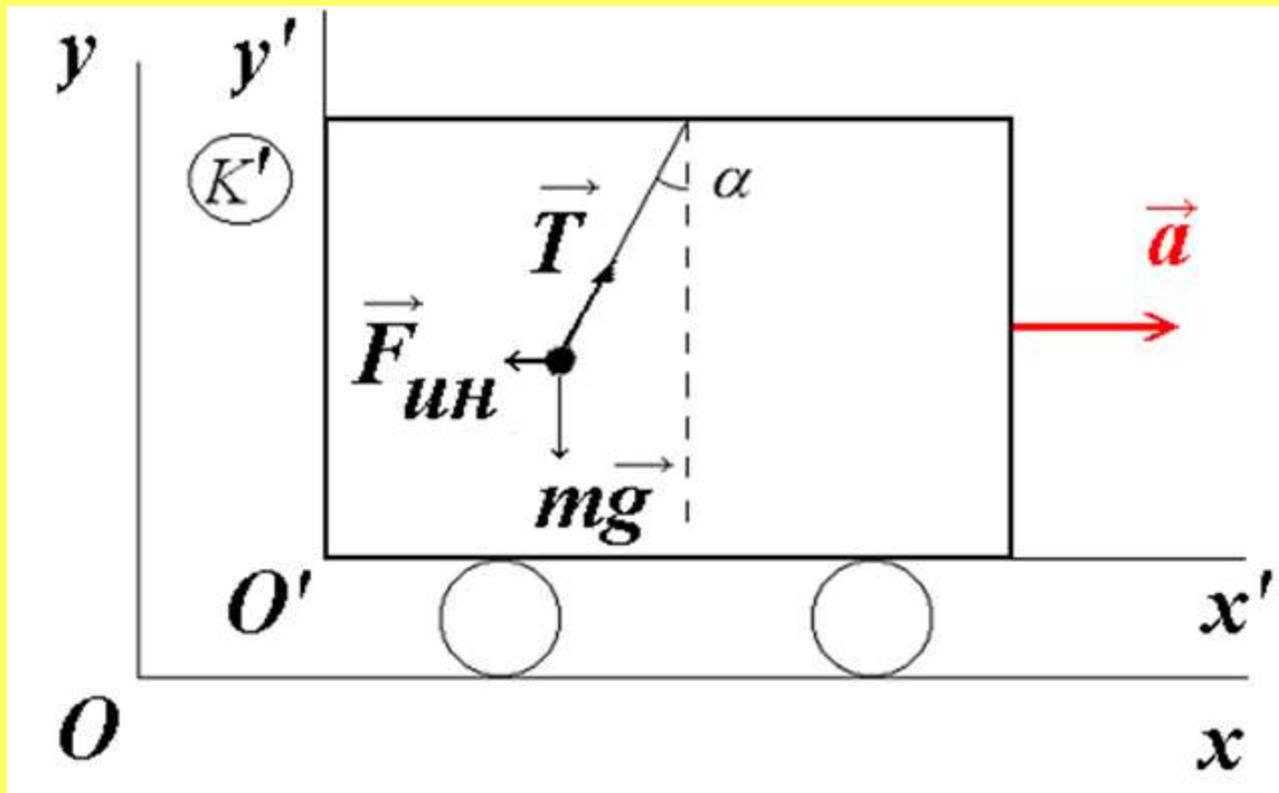
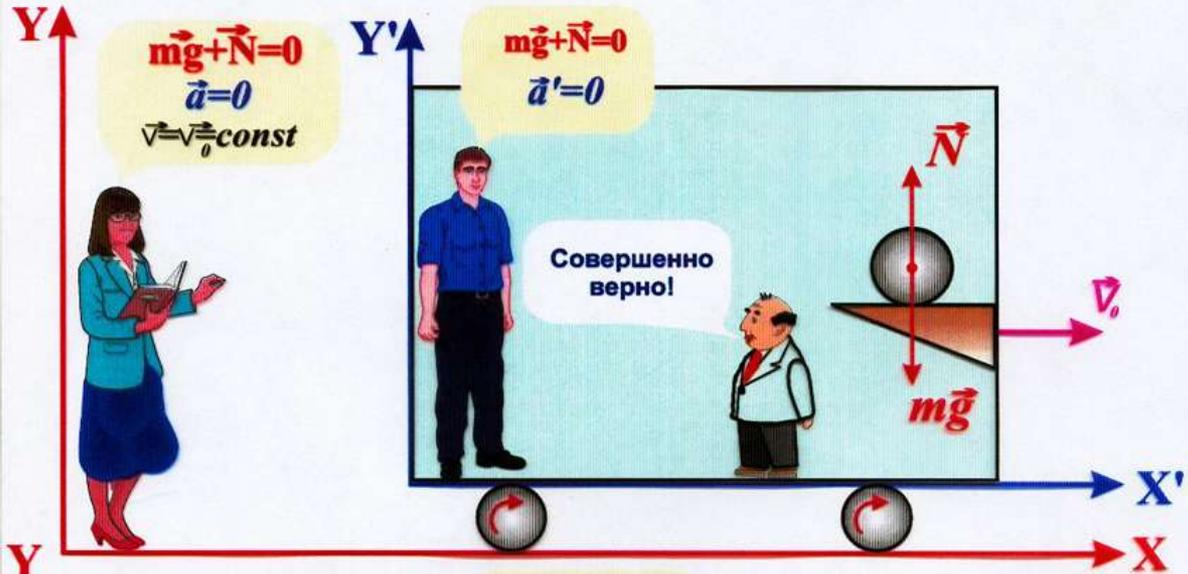


