

Вопрос 1

Кинематика материальной точки. Понятия перемещения, скорости, ускорения. Графический способ представления движения.

Материальная точка — тело, размерами которого можно пренебречь в условиях данной задачи. **Кинематика** — раздел механики, изучающий движение тел, независимо от причин, вызывающих это движение. **Траектория** — линия, по которой движется точка. **Путь** — длина траектории. **Перемещение** — вектор, соединяющий начальное и конечное положение точки. **Скорость** — производная от радиус-вектора точки по времени; векторная величина, которая показывает, как меняется расстояние, проходимое телом, со временем (всегда направлена по касательной к траектории).

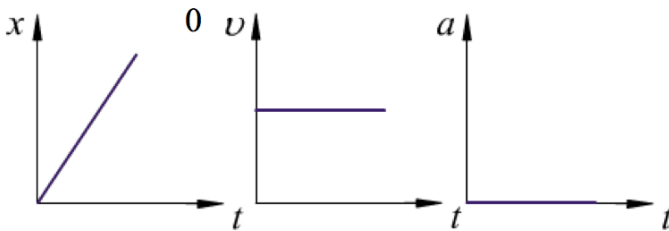
Вектор средней скорости: $\langle \vec{v} \rangle = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$ (сонаправлен с перемещением). Вектор

мгновенной скорости: $\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ [v] = м/с. **Средняя путевая скорость:** $v_{cp} = \frac{S_{обw}}{t_{обw}}$.

Ускорение — производная от скорости по времени (вторая производная от расстояния); векторная величина, которая показывает, как меняется скорость со

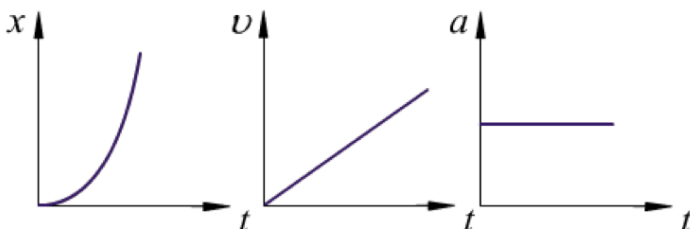
временем: $\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2}$ [a] = м/с². **Типы движений:**

равномерное движение: $v = const \Leftrightarrow a = 0$, тогда: $\Delta \vec{r} = \int_0^t \vec{v} dt = \vec{v}t$ и $s = |\vec{r}|$.



равнопеременное движение: $a = const$, тогда: $\vec{v} = \vec{v}_0 + \int_0^t \vec{a} dt = \vec{v}_0 + \vec{a}t$,

$\Delta \vec{r} = \int_0^t \vec{v} dt = \int_0^t (\vec{v}_0 + \vec{a}t) dt = \vec{v}_0 t + \frac{\vec{a}t^2}{2}$ и $s = |\vec{r}|$.



Путь может быть найден как площадь под графиком $v(t)$ (сумма всех скоростей по времени; касательная дает ускорение), $\Delta v = a(t)$ (сумма всех ускорений по времени).

Вопрос 2

Способы описания движения: векторный, координатный и траекторный. Прямая и обратная задачи кинематики.

Векторный: пусть точка O — начало отсчета. Точка переместилась из положения 1 в положение 2. Ее положение в 1 и 2 определяется радиус-векторами \vec{r}_1 и \vec{r}_2 . Тогда $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ — перемещение материальной точки.

Координатный: положение точки задается зависимостями $x(t), y(t), z(t)$. Положение точки задается радиус вектором \vec{r} который может быть разложен по проекциям на оси (координатам, которые могут зависеть от времени). В этом случае скорость может быть представлена как производная от этого разложения: $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$, где $\frac{dx}{dt} = v_x$ и

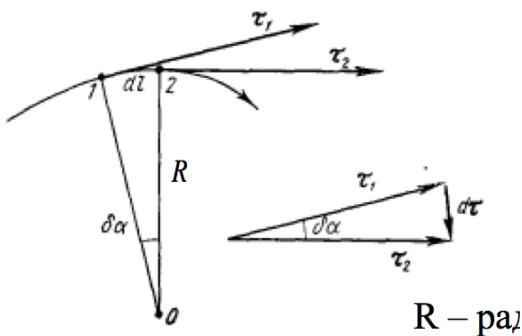
т.д., т.е. $\vec{v} = v_x\vec{i} + v_y\vec{j} + v_z\vec{k}$. Аналогично для ускорения, включая: $\vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \frac{d^2x}{dt^2}\vec{i} + \frac{d^2y}{dt^2}\vec{j} + \frac{d^2z}{dt^2}\vec{k}$

Траекторный: возможен лишь тогда, когда заранее известна траектория по которой движется тело. В этом случае положение точки задается зависимостью дуговой координаты от времени: $l(t)$. Тогда скорость задается произведением $\vec{v} = v_\tau\vec{\tau}$, где v_τ — проекция скорости на направление движения (по касательной), а $\vec{\tau}$ — единичный вектор, направленный по касательной к траектории. Модуль скорости вычисляется как производная от дуговой координаты: $v_\tau = \frac{dl}{dt}$. Ускорение: $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{dv_\tau}{dt}\vec{\tau} + \frac{d\vec{\tau}}{dt}v_\tau = \frac{dv_\tau}{dt}\vec{\tau} + \frac{d\vec{\tau} \cdot dl}{dt \cdot dl}v_\tau = \frac{dv_\tau}{dt}\vec{\tau} + \frac{d\vec{\tau}}{dl}v_\tau^2$.

Далее из рисунка: $d\vec{\tau} = \tau d\alpha$ $dl = R d\alpha = R d\tau$ ($d\tau$ направлен к центру кривизны траектории).

Тогда: $\vec{a} = \frac{dv_\tau}{dt}\vec{\tau} + \frac{1}{R}v_\tau^2\vec{n}$ (тангенциальное и нормальное ускорения).

Прямая задача кинематики: зная зависимость радиус-вектора от времени найти скорость и ускорение путем дифференцирования.



Обратная задача кинематики: зная зависимость ускорения от времени найти скорость и перемещение путем интегрирования. Для однозначного решения необходимо знать начальные условия.

Вопрос 3

Кинематика движения материальной точки по окружности. Плоское движение твердого тела.

Тангенциальное ускорение отвечает за изменение модуля скорости, направлено по касательной к траектории движения. **Нормальное ускорение** отвечает за изменение направления вектора скорости, направлено к центру кривизны траектории. $\vec{a} = \vec{a}_\tau + \vec{a}_n$.

