

## Вариант №2

### 1) #бинарный поиск, #сортировка

На листке бумаги записан массив из  $n$  чисел  $a_1, a_2, \dots, a_n$ . Вам необходимо найти число, которое встречается в этом массиве наибольшее количество раз.

Однако, прежде чем искать такое число, Вам разрешается выполнить не более  $k$  операций следующего вида — выбрать произвольный элемент массива и прибавить к нему 1. Другими словами, не более  $k$  раз разрешается увеличить на 1 некоторое число из массива (один элемент массива разрешается увеличивать несколько раз).

Вам необходимо найти максимальное количество вхождений некоторого числа в массив после выполнения не более  $k$  разрешенных операций. Если таких чисел несколько, требуется найти минимальное.

### Входные данные

В первой строке заданы два целых числа  $n$  и  $k$  ( $1 \leq n \leq 10^5$ ;  $0 \leq k \leq 10^9$ ) — количество элементов в массиве и количество операций, которое разрешается выполнить, соответственно. В третьей строке задана последовательность из  $n$  целых чисел  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $|a_i| \leq 10^9$ ) — исходный массив. Числа в строках разделены одиночными пробелами.

### Выходные данные

В единственной строке выведите два числа — максимальное количество вхождений некоторого числа в массив после выполнения не более  $k$  разрешенных операций, а также минимальное число, для которого достигается выведенный максимум. Выведенные числа разделяйте пробельными символами.

## 2) #жадные алгоритмы, #сортировки

Дано  $n$  отрезков на числовой прямой. Вы можете забить в любую целочисленную точку числовой прямой гвоздь, при этом все отрезки, содержащие эту точку, оказываются прибиты. Если гвоздь попадает в конец отрезка, то этот отрезок считается прибитым. Какое наименьшее число гвоздей нужно забить чтобы все отрезки оказались прибиты?

### **Входные данные**

В первой строке содержится целое число  $n$  ( $1 \leq n \leq 1000$ ) — количество отрезков. Далее в  $n$  строках содержится описание отрезков. Каждый отрезок описывается двумя целыми числами — координатами концов. Все координаты не превосходят по модулю 10000. Отрезки могут вырождаться в точки.

### **Выходные данные**

В первую строку выведите одно число — какое наименьшее число гвоздей нужно забить чтобы все отрезки оказались прибиты. Во вторую строку выведите координаты забитых гвоздей через пробел в любом порядке. Если решений несколько, выведите любое.

### 3) #бинарный поиск, #жадные алгоритмы

Деревня вытянута вдоль автомобильной дороги и поэтому каждый город на ней характеризуется своим смещением относительно некоторой фиксированной точки — координатой  $x_i$ . Деревня состоит из  $n$  домов,  $i$ -ый дом расположен в точке с координатой  $x_i$ . Провайдер сотовой связи Т запланировал разместить три базовых станции таким образом, чтобы покрыть связью каждый дом в деревне. Базовая станция мощности  $d$ , размещенная в точке  $t$ , покрывает связью дома в отрезке  $[t - d, t + d]$  (включая границы). Для упрощения монтажа планируется, что все три станции будут иметь одинаковую мощность  $d$ . Какое минимальное значение  $d$  достаточно, чтобы покрыть связью все дома в деревне.

#### **Входные данные**

В первой строке записано целое число  $n$  ( $1 \leq n \leq 2 \cdot 10^5$ ) — количество домов в деревне. Вторая строка содержит координаты домов — последовательность  $x_1, x_2, \dots, x_n$  целых чисел ( $1 \leq x_i \leq 10^9$ ). Возможно, что два или более города расположены в одной точке. Координаты заданы в произвольном порядке.

#### **Выходные данные**

Выведите искомую минимальную мощность  $d$ . Во вторую строку выведите три числа — возможные координаты расположения базовых станций. Выводите координаты с 6 цифрами после десятичной точки. Позиции станций могут быть любыми от 0 до  $2 \cdot 10^9$  включительно. Допускается, чтобы базовые станции имели совпадающие координаты. Если решений несколько, выведите любое.

#### 4) #приоритетные очереди, #пирамиды

Как известно, студент Женя страдает прокрастинацией. Он не сдал  $n$  экзаменов и теперь вынужден ходить по пересдачам. Пересдавать можно не более одного экзамена в день.

Экзамен номер  $i$  можно пересдавать в любой день, начиная с дня  $t_i$ . Однако преподаватели не желают видеть, как студенты балбесничают во время семестра. Поэтому возможность пересдачи экзамена нужно оплачивать.