Рис.7.3.

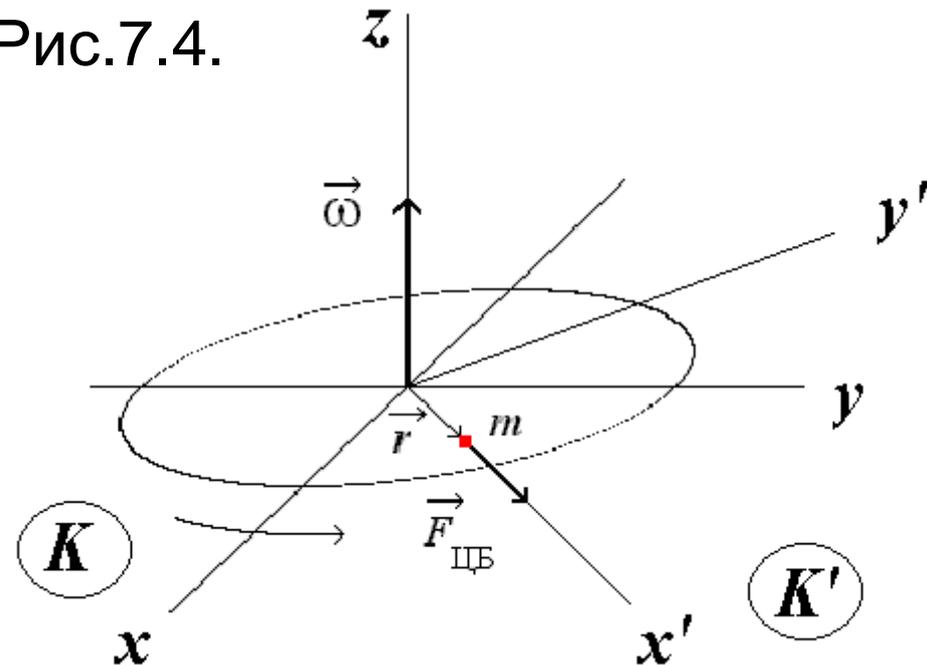


7.1.2. Центробежная сила инерции

$$m\vec{a}' = \Sigma \vec{F}_i = m\vec{g} + \vec{T} + \vec{F}_{\text{цб}} + \vec{F}_{\text{тр}}, \quad \text{где } \vec{a}' = 0 \quad (7.3)$$

- Центробежная сила инерции обусловлена *вращательным движением* СО.
- К'-система вращается с постоянной угловой скоростью ω вокруг неподвижной оси.

Рис.7.4.