Угловая скорость — векторная величина, показывающая, как меняется угол поворота со временем: $\omega = \frac{d\vec{\varphi}}{dt}$; $\omega_{cp} = \frac{\varphi_{обв}}{t_{обв}}$. Угловое ускорение — векторная величина, показывающая, как

меняется угловая скорость со временем: $\vec{\beta} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} = \frac{d^2\vec{\varphi}}{dt^2}$. По направлению совпадает с

вектором изменения угловой скорости: $\vec{\beta} \uparrow \uparrow \Delta\vec{\omega}$; [B] = рад/с². **Характеристики**

вращательного движения: период T — время одного оборота $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{\nu}$; **Частота** —

количество оборотов в единицу времени $\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{T}$; Число оборотов $N = \frac{\varphi}{2\pi}$. **Плоское**

движение — движение, которое можно представить как сумму поступательного и вращательного движений.

Вопрос 4

Динамика материальной точки. Преобразования Галилея. Силы. Законы Ньютона. Принцип относительности Галилея.

Динамика — раздел механики, изучающий причины, вызывающие движение тел. В динамике существуют различия между системами отсчета и преимущества одних СО над другими, поэтому одной из ее важнейших задач является выбор **наиболее оптимальной СО**, где бы законы движения описывались наиболее просто. **Задачи динамики:** прямая: зная $\vec{r}(t)$ найти $\vec{F}(t)$; обратная: зная $\vec{F}(t)$ найти $\vec{r}(t)$. **Преобразования Галилея** — преобразования координат при переходе от одной ИСО к другой. Пусть К' движется относительно К со скоростью V , тогда: $\vec{r} = \vec{r}' + \vec{V}t$; $\vec{r}' = \vec{r} - \vec{V}t$; $\vec{v}' = \vec{v} - \vec{V}$; $\vec{a}' = \vec{a}$; $x = x' - V_x t$; $y = y'$; $z = z'$. **Сила** — физическая величина, определяющая количественную характеристику и направление воздействия, оказываемого на данное тело со стороны других тел ($[F] = Н$). Типы взаимодействий: электрослабое, гравитационное, сильное. Масса — мера инертности тела, т. е. способности тела сохранять свою скорость при движении (аддитивная величина, $m = const$).

Силы в механике: сила гравитационного притяжения: $\vec{F} = G \frac{m_1 m_2}{r_{12}^3} \vec{r}_{12}$; **однородная сила**

тяжести: $\vec{F} = m\vec{g}$; **сила упругости:** $\vec{F} = -k\vec{x}$ — **закон Гука:** $F = k\Delta x$; **Законы Ньютона:**
первый: существуют такие системы отсчета, относительно которых **свободное тело** (т. е. тело, на которое не действуют другие тела) движется равномерно и прямолинейно или находится в состоянии покоя. Такие системы называются **инерциальными (ИСО)**. Любая система отсчета, двигающаяся равномерно и прямолинейно относительно **гелеоцентрической системы** также является инерциальной. **второй:** равнодействующая всех сил, действующих на тело, равна произведению массы этого тела на его ускорение ($\vec{F} = m\vec{a}$). Под **равнодействующей** всех сил понимают векторную сумму всех сил, действующих на тело. **третий:** силы, с которыми два тела действуют друг на друга равны по модулю и направлены в противоположные стороны вдоль прямой, соединяющей эти тела ($\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$). Принцип относительности Галилея: все инерциальные системы отсчета эквивалентны друг другу по своим механическим свойствам; во всех инерциальных системах свойства пространства (однородность и изотропность) и времени (однородность) одинаковы; законы механики одинаковы во всех инерциальных системах отсчета. **Вес тела** — сила, с которой тело действует на неподвижную относительно него опору или подвес. **Невесомость:** состояние, при котором вес тела равен нулю ($P = 0$, $a = g$). **Перегрузка:** $P > mg$.

НИСО. Силы инерции.

НИСО — системы отсчета, в которых не выполняется первый закон Ньютона, т. е. даже при отсутствии внешних воздействий тело в НИСО движется ускоренно. **НИСО** — любая система отсчета, которая движется с ускорением относительно ИСО. Для описания движения тел в НИСО вводят "фиктивные" силы — силы инерции: $m\vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}_{in}$ (\vec{a}' — ускорение тела в НИСО).

Силы инерции: поступательная сила инерции — обусловлена поступательным движением СО: $\vec{F}_{in} = -m\vec{a}_0$ (\vec{a}_0 — ускорение тела в ИСО); **центробежная сила инерции** — возникает во вращающейся системе отсчета: $\vec{F} = m\omega^2\vec{\rho}$ ($\vec{\rho}$ — радиус-вектор, направленный перпендикулярно оси вращения от нее, и характеризующий положение тела относительно этой оси); **сила Кориолиса** — возникает во вращающейся системе отсчета и действует только на движущиеся тела: $\vec{F} = 2m[\vec{v}'\vec{\omega}]$ (\vec{v}' — скорость тела в НИСО). Направление силы Кориолиса определяется по правилу левой руки. **Основное уравнение динамики в НИСО:** $m\vec{a}' = \vec{F} - m\vec{a}_0 + 2m[\vec{v}'\vec{\omega}] + m\omega^2\vec{\rho}$. **Особенности сил инерции:** 1. силы инерции обусловлены свойствами неинерциальных систем отсчета, являются фиктивными силами. 3 закон Ньютона не выполняется. 2. существуют только в НИСО. 3. все силы инерции пропорциональны массе тела.

Вопрос 6

Импульс материальной точки и системы м.т. II закон Ньютона в импульсной форме. Центр масс и Ц-система. Закон сохранения импульса.

Импульс — количество движения — векторная величина, равная произведению массы тела на его скорость: $\vec{p} = m\vec{v}$. **II закон Ньютона в импульсной (дифференциальной) форме:**

$$\vec{F} = m\vec{a} = \frac{m d\vec{v}}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt} \text{ (производная от импульса по времени равна равнодействующей всех сил).}$$

Импульс силы: $d\vec{p} = \vec{F} dt$; **обратно:** $\Delta\vec{p} = \int_0^t \vec{F} dt = \vec{F}_{cp} \Delta t$. **Импульс системы материальных точек**

равен векторной сумме импульсов всех материальных точек, входящих в систему. Импульс системы может меняться **только под действием внешних сил**. Для системы, состоящей из N частиц:

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \sum_{i=1}^N \vec{F}_{i, \text{вн}} \text{ (производная от импульса системы по времени есть сумма внешних сил, действующих на}$$

систему); **обратно:** $\Delta\vec{P} = \int \vec{F}_{\text{вн}} dt$. Уравнения справедливы как для ИСО так и для НИСО с учетом сил

инерции. **Замкнутая система** — система частиц, на которую не действуют внешние силы или их воздействие пренебрежимо мало (ИСО). **Закон сохранения импульса** — импульс замкнутой системы

остаётся постоянной величиной: $\frac{d\vec{P}}{dt} = \sum \vec{F}_{\text{вн}} \Rightarrow \vec{P} = \text{const}$. **Условия выполнения ЗСИ:** 1. система

является замкнутой. 2. в незамкнутой системе сумма всех внешних сил равна нулю. 3. в незамкнутой системе сумма всех проекций внешних сил на какую-либо из осей равна нулю. 4. при условии, что кратковременные силы взаимодействия в системе во много раз больше внешних сил (внешними силами можно пренебречь). **Законы сохранения в механике** — фундаментальные законы природы, связанные со свойствами пространства и времени: 1. закон **сохранения импульса** (однородность пространства). 2. закон **сохранения энергии** (однородность времени). 3. закон **сохранения момента импульса** (изотропность пространства). Положение **центра масс** системы материальных точек

определяется радиус-вектором: $\vec{r}_c = \frac{\sum m_i \vec{r}_i}{\sum m_i}$. **Скорость центра масс** системы: $\vec{v}_c = \frac{\sum m_i \vec{v}_i}{\sum m_i} = \frac{\vec{P}}{\sum m_i}$.

