

## Вариант 5

### 1) #деревья, #поиск в ширину

Петина сестра живет в  $N$ . В  $N$   $n$  городов, соединенных  $n - 1$  двусторонней дорогой. Города пронумерованы от 1 до  $n$ . Из любого города можно добраться до любого другого двигаясь по дорогам.

Компания «Two Roads», в которой работает Петина сестра, выиграла тендер на ремонт двух путей в  $N$ . Путем называется последовательность различных городов, последовательно соединенных дорогами. Пути, которые надо отремонтировать, компания может выбрать самостоятельно. Единственное условие, накладываемое тендером — они не должны пересекаться (то есть иметь общих городов).

Известно, что прибыль, которую получит компания «Two Roads», равна произведению длин выбранных двух путей. Считая длину каждой дороги равной 1, а длину пути равной количеству дорог в ней, найдите максимальную возможную прибыль компании.

### **Входные данные**

В первой строке записано целое число  $n$  ( $2 \leq n \leq 200$ ), где  $n$  — количество городов в стране. Далее в  $n - 1$  строке записаны сами дороги. Каждая строка содержит пару номеров соединяемых городов  $a_i, b_i$  ( $1 \leq a_i, b_i \leq n$ ).

### **Выходные данные**

Выведите максимальную возможную прибыль.

## 2) #деревья, #двоичный подъем, #бинарный поиск

Вы обнаружили генеалогическое дерево. Найденное дерево описывает родственные связи  $n$  человек, пронумерованных от 1 до  $n$ . Каждый человек в этом дереве имеет не более одного непосредственного предка.

Назовем человека  $a$  1-прародителем человека  $b$ , если  $a$  является непосредственным предком  $b$ .

Назовем человека  $a$   $k$ -прародителем ( $k > 1$ ) человека  $b$ , если у человека  $b$  есть 1-прародитель, и  $a$  является  $(k - 1)$ -прародителем 1-прародителя  $b$ .

В найденном дереве родственные связи не образуют циклов. Другими словами не существует человека, который непосредственно или косвенно является собственным прародителем (то есть является  $x$ -прародителем самого себя, для некоторого  $x, x > 0$ ).

Назовем двух людей  $x$  и  $y$  ( $x \neq y$ )  $p$ -юрродными братьями ( $p > 0$ ), если существует человек  $z$ , который является  $p$ -прародителем  $x$  и  $p$ -прародителем  $y$ .

Вас интересует сколько у кого и каких братьев. На листочке записаны  $m$  пар чисел  $v_i, p_i$ . Для каждой пары  $v_i, p_i$  нужно узнать, сколько у человека  $v_i$   $p_i$ -юрродных братьев.

### Входные данные

В первой строке входных данных записано единственное целое число  $n$  ( $1 \leq n \leq 10^5$ ) — количество людей в дереве. В следующей строке записано  $n$  целых чисел через пробел  $r_1, r_2, \dots, r_n$ , где  $r_i$  ( $1 \leq r_i \leq n$ ) — номер непосредственного предка человека номер  $i$  или 0 если у человека номер  $i$  нет непосредственного предка. Гарантируется, что родственные связи не образуют циклов.

В третьей строке записано единственное целое число  $m$  ( $1 \leq m \leq 10^5$ ) — количество записей Поликарпа. В  $m$  следующих строках записаны пары целых чисел через пробел. В  $i$ -ой строке записаны числа  $v_i, p_i$  ( $1 \leq v_i, p_i \leq n$ ).

### Выходные данные

Выведите  $m$  целых чисел, разделенных пробельными символами, — ответы на записи Поликарпа. Ответы для записей выводите в том порядке, в котором записи встречаются во входных данных.

### 3) #дерево отрезков, #дерево Фенвика, #система непересекающихся множеств

Назовем неориентированный связный граф из  $n$  вершин и  $n - 1$  ребра *бородой*, если в нем все вершины кроме, возможно, одной имеют степень 2 или 1 (то есть в нем существует не более одной вершины, степень которой более двух). Пусть каждое ребро имеет либо черный цвет, либо белый, изначально все ребра имеют черный цвет.

