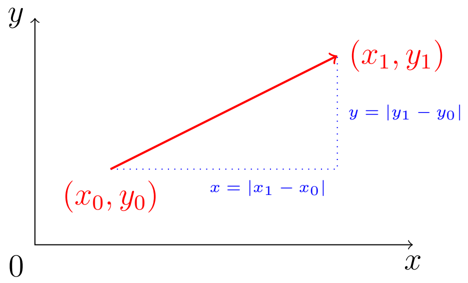
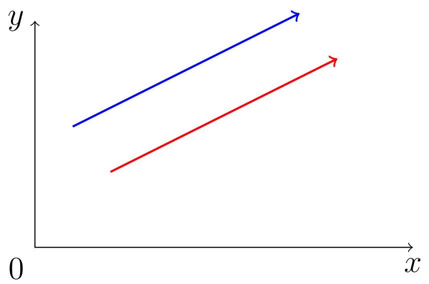
Математика.
Что нам надо вспомнить про векторы.

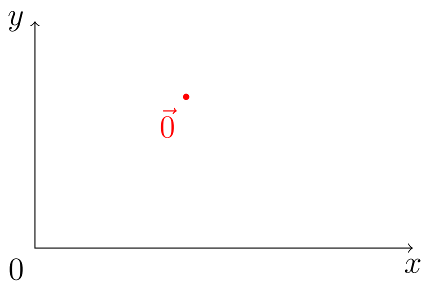
1. *Длиной вектора* $\vec{a}$ называется длина отрезка, составляющего вектор. Длина вектора обозначается как $|\vec{a}|$. Для расчёта длины вектора достаточно посчитать расстояние между крайними его точками, что для вектора $\vec{a} = \{a_1, a_2, ..., a_n\}$ легко выполнить по формуле[1] $\rho = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + ... + a_n^2}$, где a_i — пространственная координата вектора, n — размерность линейного пространства. Проще говоря, для плоскости длиной вектора будет $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$, для трёхмерного пространства — $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, а для прямой — просто x.



2. Векторы, лежащие на прямых, параллельных одной прямой, называются *коллинеарными*, а векторы, лежащие в плоскостях, параллельных одной плоскости — *компланарными*.



3. *Нулевой вектор* $\vec{0}$ — вектор, начало которого совпадает с его концом. Нулевой вектор обладает следующими свойствами: $\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$, $\vec{b} \cdot \vec{0} = \vec{0}$, $\vec{c} + (-\vec{c}) = \vec{0}$.

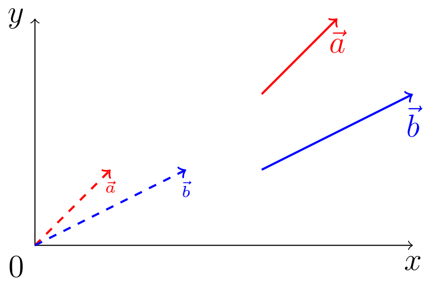


4. Два вектора равны, если все пространственные координаты этих векторов равны. На первом графике изображено наглядно, что называется про-

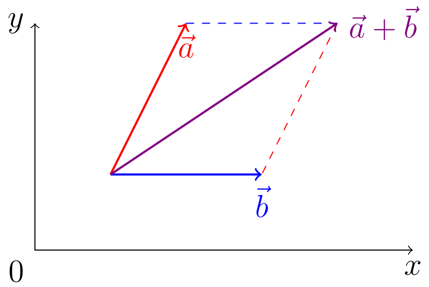
[1] Или, раз мы тут все такие ИТМОшники, $\rho = \sqrt{\sum\limits_{i=1}^{n} a_i^2}$

странственной координатой, так что дальнейшие объяснения не требуются.

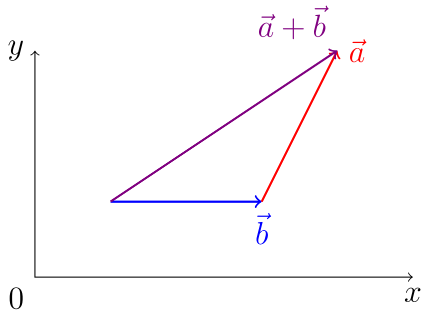
5. Привести векторы к общему началу можно обычным параллельным переносом. Не имеет значение, из какой точки выходит вектор, так что изображение его построить разрешено в любой части плоскости.

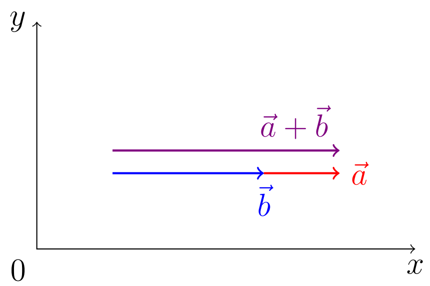


6. Для сложения двух векторов можно пользоваться правилом параллелограмма: результатом сложения двух векторов является диагональ параллелограмма, построенного на них и выходящая из той же точки, что и эти два вектора (при условии, что векторы приведены к общему началу). Правило параллелепипеда используется для сложения трёх векторов: эти три вектора приводятся к общему началу, а затем диагональ параллелограмма, построенного на них и выходящая из этого же начала, является результатом.



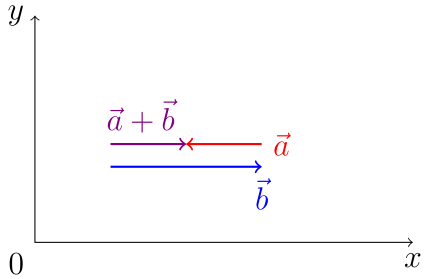
7. Доказательство того, что $|\vec{a}+\vec{b}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}|$ сводится к несложной геометрической задаче. Два вектора, не параллельных между собой, и их сумма представляют собой треугольник. Известно, что длина каждой из сторон треугольника меньше суммы длин двух других сторон. В случае же, если два вектора параллельны, то длина их суммы будет равняться разности (если вектора сонаправлены) или сумме (если они противонаправлены) их длин.





8. Аналогично легко доказывается то, что $|\vec{a}+\vec{b}| \geq |\vec{a}|-|\vec{b}|$. Снова рассмотрим

случай, когда два вектора не параллельны, тогда, перенеся $\vec{b}$ в левую часть выражения и получив $|\vec{a}+\vec{b}|+|\vec{b}| \geq |\vec{a}|$, снова имеем то же самое правило: $|\vec{a}|$ действительно всегда меньше суммы $|\vec{a}+\vec{b}|$ и $|\vec{b}|$. И, опять же, если векторы параллельны, то, если они противонаправлены, длина их суммы будет равнятся разности их длин.



9. Чтобы умножить вектор $\vec{a} = \{a_1, a_2, ..., a_n\}$ на число λ, достаточно умножить каждую его пространственную координату на число λ:

$$\lambda\vec{a} = \{\lambda a_1, \lambda a_2, ..., \lambda a_n\}$$

10. Чтобы разделить вектор на число λ, достаточно умножить его на число $\frac{1}{\lambda}$.
11. *Единичным вектором* называют вектор, длина которого равна единице. Таким образом, любой вектор можно представить как какое-то (не обязательно целое) число единичных векторов.