

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 2

Изучение центрального соударения двух тел. Проверка второго закона Ньютона

Цель работы

1. Экспериментальная проверка законов упругого и неупругого центрального соударения для системы двух тележек, движущихся с малым трением.
2. Исследование зависимости ускорения тележки от приложенной силы и массы тележки.

Теоретические основы лабораторной работы

Часть 1

Рассмотрим абсолютно упругое центральное соударение двух тел массами m_1 и m_2 . При таком соударении в замкнутой системе двух тел выполняются законы сохранения импульса и энергии. Пусть до соударения движется только первое тело, тогда уравнения законов имеют вид

$$\begin{cases} m_1 \vec{v}_{10} = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 \\ \frac{m_1 v_{10}^2}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2} + \frac{m_2 v_2^2}{2} \end{cases}, \quad (1)$$

где \vec{v}_{10} – скорость первого тела до удара, \vec{v}_1 и \vec{v}_2 – соответственно, скорости первого и второго тел после удара. Считая скорость \vec{v}_{10} известной, найдем скорости обоих тел после удара. Пусть условия

соударения таковы, что после удара оба тела продолжают двигаться параллельно той прямой, по которой двигалось первое тело до удара.

Введем координатную ось OX , сонаправленную с вектором \vec{v}_{10} (см.

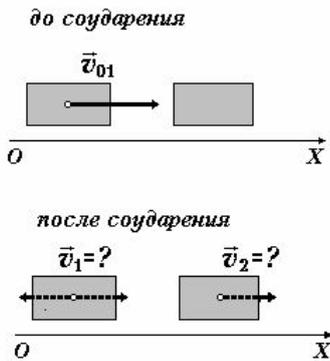


Рис. 1

рис. 1). Для проекций скоростей v_{1x} , v_{2x} из уравнений (1) получим систему двух уравнений:

$$\begin{cases} m_1 v_{10} = m_1 v_{1x} + m_2 v_{2x} \\ \frac{m_1 v_{10}^2}{2} = \frac{m_1 v_{1x}^2}{2} + \frac{m_2 v_{2x}^2}{2} \end{cases}. \quad (2)$$

Умножим все слагаемые второго уравнения на два, и перенесем налево в обоих уравнениях слагаемые, характеризующие импульс и энергию первого тела:

$$\begin{cases} m_1 (v_{10} - v_{1x}) = m_2 v_{2x} \\ m_1 (v_{10}^2 - v_{1x}^2) = m_2 v_{2x}^2 \end{cases} \quad (3)$$

После удара скорость первого тела должна измениться. Поэтому содержимое скобок в левых частях уравнений (3) отлично от нуля, и для упрощения системы можно поделить левые и правые части нижнего уравнения на соответствующие части верхнего уравнения. Результат деления сделаем вторым уравнением системы:

$$\begin{cases} m_1 (v_{10} - v_{1x}) = m_2 v_{2x} \\ v_{10} + v_{1x} = v_{2x} \end{cases}. \quad (4)$$

Отсюда нетрудно найти окончательные выражения для скоростей:

$$\begin{cases} v_{1x} = \frac{(m_1 - m_2) v_{10}}{m_1 + m_2} \\ v_{2x} = \frac{2 m_1 v_{10}}{m_1 + m_2} \end{cases}. \quad (5)$$

Из первого уравнения (5) следует, что в зависимости от соотношения масс первое тело после соударения может:

- а) продолжить движение вперед ($m_1 > m_2$, $v_{1x} > 0$);
- б) остановится ($m_1 = m_2$, $v_{1x} = 0$);
- в) поменять направление движение на противоположное ($m_1 < m_2$, $v_{1x} < 0$).

При абсолютно неупругом соударении рассмотренных выше тел, оба тела после удара двигаются как одно целое с суммарной массой. В этом случае законы сохранения импульса и энергии принимают вид

$$\begin{cases} m_1 \bar{v}_{10} = (m_1 + m_2) \bar{v} \\ \frac{m_1 v_{10}^2}{2} = \frac{(m_1 + m_2) v^2}{2} + W_{\text{пот}} \end{cases} \quad (6)$$

Здесь \bar{v} – скорость тел после соударения, $W_{\text{пот}}$ – потери механической энергии при соударении.