Вам дано описание графа-бороды. Ваша задача — обрабатывать запросы следующих типов:

- покрасить в черный цвет ребро, которое в описании имеет номер  $i$  (гарантируется, что к моменту этого запроса  $i$ -ое ребро имеет белый цвет)
- покрасить в белый цвет ребро, которое в описании имеет номер  $i$  (гарантируется, что к моменту этого запроса  $i$ -ое ребро имеет черный цвет)
- найти длину кратчайшего пути **только по черным ребрам** между вершинами  $a$  и  $b$  или указать, что не существует такого пути между ними (длина пути — это количество ребер в нем)

Вершины пронумерованы целыми ч. от 1 до  $n$ , а ребра — целыми числами от 1 до  $n - 1$ .

#### Входные данные

Первая строка входных данных содержит целое число  $n$  ( $2 \leq n \leq 10^5$ ) — количество вершин в графе. Далее в  $n - 1$  строках заданы ребра номерами вершин  $v_i, u_i$  ( $1 \leq v_i, u_i \leq n, v_i \neq u_i$ ), которые данное ребро соединяет. Гарантируется, что заданный граф связан и образует граф-бороду, а также не содержит петель и кратных ребер. Следующая строка содержит целое число  $m$  ( $1 \leq m \leq 3 \cdot 10^5$ ) — количество запросов. Следующие  $m$  строк содержат запросы в формате: первым в строке записано целое число  $type$ , которое принимает значения от 1 до 3 и означает тип запроса.

Если  $type = 1$ , то текущий запрос — это запрос на покраску ребра в черный цвет. В этом случае в строке кроме числа  $type$  содержится целое число  $id$  ( $1 \leq id \leq n - 1$ ), означающее номер ребра, которое нужно покрасить.

Если  $type = 2$ , то текущий запрос — это запрос на покраску ребра в белый цвет, его формат аналогичен предыдущему запросу.

Если  $type = 3$ , то текущий запрос — запрос нахождения расстояния. В этом случае в строке кроме числа  $type$  содержатся два целых числа  $a, b$  ( $1 \leq a, b \leq n, a$  может быть равно  $b$ ) — номера вершин, расстояние между которыми надо найти. Числа во всех строках разделены ровно одним пробелом. Ребра нумеруются в том порядке, в котором они заданы во входных данных.

#### Выходные данные

Для каждого запроса «найти расстояние между вершинами  $a$  и  $b$ » выведите результат. Если данные вершины на момент запроса недостижимы друг из друга по чер. ребрам, то -1

#### 4) #пирамиды, #приоритетные очереди

Пушкин и Дантес решили потренироваться в дуэлях. Они решили провести  $n$  раундов, а после каждого раунда выпивать восстанавливающее средство, чтобы не тратить лишних сил. Всего у них есть  $2n$  зелий. После каждого раунда дуэли они выбирают два наиболее близких по мощности средства. Из нескольких таких пар они выбирают ту, у которой сумма мощностей наибольшая. Затем Дантес выпивает более мощное средство из пары, а Пушкин менее мощное.

Помогите им определить какие средства, и в каком порядке выпьет каждый из них.

#### **Входные данные**

Первая строка содержит  $n$  ( $0 < n < 100001$ ). Во второй строке записаны  $2n$  целых числа ( $1 \leq a_i \leq 10^9$ ), где  $a_i$  – мощность  $i$  средства.

#### **Выходные данные**

В первой строке выведите  $n$  чисел – мощности средств, которые выпьет Дантес. Во второй строке средства, который примет Пушкин. Средства надо выводить в том порядке, в котором Дантес и Пушкин должны их принять.

## 5) #сортировки, #деревья

Королевство  $N$  представляет собой множество из  $n$  городов, связанных  $n -$

1 железнодорожными путями. Каждый путь соединяет ровно два различных города. Столица находится в городе номер 1. Из каждого города существует способ доехать по железной дороге до столицы.

В  $i$ -ом городе стоит дивизия солдат номер  $i$ , каждая дивизия характеризуется числом  $a_i$ , означающим приоритет; чем меньше это число, тем выше приоритет у этой дивизии. Все значения  $a_i$  — различны.

Однажды Король  $N$  Утин объявил всеобщую мобилизацию, и для этого каждая дивизия должна прибыть в столицу. Каждый день из каждого города, кроме столицы, по каждому железнодорожному пути отходит поезд, который имеет некоторую конечную вместимость  $c_j$ , выражаемую в максимальном количестве дивизий, которое этот поезд может увезти за один раз. Каждый поезд движется по направлению сокращения расстояния до столицы. Поезд заканчивает свой путь на противоположном конце железнодорожного пути на следующий день. Таким образом, каждый поезд проезжает из города в соседний (в которой и заканчивает свой путь) по направлению к столице. В первую очередь из числа дивизий, находящихся в городе, на поезд садятся дивизии с наименьшим числом  $a_i$ , потом со следующим по величине и так далее, пока либо поезд не будет заполнен, либо пока все дивизии не будут погружены. Таким образом, некоторые дивизии могут оставаться в городе в ожидании поезда несколько дней.