Импульс системы: $\vec{P} = m\vec{v}_c$. Уравнение движения центра масс: $m \frac{d\vec{v}_c}{dt} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \sum \vec{F}_{\text{вн}}$. Центр масс

любой системы **движется** так, как если бы вся масса системы была сосредоточена в одной точке и к ней были бы приложены все внешние силы. **Ц-система** — система отсчета, жестко связанная с центром масс системы и перемещающаяся поступательно по отношению к инерциальным системам (центр масс неподвижен). Полный импульс частиц, входящих в Ц-систему, всегда равен нулю: $\vec{v}_c = 0 \Rightarrow \vec{P} = 0$.

Вопрос 7

Работа. Мощность. Энергия. Консервативные и неконсервативные силы. Закон сохранения энергии.

Вопрос 8

Центральное соударение двух тел. Абсолютно упругий и абсолютно неупругий удары.

Вопрос 9

Момент инерции твердого тела. Теорема Штейнера.

Момент инерции твердого тела — мера инертности тела при вращательном движении, аналог массы тела. Зависит от распределения масс относительно оси вращения. Момент инерции материальной точки: $I = mr^2$. $[I] = \text{кг} \cdot \text{м}^2$. **Момент инерции системы материальных точек** равен сумме моментов инерции всех входящих в нее материальных точек. В случае непрерывного распределения масс: $I = \int r^2 dm$. **Теорема Штейнера:** позволяет находить момент инерции относительно оси, не проходящей через центр масс: $I = I_0 + md^2$.

Вопрос 10

Динамика вращения твердого тела. Закон сохранения момента импульса. Аналогии между поступательными и вращательными величинами.

Момент импульса (аналог импульса при вращательном движении) — векторная величина, равная векторному произведению радиус-вектора и импульса. $\vec{L} = [\vec{r}\vec{p}] = r \cdot p \cdot \sin \alpha = p \cdot l$ — [L] = Н · с · м. **Момент силы (аналог силы** при вращательном движении) — векторная величина, равная векторному произведению радиус-вектора и силы. $\vec{M} = [\vec{r}\vec{F}] = r \cdot F \cdot \sin \alpha = F \cdot l$ — [M] =

Н · м. **Уравнение моментов:** $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}$ (если $M = 0$, то $L = \text{const}$). Обратное: $\Delta\vec{L} = \int \vec{M} dt$.

Момент пары сил: Пара сил — две равные по величине, но противоположно направленные силы, не действующие вдоль одной прямой. **Плечо пары сил** — расстояние между прямыми, вдоль которых действуют силы. **Момент пары сил** равен моменту одной из этих сил относительно точки приложения другой. Момент пары сил относительно любой точки O одинаков: $\vec{M} = [\vec{r}_{12}\vec{F}_1] = [\vec{r}_{21}\vec{F}_2]$. Момент пары сил перпендикулярен плоскости, в которой лежат силы и численно равен произведению модуля одной из сил на плечо пары сил. Момент двух сил, действующих вдоль одной прямой, равен нулю. **Момент инерции — аналог массы** при вращательном движении. Еще одна формула для момента импульса: $\vec{L} = I\vec{\omega}$. Основное

уравнение динамики вращательного движения: $\vec{M} = \frac{d\vec{L}}{dt} = I\vec{\beta}$. **Закон сохранения момента**

импульса: для произвольной системы частиц: $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M} = \vec{M}_{\text{внутр}} + \vec{M}_{\text{внешн}}$, при этом суммарный

момент внутренних сил равен нулю (согласно 3 закону Ньютона и определению момента пары

сил), тогда $\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{M}_{\text{внешн}}$ — момент **импульса системы может меняться** только под

действием суммарного момента внешних сил. Получили: **момент импульса замкнутой**

системы частиц остается постоянным: $\vec{L} = I\vec{\omega} = \text{const}$. Закон сохранения момента импульса выполняется в замкнутых инерциальных системах. В неинерциальных системах отсчета момент импульса может оставаться постоянным при условии равенства нулю суммарного момента сил инерции. **Кинетическая энергия вращательного движения**

твердого тела: $E_k = \frac{I\omega^2}{2}$. Кинетическая энергия при **плоском движении** твердого тела:

$$E_k = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}.$$

Вопрос 11

Основные понятия МКТ и термодинамики. Различия в подходах. Идеальный газ. Уравнение состояния идеального газа.

Основные понятия: Предмет исследований — **Макросистема** — система, состоящая из очень большого количества частиц. Два подхода к изучению макросистем: МКТ и термодинамика. **МКТ** изучает свойства макросистемы как суммарный результат действия всех молекул (*изнутри*). В МКТ используется **статистический метод**, т. е. рассматривается движение не отдельных молекул, а средние величины, которые описывают движение огромного количества частиц (средняя скорость, среднее значение энергии). **Термодинамика** изучает свойства макросистем, не учитывая внутреннее строение вещества и характер движения отдельных частиц (*снаружи*). В основе термодинамики лежат несколько законов (начал), установленных в результате большого числа опытов. **Основные положения МКТ:** 1. все тела состоят из очень большого числа частиц. 2. Частицы постоянно находятся в хаотичном, беспорядочном, не имеющем преимущественного направления движении. Интенсивность движения определяется температурой. **Молекулярная масса вещества** — отношение массы молекулы этого вещества к массе $1/12$ массы изотопа углерода C^{12} . **Количество вещества**, масса которого, выраженная в кг, равна его молекулярной массе — килограмм-молекула (кмоль) $\nu = \frac{m}{\mu} = \frac{N}{N_A} = \frac{V}{V_\mu}$ — $[\nu] = \text{моль}$. **Закон Авогадро** — один моль

вещества содержит одно и тоже число молекул (один моль газа при одинаковых условиях занимает один и тот же объем). **Термодинамическая система** — система, состоящая из макроскопических тел, которые могут обмениваться энергией как между собой, так и с другими телами. Для описания термодинамической системы используются физические величины — параметры состояний — температура, давление, объем. **Равновесное состояние** — состояние системы, при котором все параметры системы имеют определенные постоянные значения. **Равновесный процесс** — процесс, состоящий из непрерывной последовательности равновесных состояний. **Температура:** 1. величина, характеризующая состояние термодинамического равновесия системы. 2. макроскопическая характеристика, мера внутренней энергии системы ($T = t \text{ } ^\circ\text{C} + 273,15 \text{ K}$). **Давление** — сила, действующая на единицу площади $p = \frac{F}{S}$ — $[p] = \text{Па}$. **Идеальный газ** — математическая модель газа, в

которой: 1. не учитывается энергия взаимодействия между молекулами. 2. столкновения между молекулами и стенками сосуда считаются абсолютно упругими. 3. размеры молекул много меньше размеров сосуда. **Идеальный газ** — газ, состояние которого описывается уравнением Менделеева-Клапейрона $pV = \nu RT = \frac{m}{\mu} RT$ ($R = 8,31$ — универсальная газовая постоянная).