В первом уравнении (6) равенство векторов означает равенство их модулей, и для модуля скорости тел после соударения из этого уравнения находим

$$v = \frac{m_1 v_{10}}{m_1 + m_2} \quad (7)$$

Подставив во второе уравнение системы (6) вместо скорости v правую часть уравнения (7), получим следующее выражение для потерь механической энергии при соударении

$$W_{\text{пот}} = \frac{m_1 m_2 v_{10}^2}{2(m_1 + m_2)} \quad (8)$$

Относительные потери механической энергии при неупругом соударении вычисляются по формуле

$$\frac{W_{\text{пот}}}{\frac{m_1 v_{10}^2}{2}} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \quad (9)$$

В качестве соударяющихся тел в лабораторной работе выступают две тележки, скользящие с малым трением по горизонтальному рельсу.

Часть 2

Рассмотрим систему, состоящую из тележки M и гирьки m , соединенных невесомой нерастяжимой нитью (см. рис. 2.). Тележка с небольшим трением скользит по горизонтальному рельсу. Масса блока, через который перекинута нить, пренебрежимо мала.

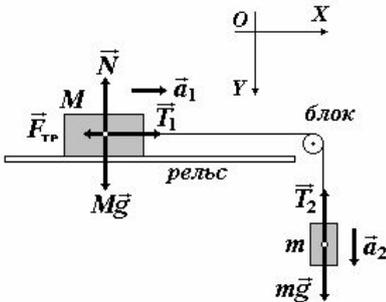


Рис. 2

Уравнения второго закона Ньютона для тележки и гирьки, соответственно, имеют вид

$$M\bar{a}_1 = M\bar{g} + \bar{N} + \bar{T}_1 + \bar{F}_{\text{тр}}; \quad (10)$$

$$m\bar{a}_2 = m\bar{g} + \bar{T}_2. \quad (11)$$

Здесь \bar{a}_1, \bar{a}_2 – ускорения тележки и гирьки; \bar{N} – сила реакции опоры, \bar{T}_1, \bar{T}_2 – силы натяжения нити, $\bar{F}_{\text{тр}}$ – сила трения. Из-за нерастяжимости нити модули обоих ускорений равны друг другу, обозначим их одной

буквой: $a_1 = a_2 = a$. Из-за невесомости нити и блока можно также принять: $T_1 = T_2 = T$.

Для проекций векторов на координатные оси из уравнения (10) получаем

$$\begin{cases} OY : N = Mg \\ OX : Ma = T - F_{\text{тр}} \end{cases}; \quad (12)$$

из уравнения (11):

$$OY : ma = mg - T. \quad (13)$$

Описание установки

Основу установки в этой лабораторной работе составляет рельс, снабженный сантиметровой шкалой на котором укреплены: фиксирующий электромагнит и оптические ворота (см. рис.2 в описании Лабораторной работы №1). Для создания воздушной подушки также как в работе № 1 используется воздушный насос с источником питания ВС 4-12.

Промежутки времени и скорости тележек фиксируются с помощью цифрового измерительного прибора ПКЦ-3.

На левом конце рельса дополнительно к электромагниту крепится пружинное кольцо, которое используется для придания начальной скорости тележкам в первой части работы. На правом конце рельса установлен шкив, применяемый во второй части работы. Через него перебрасывается нить, связывающая тележку с гирькой.

Вместе с пультом управления измерительного прибора на каждую лабораторную установку выдаются (см. рис.3.): две маркированные тележки с флажками для оптических ворот; маркированный утяжелитель для тележек; пара сменных втулок с рогатками и резиновыми кольцами для исследования упругого удара; пара сменных втулок с половинками липучки для исследования неупругого удара; втулка с нитью и крючком-булавкой; маркированные шайбы-навески; таблица с необходимыми массами принадлежностей. Маркировка тележек, утяжелителя и шайб должна соответствовать номеру лабораторной установки.