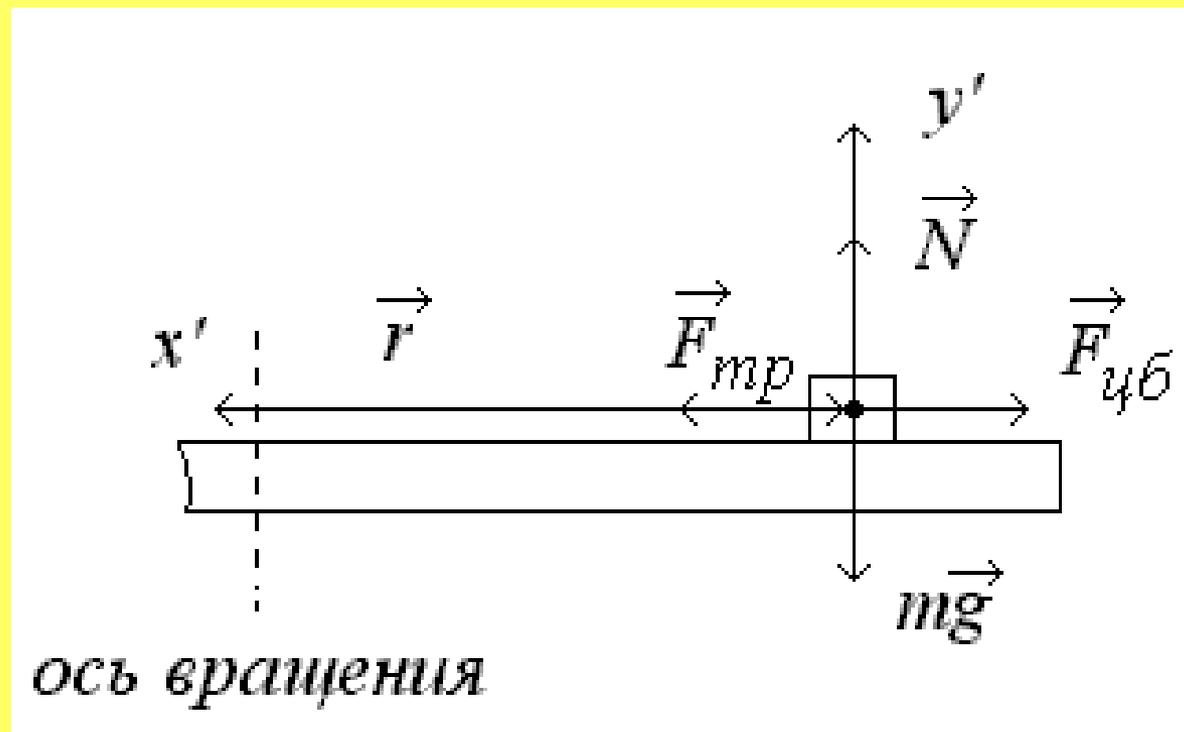
Центробежная сила инерции

$$\vec{F}_{\text{цб}} = m \cdot \omega^2 \vec{r} \quad (7.4)$$

Пример 2

Тело покоится на вращающейся платформе. Найти величину угловой скорости ω , при которой начнется движение тела. Дан коэффициент трения тела μ .

Рис.7.5.



Рассмотрим движение в НИСО:

$$m\vec{a}' = \Sigma \vec{F}_i = m\vec{g} + \vec{T} + \vec{F}_{\text{цб}} + \vec{F}_{\text{тр}} , \quad \text{где } \vec{a}' = 0$$

$F_{\text{цб}}$ – центробежная сила инерции. В проекциях на оси имеем:

$$\begin{aligned} x : & \begin{cases} \mu N - m\omega^2 r = 0 \\ -mg + N = 0 \end{cases} \\ y : & \end{aligned}$$

Далее: $\mu mg = m\omega^2 r \quad \Rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{\mu g}{r}}$

Пример 3

На сколько изменится вес тела ΔP на поверхности Земли, если учесть суточное вращение планеты вокруг своей оси?