Вопрос 12

Изопроцессы для идеального газа. Адиабатный и политропический процессы.

Изопроцессы — процессы, в которых один из параметров системы остается постоянным.

Изотермический процесс ($T = \text{const}$): $pV = \text{const}$ — закон Бойля-Мариотта — для заданной массы при постоянной температуре давление газа меняется обратно пропорционально его объему.

$$Q = \Delta U + A = 0 + A = A$$

$$p = \frac{\nu RT}{V}; A = \int_1^2 p dV = \nu RT \int_1^2 \frac{1}{V} dV = \nu RT \ln V|_1^2 = \nu RT (\ln V_2 - \ln V_1) = \nu RT \ln \frac{V_2}{V_1}.$$

Изохорный процесс ($V = \text{const}$):

$$A = 0; Q = \Delta U + A = \Delta U + 0 = \Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T.$$

Изобарный процесс ($p = \text{const}$):

$$Q = \Delta U + A = \frac{i}{2} \nu R \Delta T + \int_1^2 p dV = \frac{i}{2} \nu R \Delta T + p \int_1^2 dV = \frac{i}{2} \nu R \Delta T + p V|_1^2 = \frac{i}{2} \nu R \Delta T + p(V_2 - V_1) = \frac{i}{2} \nu R \Delta T + p \Delta V$$

$$\nu R \Delta T = p \Delta V \Rightarrow Q = \frac{i}{2} \nu R \Delta T + \nu R \Delta T = \frac{i+2}{2} \nu R \Delta T$$

Адиабатный процесс ($Q = 0$) — термодинамический процесс, происходящий без теплообмена с окружающей средой.

$$U = \frac{i}{2} \nu RT = \frac{i}{2} pV; \gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{i+2}{i} = 1 + \frac{2}{i} \Rightarrow \frac{2}{i} = \frac{\gamma-1}{1} \Rightarrow \frac{i}{2} = \frac{1}{\gamma-1} \Rightarrow U = \frac{1}{\gamma-1} pV$$

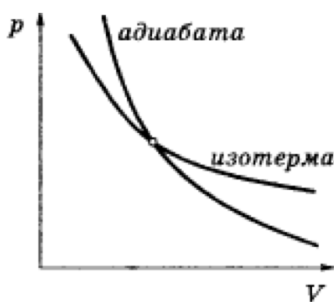
$$0 = dQ = dU + dA = \frac{1}{\gamma-1} d(pV) + pdV = \frac{1}{\gamma-1} (pdV + Vdp) + pdV = pdV + Vdp + \gamma pdV - pdV = Vdp + \gamma pdV = \frac{Vdp + \gamma pdV}{pV}$$

$$\ln pV^\gamma = \ln p + \gamma \ln V = \frac{dp}{p} + \gamma \frac{dV}{V} = \frac{Vdp + \gamma pdV}{pV} = 0 \Rightarrow \ln pV^\gamma = \text{const} \Rightarrow pV^\gamma = \text{const}$$

$TV^{\gamma-1} = \text{const}$ — **уравнение состояния**. Работа газа при адиабатном процессе:

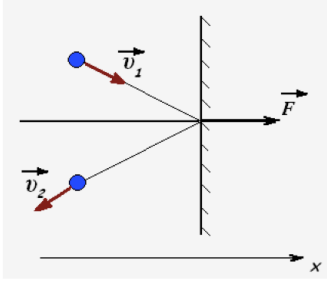
$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1} \Rightarrow T_2 = \frac{T_1 V_1^{\gamma-1}}{V_2^{\gamma-1}}$$

$$A = -U = \frac{i}{2} \nu R (T_1 - T_2) = \frac{i}{2} \nu R \left(T_1 - \frac{T_1 V_1^{\gamma-1}}{V_2^{\gamma-1}} \right) = \frac{i}{2} \nu R T_1 \left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right) = \frac{\nu R T_1}{\gamma-1} \left(1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} \right)$$



Все рассмотренные процессы являются **Политропическими процессами** — то есть процессами, для которых справедливо следующее соотношение: $pV^n = \text{const}$ или $TV^{n-1} = \text{const}$. Теплоемкость газа при политропическом процессе является постоянной величиной.

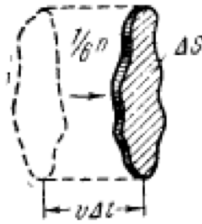
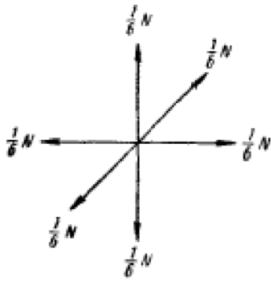
Основное уравнение МКТ.



Импульс до соударения (абсолютно упругое) равен импульсу после соударения: $\vec{p}_1 = \vec{p}_2 + \vec{p}_{cm} \Rightarrow \vec{p}_{cm} = \vec{p}_1 - \vec{p}_2 \Rightarrow |\vec{p}_{cm}| = 2p_x = 2mv_x$.

Давление $p = \frac{\vec{F}}{\Delta S}$, а сила $\vec{F} = \frac{\vec{p}_{cm}}{\Delta t}$. Тогда давление, оказываемое на

стенку: $p = \frac{2p_x}{\Delta t \cdot \Delta S} = \frac{2mv_x}{\Delta t \cdot \Delta S}$.



Введем упрощения: 1. Молекулы движутся в трех взаимно перпендикулярных направлениях. 2. Скорость молекул одинакова. Тогда: $\Delta N = \frac{1}{6}nV = \frac{1}{6}nv\Delta t\Delta S$.

Суммарный импульс, сообщаемый элементу площади стенки:

$\Delta N p_{cm} = \frac{1}{6}nv\Delta t\Delta S \cdot 2mv$. Тогда давление

газа на стенки (стенку) сосуда:

$p = \frac{1}{3}nmv^2 = \frac{2}{3}n\varepsilon_{post}$ (давление газа напрямую зависит от энергии поступательного движения молекул). Но так как на самом деле наше допущение неверно и $v \neq const$, получим следующее

Основное уравнение МКТ: $p = \frac{2}{3}n\langle\varepsilon_{post}\rangle$.