Пересдача  $i$ -го экзамена стоит  $c_i + d$  рублей, где  $c_i$  – начальная стоимость пересдачи, а  $d$  – количество дней, прошедших с дня, когда этот экзамен сдал доступным для пересдачи.

Женя беден, поэтому всякий раз, когда ему нужны деньги, он занимает их у Саши. А именно, всякий раз, когда он решает пересдать экзамен, он идет к Саше, берет у него в долг ровно столько денег, сколько необходимо заплатить за пересдачу, не больше и не меньше, и идет на пересдачу.

Саша страдает особой формой амнезии: он помнит только максимальную сумму долга. Зная это составьте для Жени такое расписание пересдач, чтобы в итоге ему пришлось Саше как можно меньше денег. А именно для каждого экзамена выведите день, когда Женя должен этот экзамен пересдать. Известно, что каждый экзамен он пересдает с первой попытки.

#### **Входные данные**

$n$  – количество экзаменов ( $0 < n < 200000$ ). В каждой следующей строке  $t_i c_i$  ( $0 < t_i < 10^6$ ,  $0 < c_i < 10^9$ ). Для всех  $i < j$   $t_i \leq t_j$ .

#### **Выходные данные**

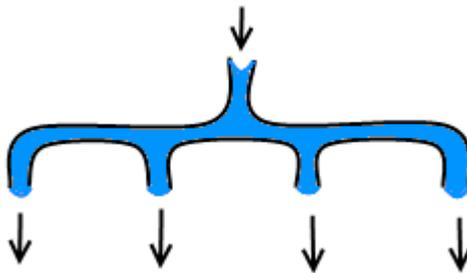
Выведите  $n$  целых чисел через пробел. Каждое число это день когда Жене надо пересдать  $i$  экзамен.

## 5) #бинарный поиск

Вова — новый шаман Крайней Туле — хочет построить трубопровод. Так как в Крайней Туле ровно  $n$  домов, Вова хочет, чтобы в городе было ровно  $n$  труб, к каждой из которых можно подключить водоснабжение. К трубе можно подключить водоснабжение, если из нее течет вода. Изначально у Вовы есть только одна труба, из которой течет вода. Кроме того, у Вовы есть несколько разветвителей.

Разветвитель — это конструкция, состоящая из одного входа, который может быть подсоединен к трубе с водой, и  $x$  труб-выходов. В результате подсоединения из каждой трубы-выхода будет течь вода. Считайте, что трубы-выходы — это обычные трубы.

Например, к такой трубе можно подсоединить водоснабжение, если из нее течет вода. К одной трубе, из которой течет вода, не может быть подсоединено более одного разветвителя



На рисунке изображен разветвитель с 4-мя выходами

У Вовы есть по одному разветвителю с 2-мя, 3-мя, 4-мя, ...,  $k$  выходами. Помогите Вове использовать минимальное количество разветвителей, чтобы построить нужный ему трубопровод, или определите, что это невозможно.

Вове нужно, чтобы в его трубопроводе было ровно  $n$  труб, из которых вытекает вода. Обратите внимание, что некоторые из этих труб могут быть трубами-выходами разветвителей.

### Входные данные

В первой строке через пробел записаны два целых числа  $n$  и  $k$  ( $1 \leq n \leq 10^{18}$ ,  $2 \leq k \leq 10^9$ ).

### Выходные данные

Выведите единственное целое число — минимальное количество разветвителей, необходимое, чтобы построить трубопровод. Если построить трубопровод с имеющимися разветвителями невозможно, выведите -1.

б) #система непересекающихся множеств, #дерево отрезков, #дерево Фенвика

Поликарп — начинающий программист. Сейчас он исследует программу своего друга. Он уже обнаружил там функцию `rangeIncrement(l, r)`, которая прибавляет единицу к каждому элементу некоторого массива  $a$  для всех индексов на отрезке  $[l, r]$ . Иными словами, эта функция делает следующее:

```
function rangeIncrement(l, r)
  for i := l .. r do
    a[i] = a[i] + 1
```

Поликарпу известно состояние массива  $a$  после серии вызовов этой функции. Он хочет определить минимальное количество вызовов функции, которые приведут к такому результату. Кроме того, он хочет понять какие именно вызовы функции нужны в таком случае. Гарантируется, что искомое количество вызовов не превосходит  $10^5$ .

До вызовов функции `rangeIncrement(l, r)` все элементы массива равны нулям.

### Входные данные

В первой строке входных данных записано целое число  $n$  ( $1 \leq n \leq 10^5$ ) — длина массива  $a[1..n]$ .