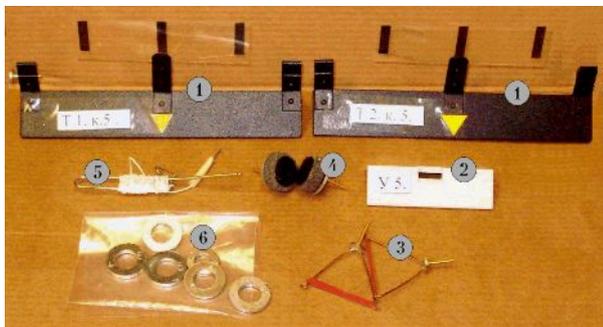


Рис.3. Принадлежности к лабораторной работе:

1. маркированные тележки с флажками для оптических ворот;
2. утяжелитель для тележек;
3. втулки с рогатками и резиновыми кольцами;
4. втулки с половинками липучки;
5. втулка с нитью и крючком-булавкой;
6. шайбы-навески.

Порядок выполнения работы

Упражнение 1. *Измерение потерь импульса и механической энергии при упругом и неупругом соударении двух тележек*

1. Списать в протокол работы таблицу масс, прилагаемую к инструкции на рабочем месте.
2. Выбрать на источнике питания воздушного насоса напряжение 12 В и включить насос (тумблер «сеть» на источнике). Установить направляющий рельс горизонтально. Для этого поместить тележку на рельс около точки с координатой 0,6 м (приблизительно в середине рельса) и, вращая винт правой опоры, добиться неподвижности тележки. Выключить насос.
3. В том случае, если на левом конце рельса не установлено пусковое пружинное кольцо, установить его под втулку электромагнита.
4. Установить левые оптические ворота на $x = 0,300$ м, правые – на $x' = 0,700$ м.
5. Повернув тележку Т.1 маркировкой к себе, в нижний канал её правой стойки аккуратно вставить втулку с рогаткой 3. Такую же втулку вставить в нижний канал левой стойки тележки Т.2. Расположить тележки на рельсе маркированной стороной к себе, так чтобы рогатки на тележках были обращены друг к другу. Повернуть втулки с рогатками, так чтобы последние не задевали за рельс, и при соприкосновении натянутые на рогатки резиновые кольца были перпендикулярны друг другу. Снять вторую тележку с рельса.
6. Включить тумблер цифрового прибора (на правой боковой панели). Нажать последовательно кнопки на пульте управления: «режим работы: 0», «индикация: скорость v_1, v_2 ».
7. Нажать кнопку «механика: сброс». При этом на фиксирующий электромагнит, укрепленным на левом конце рельса, будет подано питающее напряжение и сбросятся показания индикаторов. Включить воздушный насос (напряжение питания 10 В). Установить тележку Т.1 в стартовую позицию: двигая тележку по рельсу налево, сжать пружинное кольцо и зафиксировать ее электромагнитом, так чтобы пружинное кольцо было зажато между электромагнитом и втулкой тележки. Запустить тележку, нажав кнопку «механика: пуск». Выключить насос. Записать получившиеся значения v и v' .

8. Установить тележку Т.1 в стартовую позицию (см. п.6.), тележку Т.2 – в точку $x = 0,550$ м (при выровненной скамье эта тележка должна оставаться до соударения на месте). Включить воздушный насос. Запустить движение первой тележки и запомнить показания измерительного прибора для скорости v_{10} первой тележки до соударения и скоростей v_1 и v_2 тележек после соударения. Выключить насос.

Поскольку массы тележек отличаются незначительно, сразу после соударения первая тележка практически останавливается, т.е. $v_1 \approx 0$.

Значения проекций скоростей занести в таблицу 1. В качестве положительного направления выбрать направление \vec{v}_{10} . Повторив измерения скоростей еще четыре раза, заполнить до конца таблицу 1.

Таблица 1.1

№ опыта	Тело 1	Тело 2	v_{10x} , м/с	v_{1x} , м/с	v_{2x} , м/с
1	Тележка 1 +втулка с рогаткой	Тележка 2 + втулка с рогаткой			
2					
3					
4					
5					

Приборные погрешности: $\Delta v_{10} = \Delta v_1 = \Delta v_2 = 0,01$ м/с.