МЕХАНИКА

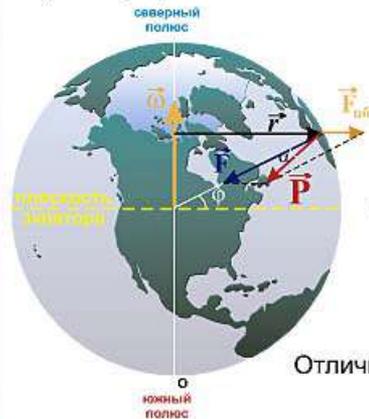
Сила притяжения. Сила тяжести

$$F = \gamma \frac{m_3 m}{R_3^2} - \text{сила взаимодействия тела с Землей}$$

$$\vec{P} = m\vec{g} - \text{сила тяжести - сила, с которой тело притягивается к Земле}$$

Если бы Земля не вращалась вокруг оси: $\vec{F} = \vec{P}$

Так как Земля вращается с угловой скоростью $\vec{\omega}$, в системе отсчета, связанной с Землей (неинерциальная система), сила тяжести равна:



$$\vec{P} = \vec{F} + \vec{F}_{цфн}$$

$$\vec{F}_{цфн} = m \omega^2 \vec{r} - \text{центробежная сила инерции}$$

По модулю $F_{цфн}$ меняется в пределах:

$$0 < F_{цфн} < 0,033m$$

на полюсе на экваторе

Отличие \vec{P} и \vec{F} мало и зависит от широты φ

Из геометрии рисунка получаем:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \varphi} = \frac{F_{цфн}}{P} = \frac{\omega^2 R_3 \cos \varphi}{g} \text{ или } \sin \alpha \approx 0,0018 \sin 2\varphi$$

Например: $\alpha = 0 \Rightarrow \begin{cases} \varphi = 0 & g = 9,780 \text{ м/с} \\ \varphi = 90^\circ & g = 9,832 \text{ м/с} \end{cases}$
 $\alpha = 6' \Rightarrow \varphi = 45^\circ \quad g = 9,810 \text{ м/с}$



7.1.3. Сила Кориолиса

- Одна из сил инерции, существующая во вращающейся системе отсчёта и проявляющаяся при движении тела в направлении под углом к оси вращения.
- Названа по имени французского учёного Г. Кориолиса.

Сила Кориолиса

Только при движении тела относительно вращающейся системы отсчета, кроме $\vec{F}_{\text{ЦБ}}$, появляется еще сила инерции — сила Кориолиса $\vec{F}_{\text{К}}$ (или *кориолисова сила инерции*).

Гюстав Гаспар де **Кориолис** (Coriolis) (1792-1843) – французский ученый в области механики. Теория относительности движения (1835). Его имя внесено в список величайших учёных Франции, помещённый на первом этаже Эйфелевой башни.

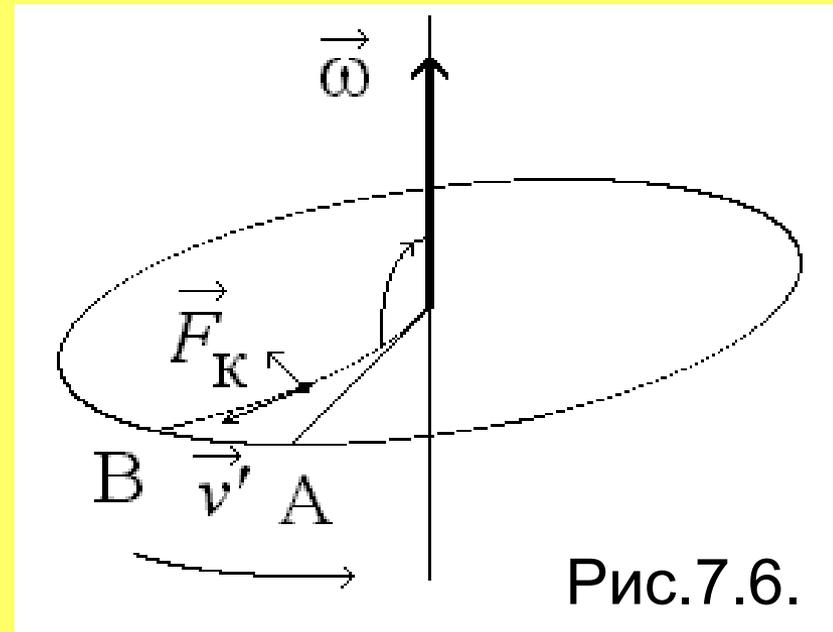


Сила Кориолиса

Появление кориолисовой силы может быть обнаружено на относительно простом примере:
движение шарика