Вторая строка содержит его целочисленные элементы, записанные через пробел,  $a[1], a[2], \dots, a[n]$  ( $0 \leq a[i] \leq 10^5$ ) после некоторой серии вызовов функции `rangeIncrement(l, r)`.

Гарантируется, что хотя бы один элемент массива отличен от 0. Гарантируется, что ответ содержит не более  $10^5$  вызовов функции `rangeIncrement(l, r)`.

### Выходные данные

В первую строку выведите  $t$  — наименьшее количество вызовов функции `rangeIncrement(l, r)`, которые приведут к массиву из входных данных. Гарантируется, что это число окажется не более  $10^5$ .

Далее выведите  $t$  строк — описания вызовов функции по одному в строке. Каждая строка должна содержать два целых числа  $l_i, r_i$  ( $1 \leq l_i \leq r_i \leq n$ ) — аргументы  $i$ -го вызова `rangeIncrement(l, r)`. Вызовы функции могут быть осуществлены в любом порядке.

Если решений несколько, разрешается вывести любое.

## 7) #дерево отрезков, #дерево Фенвика

Дан циклический массив  $a_0, a_1, \dots, a_{n-1}$ . Есть два типа операций:

- $inc(lf, rg, v)$  — увеличить каждый элемент на отрезке  $[lf, rg]$  (включительно) на  $v$ ;
- $rmq(lf, rg)$  — найти минимальное значение на отрезке  $[lf, rg]$  (включительно).

Мы считаем, что все отрезки — циклические, например если  $n = 5$  и  $lf = 3, rg = 1$ , то имеется в виду последовательность индексов: 3, 4, 0, 1.

Напишите программу, которая будет выполнять заданную последовательность операций.

### **Входные данные**

Первая строка содержит целое число  $n$  ( $1 \leq n \leq 200000$ ). Следующая строка описывает начальное состояние массива:  $a_0, a_1, \dots, a_{n-1}$  ( $-10^6 \leq a_i \leq 10^6$ ),  $a_i$  целые. Третья строка содержит целое число  $m$  ( $0 \leq m \leq 200000$ ),  $m$  — количество операций. Следующие  $m$  строк описывают операции. Если строка содержит два целых числа  $lf, rg$  ( $0 \leq lf, rg \leq n - 1$ ), то это она задает операцию  $rmq$ , а если она содержит три целых числа  $lf, rg, v$  ( $0 \leq lf, rg \leq n - 1; -10^6 \leq v \leq 10^6$ ) — операцию  $inc$ .

### **Выходные данные**

Для каждой операции  $rmq$  выведите ее результат.

## 8) #дерево отрезков, #дерево Фенвика

У Егора есть массив  $a = a_1, a_2, \dots, a_n$  и  $m$  операций. Каждая операция имеет вид:  $l_i, r_i, d_i$  ( $1 \leq l_i \leq r_i \leq n$ ). Применить операцию  $i$  к массиву значит, элементы массива с номерами  $l_i, l_i + 1, \dots, r_i$ , увеличить на величину  $d_i$ .

Егор записал на листочке бумаги  $k$  запросов. Каждый запрос имеет вид:  $x_i, y_i$  ( $1 \leq x_i \leq y_i \leq m$ ), что означает, что нужно применить к массиву операции с номерами  $x_i, x_i + 1, \dots, y_i$ .

Сейчас Егор хочет узнать, какой будет массив  $a$  после выполнения всех запросов. Помогите Егору.

### Входные данные

В первой строке заданы целые числа  $n, m, k$  ( $1 \leq n, m, k \leq 10^5$ ). Во второй строке заданы  $n$  целых чисел:  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $0 \leq a_i \leq 10^5$ ) — изначальный массив.

В следующих  $m$  строках заданы операции, операция с номером  $i$  записана тремя целыми числами:  $l_i, r_i, d_i$  ( $1 \leq l_i \leq r_i \leq n$ ), ( $0 \leq d_i \leq 10^5$ ).

В следующих  $k$  строках заданы запросы, запрос с номером  $i$  записан двумя целыми числами:  $x_i, y_i$  ( $1 \leq x_i \leq y_i \leq m$ ).

Числа в строках разделяются одиночными пробелами.

### Выходные данные

В единственную строку выведите  $n$  целых чисел  $a_1, a_2, \dots, a_n$  — массив, который получит Егор после применения всех запросов. Выведенные числа разделяйте пробелами.