$\Delta N = \frac{1}{6}n\langle v \rangle$ — число ударов молекул о стенку сосуда за единицу времени на единичную площадку.

Вопрос 14

Распределение энергии по степеням свободы. Теплоемкости при постоянном объеме и давлении. Показатель адиабаты.

Равномерное распределение энергии по степеням свободы: $p = \frac{2}{3}n\langle \varepsilon_{post} \rangle$ и $p = nkT$,

тогда: $\langle \varepsilon_{post} \rangle = \frac{3}{2}kT$ (для одной молекулы). Молекула так же может совершать вращательное и

колебательное движение. Энергию такого движения позволяет установить положение о равномерном распределении энергии по степеням свободы. **Число степеней свободы** — число независимых величин, позволяющих однозначно определить положение системы в пространстве. **Степени свободы:** поступательные, вращательные, колебательные. Материальная точка: $i = 3$; АТТ: $i = 6$; **Система из N материальных точек:** $i = 3N$.

Степени свободы молекул

Тип молекулы	z поступательных	z вращательных	z колебательных
N=1 	3	0	0
N=2 	3	2	$3N-5=1$
N=3 	3	2	$3N-5=4$
N=3 и больше 	3	3	$3N-6$

Максимальное число поступательных и вращательных степеней свободы в сумме не превышает **шести**. **Распределение энергии по степеням свободы:** на каждую степень свободы приходится одинаковая энергия, равная $\frac{1}{2}kT$.

Колебательная степень свободы обладает удвоенной энергией (кинетической и потенциальной, средние значения которых одинаковы). Средняя энергия молекулы:

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2}kT, \text{ где } i = z_{post} + z_{vrashch} + 2z_{koleb}.$$

Теплоемкость при постоянном объеме: $V = const$:

$$Q = \Delta U + A = \Delta U + 0 = \Delta U = \frac{i}{2}\nu R \Delta T \Rightarrow C = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{i}{2}\nu R = C_V$$

Теплоемкость при постоянном давлении: $Q = \frac{i}{2}\nu R \Delta T + \nu R \Delta T = \frac{i+2}{2}\nu R \Delta T$

$$C = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{i+2}{2}\nu R = C_P.$$

При изобарном процессе количество теплоты, необходимое для нагрева газа на 1°K значительно выше, т. к. тепло расходуется как на изменение внутренней энергии, так и на работу.

Уравнение Майера: $C_P - C_V = R$

Коэффициент Пуассона (показатель адиабаты): $\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{i+2}{i}$.

Первое начало термодинамики.

I начало термодинамики — один из фундаментальных законов физики макросистем — обобщенный закон сохранения энергии на тепловые явления (обобщение многочисленных экспериментальных данных). — взаимосвязь трех параметров: внутренней энергии, работы и количества теплоты. **I начало термодинамики:** $Q = \Delta U + A$ — количество теплоты, сообщенное системе (газу) идет на приращение внутренней энергии системы (газа) и на совершение работы системой (газом) над внешними телами. Внутренняя энергия системы может меняться только за счет совершения работы или подвода теплоты. — постулирует невозможность создания **вечного двигателя первого рода**. **Вечный двигатель первого рода** — воображаемое устройство, способное совершать работу без потребления энергии извне. **Вечный двигатель второго рода** — воображаемое устройство, способное преобразовывать все получаемое тепло в полезную работу (КПД = 100%). **Теплоемкость идеального газа** — количество теплоты, необходимое для нагрева вещества на 1 °K

(функция процесса): $C = \frac{dQ}{dT} = \frac{Q}{\Delta T}$; **Молярная теплоемкость:** (нагрев одного моля

вещества): $C_\mu = \frac{dQ}{dT \cdot \nu} = \frac{Q}{\Delta T \cdot \nu} = \frac{C}{\nu}$; **Удельная теплоемкость:** (нагрев одного кг газа):

$c = \frac{dQ}{dT \cdot m} = \frac{Q}{\Delta T \cdot m} = \frac{C}{m}$. $C_\mu = c \cdot \mu$; **Внутренняя энергия** — энергия тела за вычетом

кинетической энергии тела как целого и потенциальной энергии во внешнем поле сил, а именно: 1. кинетическая энергия хаотичного движения молекул. 2. потенциальная энергия взаимодействия между молекулами. 3. внутримолекулярная энергия. (функция состояния):

$U = \frac{i}{2} \nu RT \Rightarrow \Delta U = \frac{i}{2} \nu R \Delta T$ (**изменение внутренней энергии** — в независимости от

процесса перевода системы из состояния 1 в состояние 2). Работа, совершаемая газом:

$A = \int_1^2 p dV$ (площадь фигуры под графиком $p(V)$). Если работа положительна, то газ расширяется; если работа отрицательна, то газ сжимается. Работа внешних сил: $A' = -A$.

Вопрос 16

Статистические распределения молекул.

Вероятность — численная мера объективной возможности наступления случайного события:

$$P_i = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N_i}{N} \approx \frac{N_i}{N} \text{ — вероятность } i\text{-го события. } P = \sum_{i=1}^N \left(\frac{N_i}{N} \right) = 1 \text{ — сумма вероятностей всех}$$

событий. Среднее значение случайной величины: $\langle x \rangle = \frac{1}{N} \sum N_i x_i = \sum P_i x_i$. Функция

распределения $f(x)$: пусть случайная величина x имеет непрерывный характер, тогда, функция распределения случайной величины x : $f(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta P_x}{\Delta x} \approx \frac{dP_x}{dx} \Rightarrow dP_x = f(x)dx \Rightarrow$ вероятность

попадания величины x в интервал (a, b) находится как: $P = \int_a^b f(x)dx$. **Условие нормировки:**

$$P = \int f(x)dx = 1. \text{ Среднее значение величины } x: \langle x \rangle = \int xf(x)dx. \text{ Среднеквадратичное}$$

значение величины } x: \langle x^2 \rangle = \int x^2 f(x)dx. Закон распределения Максвелла по модулю скорости:

$$F(v) = \frac{dP}{dv} = 4\pi v^2 \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{3/2} \exp\left(-\frac{mv^2}{2kT} \right)$$

Вычисление числа молекул, модуль скорости которых лежит в интервале от v_1 до v_2 :
 $v_2 - v_1 = dv \Rightarrow dN = F(v_{cp})dv \cdot N$;

$$v_2 - v_1 = \Delta v \Rightarrow dN = N \cdot F(v)dv \Rightarrow \Delta N = N \int_{v_1}^{v_2} F(v)dv.$$

Относительное число молекул: $dP = \frac{dN}{N} = F(v)dv$. **Характерные скорости движения**

молекул: 1. **наиболее вероятная скорость** (максимум функции распределения): $F'(v) = 0$:

$$v_p = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{2kT}{m}}. \text{ 2. средняя (арифметическая) скорость: } \langle v \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}. \text{ 3.}$$

средняя квадратичная скорость: } v_{kB} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}}. \text{ Условие нормировки:}

$$\int F(v)dv = 1. \text{ Барометрическая формула: атмосферное давление обусловлено весом}$$

вышележащих слоев газа: $p = p_0 \exp\left(-\frac{\mu gh}{RT} \right)$ (давление на высоте h , p_0 — давление на

нулевой высоте). **Распределение Больцмана:** средняя концентрация молекул в отсутствии внешних сил в состоянии термодинамического равновесия одинакова: во внешнем силовом поле:

$$n = n_0 \exp\left(-\frac{\mu gh}{RT} \right) = n_0 \exp\left(-\frac{U}{kT} \right).$$

Вопрос 17

Тепловые машины. Второе начало термодинамики.