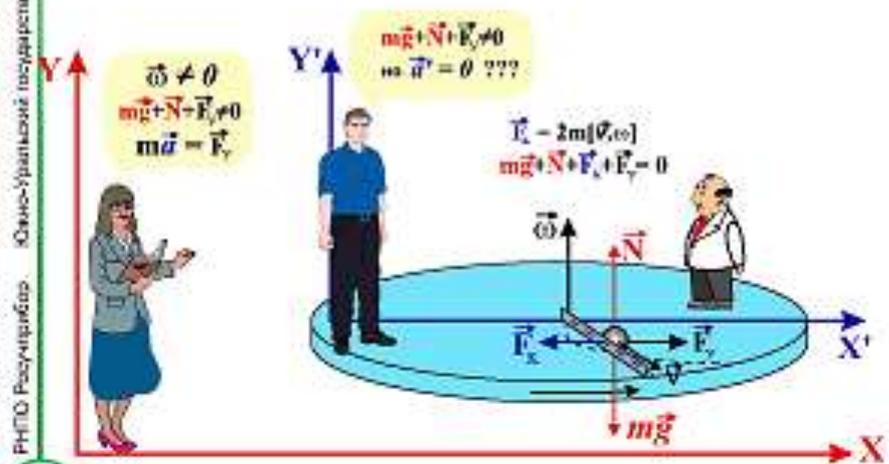
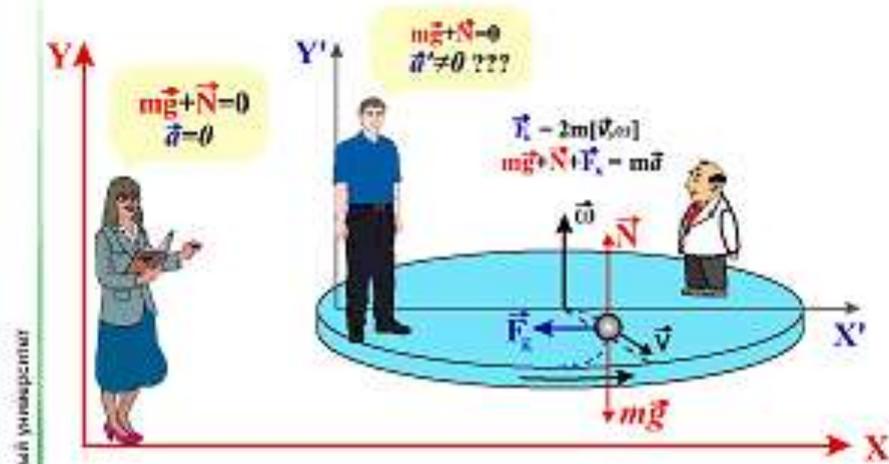
Следовательно, по отношению к вращающейся системе отсчета K' шарик ведет себя так, как если бы на него действовала бы дополнительная сила

$$\vec{F}_K \perp \vec{v}'$$



МЕХАНИКА

Сила Кориолиса



Сила Кориолиса

$$\vec{F}_{\text{кор}} = 2m[\vec{v}' \vec{\omega}] \quad (7.5)$$

Примеры проявления силы Кориолиса

- На частицы воды в реках Северного полушария, текущих в меридиональном направлении, действуют кориолисовы силы инерции, которые направлены перпендикулярно к скорости течения реки и вызывают подмывание правого по течению берега.
- Маятник Фуко

Маятник Фуко



Маятник [Фуко](#) в Парижском Пантеоне;
впервые был продемонстрирован в 1851 году

- **Маятник Фуко** - металлический шар массой 28 кг с закреплённым на нём остриём на стальной проволоке длиной 67 м.
- Крепление маятника позволяло ему свободно колебаться во всех направлениях, под точкой крепления было сделано круговое ограждение диаметром 6 метров, по краю ограждения была насыпана песчаная дорожка таким образом, чтобы маятник в своём движении мог при её пересечении прочерчивать на песке отметки.
- Чтобы избежать бокового толчка при пуске маятника, его отвели в сторону и привязали верёвкой, после чего верёвку пережгли.