9. Надеть утяжелитель на центральную стойку второй тележки (не забыть обратно закрепить флажок). Провести пять раз измерения скоростей до и после соударения также, как в п.8. Данные о сталкивающихся телах и скоростях занести в таблицу 1.2, аналогичную таблице 1.1. Обратите внимание, что после удара первая тележка движется противоположно первоначальному направлению, т.е. проекция её скорости отрицательна.
10. Переставить утяжелитель на центральную стойку первой тележки. Провести пять раз измерения скоростей до и после соударения также, как в п.9. Данные занести в таблицу 1.3, аналогичную таблице 1.1.
11. Снять обе тележки с рельса. Снять с первой тележки утяжелитель. Втулки с рогатками заменить втулками с половинками липучки. Втулки с рогатками вернуть в футляр для принадлежностей.
12. Провести пять раз измерения для скоростей v_{10} и v при абсолютно неупругом соударении тележек, аналогичные измерениям п.9. Заполнить таблицу 2.1.

Таблица 2.1

№ опыта	Тело 1	Тело 2	v_{10} , м/с	v , м/с
1	Тележка 1 +втулка с липучкой	Тележка 2 + втулка с липучкой		
2				
3				
4				
5				

13. Провести по пять раз измерения скоростей v_{10} и v для неупругого соударения с утяжелителем на второй тележке, и с утяжелителем на первой тележке, результаты занести, соответственно, в таблицы 2.2 и 2.3, подобные таблице 2.1.
14. Вынуть из тележек втулки с липучками, снять пусковое пружинное кольцо и положить их в футляр для принадлежностей. Электромагнит необходимо оставить укрепленным на рельсе.

Упражнение 2. Исследование зависимости ускорения тележки от приложенной силы и массы тележки

1. Установить первые оптические ворота на $x_1 = 0,150$ м, вторые – на $x_2 = 0,800$ м и записать эти значения координат. Погрешности координат принять $\Delta x_1 = \Delta x_2 = 5$ мм.
2. Установить напряжение питания воздушного насоса 4 В. На пульте управления измерительным прибором нажать кнопку «индикация: время t_1, t_2 ».

- В нижний канал правой стойки первой тележки вставить втулку крепления нити с крючком. Установить тележку в крайнем положении на левом конце рельса. Перекинуть нить через блок, так чтобы крючок свободно свисал над полом.
- Придерживая тележку, включить воздушный насос и нажатием кнопки «механика: сброс» подать питание на электромагнит, фиксирующий тележку. Запустить тележку, нажав кнопку «механика: пуск». В момент пуска тележки крючок не должен раскачиваться. Тележка начнет двигаться, последовательно пройдет левые и правые оптические ворота, и на дисплее прибора отразятся промежутки времени t_1 и t_2 от начала движения до прохождения ворот. Выключить воздушный насос. Состав подвески («гирьки») и измеренные промежутки времени t_1 и t_2 занести в таблицу 3.1. Измерить и занести в таблицу значения t_1 и t_2 при другом составе подвески для вариантов, указанных во втором столбце таблицы 3.1.

Таблица 3.1. Разгоняемое тело – тележка 1

№ опыта	Состав подвески	t_1, c	t_2, c
1	крючок		
2	крючок +шайба 0		
3	крючок +шайба 1		
4	крючок +шайбы 0,1		
5	крючок +шайбы 1,2		
6	крючок +шайбы 0,1,2		

Приборные погрешности: $\Delta t_1 = \Delta t_2 = 0,05 c$.

- Установить на тележку утяжелитель. Провести измерения п. 4 с теми же вариантами подвески. Результаты занести в таблицу 3.2., подобную таблице 3.1.
- Втулку крепления нити переставить в нижний канал правой стойки второй тележки. Вторую тележку без флажка прикрепить к первой тележке с помощью втулок с липучкой. Утяжелитель не снимать. Провести измерения такие же как в п. 4, используя в качестве подвески сначала пустой крючок, затем крючок с последовательно добавляемыми шайбами 1, 2, 3, 4, 5. Результаты занести в таблицу 3.3, подобную таблице 3.1.
- Вернуть в футляр утяжелитель, шайбы, втулку с нитью и крючком, втулки с половинками липучки. Установить обратно флажок на вторую тележку. Установить пусковое пружинное кольцо под втулку электромагнита.

Обработка результатов измерений.

Упражнение 1.