Равновесное состояние — состояние, в котором термодинамические параметры системы имеют определенные постоянные значения для всех частей системы. **Равновесный процесс** — последовательность равновесных состояний. **Обратимый процесс** может быть проведен в обратном направлении так, что система будет проходить через ту же последовательность состояний, что и в прямом ходе. Обратимым может быть только **равновесный процесс**.

Круговой процесс (цикл) — процесс, при котором система после ряда изменений возвращается в исходное состояние. **Тепловые машины (двигатели)** — устройства, преобразующие теплоту в механическую работу. Работа производится **за счет расширения рабочего тела** (газа). Тепловые двигатели работают циклично. Для этого необходимо в составе тепловой машины иметь рабочее тело, нагреватель и холодильник. Количество теплоты, **полученное от нагревателя** (извне): $Q_1 = \Delta U + A_1$. Количество теплоты, **отданное холодильнику** (в окружающую среду): $-Q_2 = -\Delta Q + A_2$. **Работа, совершенная газом за**

цикл: $A = Q_1 - Q_2$. КПД тепловой машины: $\eta = \frac{A_{\text{полезн}}}{A_{\text{затрач}}} = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$. Эффективность

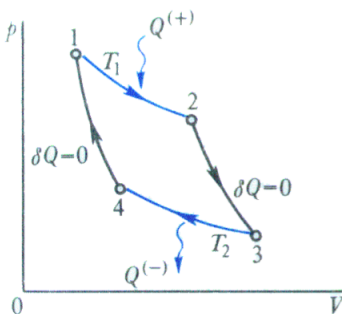
тепловой машины, работающей по обратному циклу, определяет холодильный коэффициент: $\varepsilon = \frac{Q_2}{A} = \frac{Q_2}{Q_1 - Q_2}$. **II начало термодинамики** определяет условия и направление перехода

одного вида энергии в другой: 1. невозможен самопроизвольный переход тепла от менее нагретого тела к более нагретому. 2. невозможны процессы, единственным конечным результатом которых было бы превращение теплоты в работу. 3. невозможно создание вечного двигателя второго рода (КПД = 100%). Только обратимый процесс может быть основой идеальной тепловой машины. Температура рабочего вещества должна совпадать с температурами тепловых резервуаров (нагревателя и холодильника) — процессы при $T = \text{const}$. Все процессы должны проходить очень медленно, чтобы состояние было равновесным. КПД идеальной тепловой машины: тепловая машина, работающая по обратимому процессу, является **идеальной**. Идеальная тепловая машина (в т.ч. цикл Карно) совершает максимальную полезную работу ($\eta = \text{max}$): $\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1}$; $Q_1 = A_1$; $pV = \nu RT \Rightarrow p = \frac{\nu RT}{V}$

$A_1 = \int p dV = \nu RT_1 \int \frac{dV}{V} = \nu RT_1 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$; аналогично $Q_2 = A_2 = \nu RT_3 \ln\left(\frac{V_3}{V_4}\right)$. $T_1 V_1^{\gamma-1} = T_4 V_4^{\gamma-1}$,

$T_2 V_2^{\gamma-1} = T_3 V_3^{\gamma-1}$. Разделим первое уравнение на второе и получим: **условие замкнутости**

цикла: $\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_3}{V_4}$. Подставим под Q_1, Q_2 в η и получим: $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}$ (нагреватель и холодильник).



$\frac{Q}{T}$ — приведенное количество теплоты: Неравенство Клаузиуса:

$$\sum \frac{Q_i}{T_i} \leq 0.$$

Вопрос 18

Энтропия. Расчет изменения энтропии и ее физический смысл.

Энтропия — математическое выражение II начала термодинамики. **Элементарное**

приращение энтропии: $dS = \frac{dQ}{T} \Rightarrow dQ = TdS$. **Изменение энтропии:** $\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T}$. Для

обратимых процессов: $\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T} = 0 \Rightarrow S = const$. Для **необратимых** процессов:

$\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T} > 0 \Rightarrow S \uparrow$. В изолированных ТД системах энтропия либо остается постоянной

(обратимый процесс), либо возрастает (необратимый процесс): $\Delta S \geq 0$. **Свойства энтропии:**

1. функция состояния. 2. энтропия макросистемы равна сумме энтропий ее отдельных частей. 3. энтропия замкнутой системы либо остается постоянной либо возрастает. 4. теорема Нернста: при приближении температуры к абсолютному нулю энтропия системы также стремится к нулю: $S \rightarrow 0$ при $T \rightarrow 0$. **Энтропия** указывает направление протекания самопроизвольных процессов. В состоянии ТД равновесия энтропия максимальна.

Вероятностная трактовка: Больцман: энтропия — мера статистического беспорядка замкнутой ТД системы. Все самопроизвольно протекающие процессы в замкнутой системе, приближающие систему к состоянию равновесия и сопровождающиеся ростом энтропии, направлены в сторону увеличения вероятности состояния: $S = k \ln W$ (W — термодинамическая вероятность — число способов, которыми может быть реализовано данное микроскопическое состояние системы).

Изотермический процесс:

$$dS = \frac{dQ}{T} = \frac{pdV}{T} = \frac{RdV}{V}; \Delta S = R \int_1^2 \frac{1}{V} dV = R \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right) = R \ln \left(\frac{P_1}{P_2} \right)$$

Изохорный процесс:

$$dS = \frac{dQ}{T} = \frac{i\nu R dT}{2T}; \Delta S = \int_{T_1}^{T_2} \frac{i\nu R dT}{2T} = \frac{i}{2} \nu R \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) = C_V \ln \left(\frac{T_2}{T_1} \right) = C_V \ln \left(\frac{P_2}{P_1} \right)$$

Изобарный процесс:

$$dS = \frac{dQ}{T} = \frac{i\nu R dT}{2T} + \nu R \frac{dV}{V} dV = \frac{i}{2} \nu R \cdot \left(\frac{dp}{p} + \frac{dV}{V} \right) + \nu R \frac{dV}{V} = \frac{i}{2} \nu R \frac{dp}{p} + \frac{i+2}{2} \nu R \frac{dV}{V} = C_V \frac{dp}{p} + C_p \frac{dV}{V} = C_p \frac{dV}{V}$$

$$; pV = \nu RT \Rightarrow \ln pV = \ln \nu RT \Rightarrow \ln p + \ln V = \ln \nu R + \ln T \Rightarrow \frac{dp}{p} + \frac{dV}{V} = \frac{\nu R}{V} + \frac{dT}{T} \Rightarrow \frac{dT}{T} = \frac{dp}{p} + \frac{dV}{V}$$

$$\Delta S = \int_1^2 C_p \frac{dV}{V} = C_p \ln \left(\frac{V_2}{V_1} \right)$$

Адиабатный процесс:

$$\Delta S = 0;$$

Элементы физической кинетики.