Маятник Фуко

- Период колебания маятника при такой длине подвеса составлял 16,4 секунд
- При каждом колебании отклонение от предыдущего пересечения песчаной дорожки составляло ~3 мм
- За час плоскость колебаний маятника повернулась более чем на 11° , то есть примерно за 32 часа совершила полный оборот и вернулась в прежнее положение.

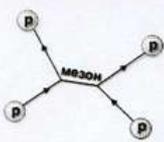
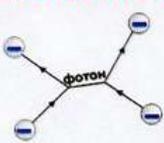
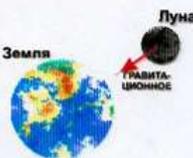
7.2. Закон всемирного тяготения

- **Всемирное тяготение (тяготение, гравитация)** — фундаментальное взаимодействие в природе, которому подвержены все материальные тела.
- Главным образом гравитация играет определяющую роль **в масштабах космоса**. Термин **гравитация** используется также как название раздела в физике, изучающего гравитационное взаимодействие.

**Гравитационное взаимодействие —
одно из четырёх фундаментальных
взаимодействий в окружающем нас
мире**

МЕХАНИКА ➤

Виды взаимодействий

ВИД	ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИЕ ЧАСТИЦЫ	ПРОЯВЛЕНИЕ	МЕХАНИЗМ	ИНТЕНСИВНОСТЬ	РАДИУС ДЕЙСТВИЯ, м
СИЛЬНОЕ 	тяжелые частицы (пионы и выше)	Ядерные силы, обеспечивающие существование ядер	обмен глюонами	1	10^{-15}
ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ 	заряженные частицы, фотоны	Кулоновская сила, обеспечивающая существование атома	обмен фотонами	$\frac{1}{137}$	∞
СЛАБОЕ 	все частицы, кроме фотона	β - распад	обмен бозонами	10^{-10}	10^{-18}
ГРАВИТАЦИОННОЕ 	все тела вселенной	Всемирное тяготение, обеспечивающее существование звезд, планетных систем	обмен гравитонами	10^{-38}	∞

- В *КлМ* гравитационное взаимодействие описывается законом всемирного тяготения (Ньютон, 1682), который гласит, что сила гравитационного притяжения между двумя телами массы m_1 и m_2 , разделённых расстоянием R есть

$$F = G \frac{m_1 m_2}{R^2}, \quad (7.6)$$

где G – постоянная тяготения; $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)$.

МЕХАНИКА

Закон всемирного тяготения (1682 г)

Ньютон обосновал закон всемирного тяготения, анализируя движение Луны вокруг Земли.

Центростремительное ускорение Луны на орбите

из кинематических условий

$$a_{цс} = \frac{v^2}{r} = \frac{4\pi^2 r}{T^2} \approx 2,7 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}^2$$

из закона всемирного тяготения

$$m_{л} a = \gamma \frac{m_{л} M_{з}}{r^2}$$

поверхности Земли

$$m g = \gamma \frac{m M_{з}}{R_{з}^2}$$

$$a = g \left(\frac{R_{з}}{r} \right)^2 \approx 2,73 \cdot 10^{-3} \text{ м/с}^2$$

Совпадение $a_{цс}$ и a убедило Ньютона в справедливости закона всемирного тяготения

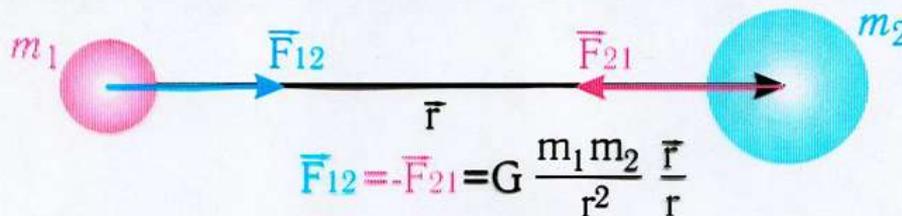
$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}$$



МЕХАНИКА

Гравитационное взаимодействие (Ньютон, 1687 г.)