- Оценить относительные потери импульса и кинетической энергии за счет трения по формулам

$$\delta_p^{(тр)} = \frac{\Delta p}{p} \frac{v'}{v} - 1 ; \delta_W^{(тр)} = \frac{\Delta W_k}{W_k} \frac{(v')^2}{v^2} - 1 . \quad (14)$$

- С помощью таблицы масс для таблицы 1.1 рассчитать массы m_1 , m_2 соударяющихся тел. Найденные значения занести в таблицу 4.1. По данным таблицы 1.1 рассчитать и занести в таблицу 4.1 импульсы тел:

$$p_{10x} = m_1 v_{10x}, p_{1x} = m_1 v_{1x}, p_{2x} = m_2 v_{2x} . \quad (15)$$

Таблица 4.1

№ опыта	$m_1, г$	$m_2, г$	$p_{10x},$ мН·с	$p_{1x},$ мН·с	$p_{2x},$ мН·с	δ_p	δ_W
1							
2							
3							
4							
5							

- Вычислить для каждой строки 4.1 относительные изменения импульса и кинетической энергии системы при соударении по формулам

$$\delta_p = \Delta P_x / p_{10x} = \frac{(p_{1x} + p_{2x})}{p_{10x}} - 1, \quad (16)$$

$$\delta_W = \Delta W_K / W_{K0} = \frac{m_1 v_{1x}^2 + m_2 v_{2x}^2}{m_1 v_{10x}^2} - 1. \quad (17)$$

Занести результаты в таблицу. Рассчитать средние значения $\bar{\delta}_p$, $\bar{\delta}_W$ относительных потерь импульса и энергии по двум последним колонкам таблицы 4.1:

$$\bar{\delta}_p = \frac{\sum_{i=1}^N \delta_{pi}}{N}; \quad \bar{\delta}_W = \frac{\sum_{i=1}^N \delta_{Wi}}{N}. \quad (18)$$

Здесь i – номер опыта, N общее число опытов. По разбросу отдельных значений δ_p , δ_W найти погрешности их средних значений,

$$\Delta \bar{\delta}_p = K_S(\alpha_{\text{дов}}, N) \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\delta_{pi} - \bar{\delta}_p)^2}{N(N-1)}}; \quad \Delta \bar{\delta}_W = K_S(\alpha_{\text{дов}}, N) \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\delta_{Wi} - \bar{\delta}_W)^2}{N(N-1)}}, \quad (19)$$

где $K_S(\alpha_{\text{дов}}, N)$ – коэффициент Стьюдента для доверительной вероятности $\alpha_{\text{дов}} = 0,7$ и количества измерений N . Сравнить разности $\bar{\delta}_p - \delta_p^{(\text{тп})}$, $\bar{\delta}_W - \delta_W^{(\text{тп})}$ с соответствующими неопределенностями (19).

- По данным таблиц 1.2 и 1.3 вычислить импульсы (15) и относительные изменения импульса и энергии (16), (17). Результаты представить в таблицах 4.2 и 4.3 подобных таблице 4.1. По двум последним колонкам таблиц 4.2, 4.3 найти средние значения $\bar{\delta}_p$, $\bar{\delta}_W$ и сравнить их, соответственно, с $\delta_p^{(\text{тп})}$ и $\delta_W^{(\text{тп})}$.
- По данным из таблицы 2.1 заполнить следующую таблицу.

Таблица 5.1

№ опыта	m_1 , г	m_2 , г	p_{10} , мН·с	p , мН·с	δ_p	$\delta_W^{(\text{э})}$	$\delta_W^{(\text{т})}$
1							
2							
3							
4							
5							

Здесь m_1 , m_2 – массы соударяющихся тел;

$$p_{10} = m_1 v_{10} - \text{импульс системы до соударения}; \quad (20)$$

$$p = (m_1 + m_2) v - \text{импульс системы после соударения}; \quad (21)$$

$$\delta_p = \Delta p / p_{10} = \frac{p}{p_{10}} - 1 - \text{относительное изменение импульса}; \quad (22)$$

$\delta_W^{(\text{э})}$ – экспериментальное значение относительного изменения механической энергии, вычисляемое по формуле

$$\delta_W^{(\text{э})} = \Delta W_K / W_{K0} = \frac{(m_1 + m_2) v_2^2}{m_1 v_{10}^2} - 1, \quad (23)$$

$\delta_W^{(\text{т})}$ – теоретическое значение относительного изменения механической энергии, вычисляемое по формуле (9). Вычислить средние значения $\bar{\delta}_p$, $\bar{\delta}_W^{(\text{э})}$. Сравнить $\bar{\delta}_p$ и $\delta_p^{(\text{тп})}$. Найти разность между величинами $\bar{\delta}_W^{(\text{э})}$ и $\delta_W^{(\text{т})}$, сравнить её с величиной $\delta_W^{(\text{тп})}$.