Эффективный диаметр молекул d — минимальное расстояние, на которое сближаются центры молекул при столкновении. Эффективное сечение молекул: $\sigma = \pi d^2$. **Длина свободного пробега** — расстояние, проходимое молекулой за время между двумя последовательными столкновениями. λ — **средняя длина свободного пробега** — средний

путь, проходимый молекулой между двумя последовательными столкновениями: $\lambda = \frac{\langle v \rangle}{\nu}$

(ν — среднее число столкновений за одну секунду). Число неподвижных молекул, с которыми сталкивается молекула за 1 с: $\nu' = N = nV = n\pi d^2 \langle v \rangle$. Учитывая, что все молекулы находятся в движении, среднее число столкновений: $\nu = \sqrt{2}\pi d^2 n \langle v \rangle$. Тогда:

$$\lambda = \frac{\langle v \rangle}{\nu} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n} = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma n} = \frac{kT}{\sqrt{2}\sigma P}. \text{ Явления переноса: Физическая кинетика — наука,}$$

изучающая процессы, возникающие при нарушении равновесия. **Явления переноса** — необратимые процессы, возникающие в неравновесных системах: вязкость, диффузия и теплопроводность. **Внутренне трение (вязкость)** возникает между слоями жидкости или газа, перемещающимися параллельно друг другу с разными по модулю скоростями. Причиной возникновения трения является **перенос импульса** от одного слоя к другому: **сила**

внутреннего трения: $F = \eta \frac{dv}{dx} \Delta S$ (коэффициент динамической вязкости, градиент скорости,

площадь поверхности слоев). Коэффициент вязкости: $\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \lambda$, $[\eta] = \text{Па} \cdot \text{с}$. При малых λ

вязкость не зависит ни от концентрации ни от давления.

Коэффициент вязкости — импульс, переносимый за единицу времени через единичную площадь при градиенте скорости равном единице. Градиент скорости — величина, показывающая как быстро меняется скорость движения слоев жидкости или газа в направлении x , перпендикулярном к поверхности, разделяющей слои (постоянный или переменный). **Диффузия** — взаимное проникновение соприкасающихся веществ друг в друга в последствие теплового движения частиц вещества. Происходит **перенос массы**. **Закон**

Фика: $m = -D \frac{dn}{dx} \Delta S$ (коэффициент диффузии, градиент концентрации, площадь переноса массы; минус указывает, что перенос происходит в сторону меньшей концентрации).

Коэффициент диффузии: $D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \lambda [D] = \text{м}^2/\text{с}$. **Коэффициент диффузии** — масса, переносимая за единицу времени через единичную площадь при градиенте концентрации равно единице.

$$\eta \propto mn \sqrt{\frac{T}{m}} \frac{1}{\sigma n} \propto \frac{1}{\sigma} \sqrt{Tm} \quad D \propto \sqrt{\frac{T}{m}} \frac{1}{\sigma n} \propto \frac{1}{\sigma P} \sqrt{\frac{T^3}{m}} \quad \chi \propto nm \sqrt{\frac{T}{m}} \frac{i}{\sigma nm} \propto \frac{i}{\sigma} \sqrt{\frac{T}{m}}$$

Взаимосвязь коэффициентов переноса

$$\eta = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \lambda = \rho D$$

$$D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \lambda$$

$$\chi = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \lambda c_v = \rho c_v D = c_v \eta$$

Теплопроводность — явление **переноса внутренней энергии** из одного слоя газа в другой. **Закон Фурье:**

$$Q = -\chi \frac{dT}{dx} \Delta S. \text{ Коэффициент теплопроводности —}$$

количество теплоты, переносимое за единицу времени...:

$$\chi = \frac{1}{3} \rho \langle v \rangle \lambda C_v.$$

Реальный газ.

Модель идеального газа (при н.у.) не учитывает размер молекул и взаимодействие между молекулами на расстоянии: $pV = \nu RT$. Модель хорошо описывает идеальные газы при не слишком высоких давлениях и достаточно высоких температурах. При описании реального газа необходимо учесть собственный объем молекул и сложный характер взаимодействия между ними. **Реальный газ:** собственный объем молекул и взаимодействие между молекулами на расстоянии: **уравнение Ван-дер-Ваальса:**

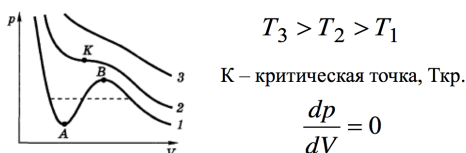
$$\left(P + \frac{av^2}{V^2}\right)(V - vb) = \nu RT \Rightarrow \left(P + \frac{a}{V_\mu^2}\right)(V_\mu - b) = RT \text{ (постоянные ВДВ). Поправки ВДВ:}$$

внутреннее давление, обусловленное взаимным притяжением молекул друг к другу:

$$P_{ВН} = \frac{a}{V_\mu^2}; \text{ поправка } b \text{ определяет часть объема, недоступного для движения молекул:}$$

$b = 4V_{собств\text{ем}}$. Критическая точка — точка, в которой необходимо начать рассматривать газ как реальный. Конденсация может происходить при температуре ниже $T_{кр}$. Давление насыщенных паров.

Изотермы Ван-дер-Ваальса

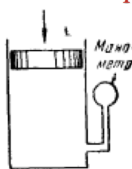


Критические параметры

$$T_{кр} = \frac{8a}{27bR} \quad p_{кр} = \frac{a}{27b^2} \quad V_{кр} = 3bv$$

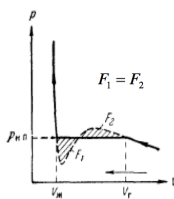
Участок АВ: одновременно увеличивается и давление и объем – это невозможно! Уравнение Ван-дер-Ваальса перестает работать.

Экспериментальные изотермы



$$T < T_{кр} = const$$

Начиная с некоторого объема $V_{г}$ экспериментальная изотерма перестает следовать теоретической и превращается в горизонтальную прямую.