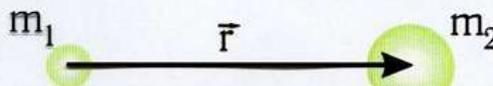
Универсальное взаимодействие между любыми видами материи



В таком виде справедлив для
а) материальных точек



б) тел со сферически-симметричным
распределением масс



в) тел произвольной формы,
размеры которых малы
по сравнению с расстоянием между ними



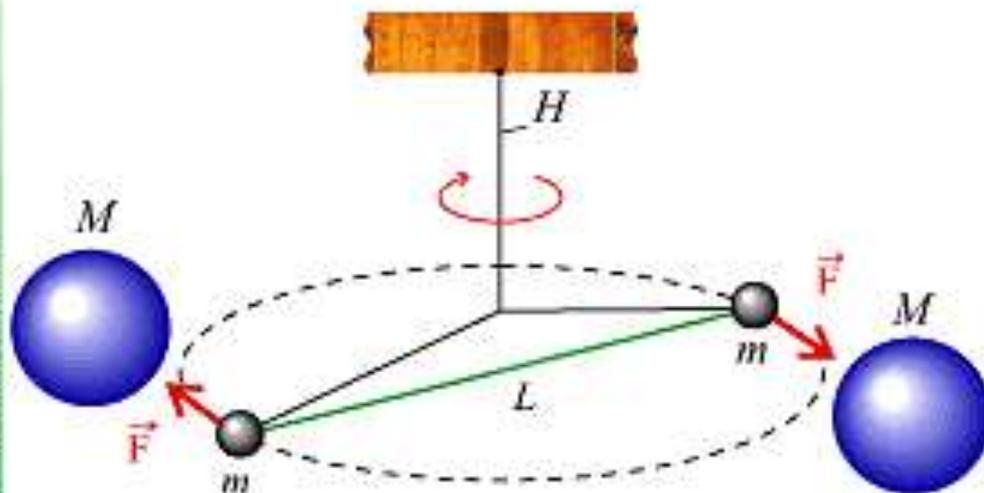
Гравитационное взаимодействие осуществляется через гравитационное поле и является центральным.



МЕХАНИКА

Опыт Кавендиша

Кавендиш выполнил опыты по обнаружению гравитационного взаимодействия тел небольших размеров с помощью крутильных весов



H - тонкая нить

L - двухметровый стержень

m - свинцовые шары (диаметром 5 см и массой 775 г)

M - свинцовые шары (диаметром 20 см и массой 49,5 кг)

Измеряя силу взаимодействия шаров m и M по углу закручивания нити, Кавендиш определил гравитационную постоянную:

$$\gamma = \frac{F \cdot r^2}{M m} = 6,65 \cdot 10^{-11} \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{кг}}$$



МЕХАНИКА

Сила тяжести. Вес тела

Сила тяжести сила притяжения, действующая со стороны Земли на все тела

$$\vec{F}_T = m\vec{g}$$

Вес тела (P) сила, с которой тело вследствие его притяжения к Земле действует на горизонтальную опору или подвес

\vec{F}_y

упругая сила, действующая на тело со стороны опоры (или подвеса)

$a = 0$	$a > 0$	$0 < a < g$	$a > g$
$\vec{P} = -\vec{F}_y, \quad \vec{F}_y + m\vec{g} = m\vec{a}$			
$P = mg$	$P = m(g + a)$ перегрузка	$P = m(g - a)$	$P = 0$ невесомость

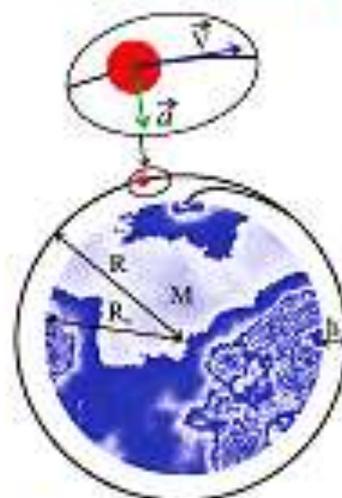
ФНПО Росучгироб. Южно-Уральский государственный университет