6. Выполнить вычисления пункта 5 для данных из таблиц 2.2, 2.3, заполнив таблицы 5.2, 5.3, подобные таблице 5.1.

Упражнение 2.

1. С помощью таблицы масс для таблицы 3.1 рассчитать значения массы подвески m . Найденные значения занести в таблицу 6.1.

Таблица 6.1

№ опыта	m , г	a , м/с ²	T , мН
1			
2			
3			
4			
5			
6			

2. Используя значения координат оптических ворот и данные из таблицы 3.1, вычислить и записать в таблицу 6.1 ускорение a тележки и силу T натяжения нити:

$$a = \frac{2(x_2 - x_1)}{(t_2)^2 - (t_1)^2}, \quad T = m(g - a). \quad (24)$$

Ускорение свободного падения взять $g = 9,82$ м/с² (на широте С-Петербурга). Формула для ускорения (24) следует из координатного представления равноускоренного движения без начальной скорости: $x = x_0 + \frac{1}{2}at^2$. Формула для силы натяжения получается из уравнения (13).

3. В соответствии со вторым законом Ньютона (см. систему уравнений (12)), если сила трения не изменяется во время эксперимента, то натяжение нити связано с ускорением линейной зависимостью:

$$T = Ma + F_{\text{тр}}. \quad (25)$$

Угловым коэффициентом этой зависимости равен массе M тележки, а значение силы натяжения при нулевом ускорении равно силе трения $F_{\text{тр}}$.

4. Пользуясь таблицей 6.1., нанести экспериментальные точки на диаграмму T от a . Провести аппроксимирующую прямую $\tilde{T}(a)$ (см. рис.4). Выбрать на этой прямой достаточно удаленные друг

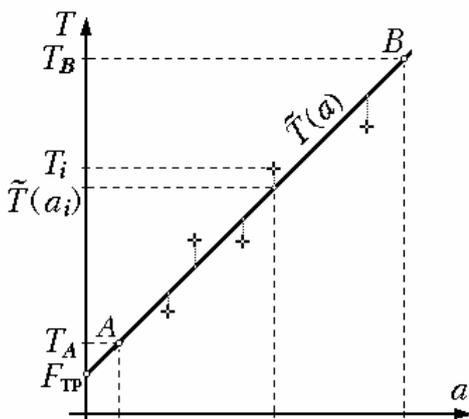


Рис. 4

от друга точки A и B . По их координатам вычислить массу тележки как угловым коэффициентом прямой:

$$M_{\text{гр}} = \frac{T_B - T_A}{a_B - a_A}. \quad (26)$$

5. По отклонениям $T_i - \tilde{T}(a_i)$ ординат экспериментальных точек от соответствующих ординат точек аппроксимирующей прямой рассчитать погрешность:

$$\Delta M_{\text{гр}} = \frac{M}{T_B - T_A} \sqrt{\frac{2}{N-2} \sum_{i=1}^N (T_i - \tilde{T}(a_i))^2}. \quad (27)$$

6. Записать найденный доверительный интервал для массы разгоняемой тележки:

$$M = M_{\text{гр}} \pm \Delta M_{\text{гр}}. \quad (28)$$

Проверить попадает ли табличное значение в этот интервал.

7. Выполнить расчеты пунктов 7,8 для данных из таблиц 3.2, 3.3, заполнив таблицы 6.2, 6.3, подобные таблице 6.1.
8. Используя таблицы 6.2, 6.3, построить на той же, что в п.4, диаграмме графики зависимости T от a . Из графиков по формулам (26), (27) найти доверительные интервалы для массы тележки с

утяжелителем и двух тележек с утяжелителем. Вычислить массы этих же тел с помощью таблицы масс.