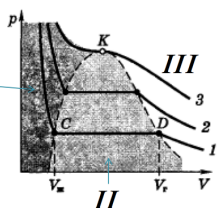


$p = const$, вещество перестает быть однородным – часть газа конденсируется в жидкость.

Начиная с объема $V_{ж}$ вещество находится в жидкой фазе, экспериментальные и теоретические кривые совпадают

Состояние АВ не может быть реализовано. Переходы СА и ВD могут быть реализованы при определенных условиях, являющихся неустойчивыми —

Экспериментальные изотермы



CD - фазовый переход – равновесие между жидкой и газообразной фазами вещества.

Газ, находящийся в равновесии со своей жидкостью – насыщенный пар.

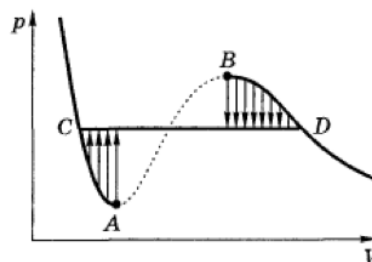
- I – жидкость;
- II – жидкость+газ;
- III – газ.

метастабильными. ВD – пересыщенный пар.

Условия получения: газ без посторонних включений подвергается резкому расширению без теплообмена с внешней средой (в камере Вильсона). **СА – перегретая жидкость.**

Условия получения: если жидкость тщательно очистить от посторонних включений, то ее можно перевести путем нагрева в состояние с давлением меньшим, чем давление насыщенных паров без ее закипания (в пузырьковой камере). **Внутренняя энергия реального газа:** кинетическая энергия теплового движения молекул и энергия взаимодействия с учетом энергии притяжения

$$\text{молекул: } U = C_\nu T - \frac{a}{V_\mu} \Rightarrow U = C_\nu T - \frac{av^2}{V} = \frac{i}{2} \nu RT - \frac{av^2}{V}$$



Путь, перемещение и скорость при равномерном и равнопеременном движении:
см. Вопрос 1.

Взаимосвязь работы с кинетической и потенциальной энергией.

Момент пары сил:

$$\vec{M} = \vec{M}_1 + \vec{M}_2 = [\vec{r}_1 \vec{F}_1] + [\vec{r}_2 \vec{F}_2]$$

частный случай:

$$M = r_1 F_1 + r_2 F_2 = r_1 F_1 + r_2 F_1 = (r_1 + r_2) F_1 = l \cdot F$$

общий случай:

$$\vec{r}_2 = \vec{r}_1 + \vec{r}_{21} \quad \vec{M} = [\vec{r}_1 \vec{F}_1] + [\vec{r}_2 \vec{F}_2] = [\vec{r}_1 \vec{F}_1] + [\vec{r}_1 \vec{F}_2] + [\vec{r}_{21} \vec{F}_2] = [\vec{r}_1 \vec{F}_1] - [\vec{r}_1 \vec{F}_1] + [\vec{r}_{21} \vec{F}_2] = [\vec{r}_{21} \vec{F}_2] = l \cdot F$$

Момент инерции

Плотности распределения массы:

$$\text{линейная плотность: } \tau = \frac{dm}{dl} = \frac{m}{l}$$

$$\text{поверхностная плотность: } \sigma = \frac{dm}{dS} = \frac{m}{S}$$

$$\text{объемная плотность: } \rho = \frac{dm}{dV} = \frac{m}{V}$$

тонкого однородного стержня массой m и длиной l :

$$dI = r^2 dm = r^2 \tau dl = r^2 \tau dr; \quad I = \int dI = \int_{-l/2}^{l/2} r^2 \tau dr = \tau \left(\frac{r^3}{3} \right) \Big|_{-l/2}^{l/2} = \tau \left(\frac{l^3}{24} + \frac{l^3}{24} \right) = \tau \frac{l^3}{12} = \frac{ml^2}{12};$$

тонкого однородного кольца (полого цилиндра) массой m и радиусом R :

$$dI = R^2 dm; \quad I = \sum dI = \sum R^2 dm = R^2 \sum dm = mR^2$$

тонкий однородный диск (сплошной цилиндр) массой m и радиусом R :

$$dI = r^2 dm = r^2 \sigma dS = r^2 \sigma 2\pi r dr$$

$$S = \pi R^2$$

$$I = \int dI = \int_0^R r^2 \sigma 2\pi r dr = \sigma 2\pi \int_0^R r^3 dr = \sigma 2\pi \left(\frac{r^4}{4} \right) \Big|_0^R = \sigma 2\pi \frac{R^4}{4} = \frac{2\pi m R^4}{4S} = \frac{\pi m R^4}{2\pi R^2} = \frac{mR^2}{2}$$

однородный сплошной шар массой m и радиусом R :

$$r^2 = R^2 - h^2$$

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

$$dI = \frac{r^2 dm}{2} = \frac{r^2 \rho dV}{2} = \frac{r^2 \rho \pi r^2 dh}{2} = \frac{\rho}{2} \pi r^4 dh = \frac{\rho}{2} \pi (R^2 - h^2)^2 dh = \frac{\rho}{2} \pi (R^4 - 2R^2 h^2 + h^4) dh$$

$$I = \int dI = \rho \pi \int_0^R (R^4 - 2R^2 h^2 + h^4) dh = \rho \pi \left(R^4 h - 2R^2 \frac{h^3}{3} + \frac{h^5}{5} \right) \Big|_0^R = \rho \pi \left(R^5 - \frac{2}{3} R^5 + \frac{R^5}{5} \right) = \rho \pi \frac{8}{15} R^5 = \frac{24mR^2}{60} = \frac{2mR^2}{5}$$

тонкостенной однородной сферы массой m и радиусом R :

$$I_{\text{шара}} = \frac{2}{5} mR^2 = \frac{8}{15} \rho \pi R^5 \quad dI = \frac{dI}{dR} dR = \frac{8}{15} \rho \pi 5R^4 dR = \frac{2}{3} \rho 4\pi R^4 dR = \frac{2mR^2}{3} \quad S = 4\pi R^2$$

$$m = \rho V = \rho 4\pi R^2 dR$$

Основное уравнение МКТ:
см. Вопрос 13.

Уравнение состояния адиабатного процесса:
см. Вопрос 12.

Работа идеального газа при различных процессах:
изотермический:
см. Вопрос 12.
изохорный:
см. Вопрос 12.
изобарный:
см. Вопрос 12.
адиабатный:
см. Вопрос 12.

Количество теплоты при различных процессах
изотермический:
см. Вопрос 12.
изохорный:
см. Вопрос 12.
изобарный:
см. Вопрос 12.
адиабатный:
см. Вопрос 12.

Наиболее вероятная скорость молекул:
см. Вопрос 16.

КПД идеальной тепловой машины:
см. Вопрос 17.

Вычисление изменения энтропии при различных процессах
изотермический:
см. Вопрос 18.
изохорный:
см. Вопрос 18.
изобарный:
см. Вопрос 18.
адиабатный:
см. Вопрос 18.