МЕХАНИКА

Первая космическая скорость

Скорость, с которой происходит движение тела по круговой орбите под действием гравитационной силы, называется **первой космической скоростью**

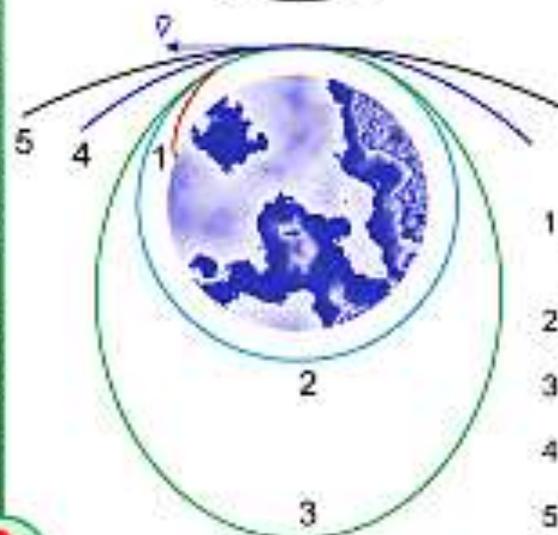


для Земли: $h \ll R_0$

$$\frac{v^2}{R} = a = g_0 = 9,81 \text{ м/с}^2 \quad v = 7,9 \text{ км/с}$$

для любого небесного тела:

$$a = \frac{F}{m} = \gamma \frac{M}{R^2} \Rightarrow v = \sqrt{\gamma \frac{M}{R}}$$

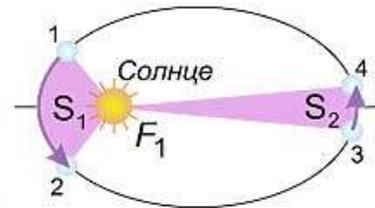
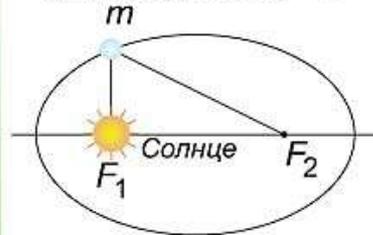


Возможные орбиты
в гравитационном поле

1. $V < 7,9 \text{ км/с}$ - траектория тела, падающего на Землю
2. $V = 7,9 \text{ км/с}$ - круговая орбита
3. $7,9 < V < 11,2 \text{ км/с}$ - эллипс
4. $V = 11,2 \text{ км/с}$ - парабола
5. $V > 11,2 \text{ км/с}$ - гипербола



МЕХАНИКА ➤



$$(T_1/T_2)^2 = (r_1/r_2)^3$$

Законы Кеплера

свидетельство в пользу закона всемирного тяготения Ньютона

I. Траектория движения каждой планеты вокруг Солнца представляет собой эллипс, в одном из фокусов которого находится Солнце

$$F_1 m + F_2 m = const$$

II. Каждая планета движется так, что воображаемая линия, соединяющая ее с Солнцем, описывает равные площади за равные промежутки времени

$$\text{если } t_{12} = t_{34} \text{ то } S_1 = S_2$$

III. Отношение квадратов периодов любых двух планет, равно отношению кубов их средних расстояний от Солнца

Планета	Среднее расстояние до Солнца r , 10^6 км	Период T , год	r^3/T^2 , 10^{24} км ³ /год ²
Меркурий	57,9	0,241	3,34
Венера	108,2	0,615	3,35
Земля	149,6	1,0	3,35
Марс	227,9	1,88	3,35
Юпитер	778,3	11,86	3,35
Сатурн	1427	29,5	3,34
Уран	2840	84,0	3,35
Нептун	4497	165,0	3,34
Плутон	5900	148,0	3,33



Лекция 8

Специальная теория относительности