9) #бинарный поиск, #система непересекающихся множеств, #деревья, #два указателя

До 40-летия писателя Б осталась пара дней. По этому поводу в библиотеке решили организовать выставку сочинений известного фантаста. Также было решено, что необходимо выбрать все книги, изданные автором за какой-то интервал времени. Понятно, что если книги будут очень сильно различаться по размерам, то посетителям это не понравится. Поэтому, посоветовавшись, организаторы пришли к мнению, что высота самой низкой и самой высокой книг, отобранных для экспозиции, должны отличаться не более чем на  $k$  миллиметров.

В библиотеке имеется  $n$  томов произведений Б, расположенных в хронологическом порядке выпуска в свет. Про каждую книгу известна ее высота в миллиметрах  $h_i$ . Поскольку юбиляр является очень уважаемым в городе человеком, то организаторы хотят представить на выставке наибольшее число его книг, а также узнать, какие при этом периоды творчества писателя они смогут охватить. Помогите организаторам справиться с этой нелегкой задачей.

### **Входные данные**

В первой строке входных данных записаны через пробел два целых числа  $n$  ( $1 \leq n \leq 10^5$ ) и  $k$  ( $0 \leq k \leq 10^6$ ) — количество произведений писателя Б, имеющих в библиотеке, и максимальная высота, на которую могут отличаться самая низкая и самая высокая книги в экспозиции. Во второй строке содержится  $n$  целых чисел, записанных через пробел. Каждое число  $h_i$  ( $1 \leq h_i \leq 10^6$ ) означает высоту  $i$ -ой книги в миллиметрах.

### **Выходные данные**

В первую строку выходных данных выведите через пробел два числа  $a$  и  $b$ . Число  $a$  означает наибольшее количество книг, которое организаторы смогут представить на выставке, а число  $b$  — количество интервалов времени таких, что в каждый из них писатель Б издал  $a$  книг, и самая высокая из этих книг превосходит самую низкую не более чем на  $k$  миллиметров.

В последующие  $b$  строк выведите по два целых числа через пробел — номер первого и последнего тома каждого из искомых периодов творчества Б.

## 10) #графы, #хэши

Поликарп работает программистом в одной развивающейся социальной сети. Начальство поставило перед ним задачу разработать механизм определения возможных друзей. Поликарп долго думал над поставленной задачей и пришел к следующему выводу.

Пусть заданы все отношения дружбы в социальной сети в виде  $m$  пар имен пользователей  $a_i, b_i$  ( $a_i \neq b_i$ ). Каждая пара  $a_i, b_i$  обозначает, что пользователи  $a_i$  и  $b_i$  являются друзьями. Отношение дружбы симметричное, то есть если  $a_i$  друг  $b_i$ , то и  $b_i$  друг  $a_i$ . Пользователь  $u$  является *возможным другом* пользователя  $x$ , если выполняются условия:

1.  $x \neq u$ ;
2.  $x$  и  $u$  не являются друзьями;
3. среди всех пользователей социальной сети, которые удовлетворяют первым двум условиям, пользователь  $u$  имеет наибольшее количество общих друзей с пользователем  $x$ . Пользователь  $z$  является общим другом пользователя  $x$  и пользователя  $u$  ( $z \neq x, z \neq u$ ), если  $x$  и  $z$  друзья, а также  $u$  и  $z$  друзья.

Ваша задача, помочь Поликарпу реализовать механизм определения возможных друзей.

### **Входные данные**

В первой строке записано единственное целое число  $m$  ( $1 \leq m \leq 5000$ ) — количество пар друзей в социальной сети. В следующих  $m$  строках заданы пары имен пользователей-друзей. В  $i$ -той строке через пробел записаны два имени  $a_i$  и  $b_i$  ( $a_i \neq b_i$ ). Имена пользователей непустые и состоят из не более 20 заглавных и строчных латинских букв.

Гарантируется, что каждая пара друзей встречается во входных данных только один раз, например, во входных данных одновременно не могут встречаться пары  $x, u$  и  $u, x$ .

Гарантируется, что различные пользователи имеют различные имена. Гарантируется, что каждый пользователь социальной сети имеет хотя бы одного друга. Последнее гарантирует, что имя каждого пользователя социальной сети встречается во входных данных хотя бы один раз.

### **Выходные данные**

В первой строке выведите единственное целое число  $n$  — количество пользователей социальной сети. В следующих  $n$  строках выведите для каждого пользователя, количество возможных друзей. В  $i$ -той строке выведите имя пользователя  $c_i$  и количество его возможных друзей  $d_i$  через пробел.

Информацию про пользователей можно выводить в любом порядке.