Длительность путешествия поезда из одного города в другой всегда равно 1 дню. Все дивизии начинают свое передвижение одновременно и заканчивают в столице, откуда больше никуда не перемещаются. Каждая дивизия передвигается по простому пути из своего города в столицу, независимо от того, сколько времени займет это путешествие. Ваша задача — найти для каждой дивизии, через сколько дней она прибудет в столицу  $N$ . Отсчет времени начинается с дня номер 0.

### **Входные данные**

Первая строка содержит единственное число целое  $n$  ( $1 \leq n \leq 5000$ ) — количество городов в  $N$ . Вторая строка содержит  $n$  целых разделенных пробелом чисел  $a_1, a_2, \dots, a_n$ , где  $a_i$  означает приоритет дивизии, находящейся в городе номер  $i$ . Все числа  $a_1, a_2, \dots, a_n$  различны ( $1 \leq a_i \leq 10^9$ ). Далее в  $n - 1$  строках даны описания железнодорожных путей тройками целых чисел  $v_j, u_j, c_j$ , где  $v_j, u_j$  — номера городов, соединяемых  $j$ -ым железнодорожным путем, а  $c_j$  означает максимальную вместимость поезда, курсирующего по этому пути ( $1 \leq v_j, u_j \leq n, v_j \neq u_j, 1 \leq c_j \leq n$ ).

### **Выходные данные**

Выведите последовательность  $t_1, t_2, \dots, t_n$ , где  $t_i$  означает количество дней, через которое дивизия из города  $i$  прибудет в столицу. Числа разделяйте пробелами.

## 6) #бинарный поиск, #строки

В М выпускается газета с названием  $s_1$ , состоящем из строчных букв латинского алфавита. Женя хочет купить несколько таких газет, вырезать из них названия, склеить их друг за другом и стереть некоторые буквы так, чтобы получилось слово  $s_2$ . Считается, что когда Женя стирает какую-то букву, на ее месте не образуется пустое место. То есть строка остается неразрывной и по-прежнему состоит только из маленьких букв латинского алфавита.

Например, заголовок газеты — «abc». Взяв два таких заголовка и склеив, получится «abcabc». Если стереть буквы на позициях 1 и 5 получится слово «bcac».

Какое наименьшее количество газетных заголовков  $s_1$  понадобится Жене, чтобы он мог их склеить, стереть несколько букв и получить слово  $s_2$ ?

### Входные данные

Входные данные содержат две строки. В первой строке записан заголовок  $s_1$ , во второй строке записано слово  $s_2$ . Строки состоят только из строчных латинских букв ( $1 \leq |s_1| \leq 10^4$ ,  $1 \leq |s_2| \leq 10^6$ ).

### Выходные данные

Если получить слово  $s_2$  описанным выше способом невозможно, выведите «-1» (без кавычек). Иначе выведите наименьшее количество газетных заголовков  $s_1$ , которое понадобится, чтобы получить слово  $s_2$ .

## 7) #сортировки, #бинарный поиск

На биатлонной базе, где Валера готовится к соревнованиям, расположено огромное стрельбище, на котором находится  $n$  мишеней. Каждая мишень имеет форму круга, а **центры всех кругов расположены на оси  $Ox$** . На последней тренировке Валера сделал целых  $m$  выстрелов. Для того чтобы ему было проще следить за собственными результатами, одному небезызвестному программисту, которым, разумеется, являетесь вы, было поручено написать программу, которая бы сообщала, сколько и какие мишени Валера закрыл, а какие ему так и не удалось поразить. Более конкретно, для каждой мишени программа должна выдать номер **первого** успешного попадания в нее или «-1», если такого не оказалось. **Мишень считается закрытой, если выстрел попал внутрь круга или на его границу**. Он очень рассчитывает на вас, и, возможно, благодаря вам он когда-нибудь будет побеждать на международной арене.

### Входные данные

В первой строке входного файла содержится целое число  $n$  ( $1 \leq n \leq 10^4$ ) — количество мишеней. В последующих  $n$  строках содержатся описания мишеней. Каждая мишень представляет собой круг, центр которого расположен на оси  $Ox$ . Каждый круг задан координатой центра  $x$  ( $-2 \cdot 10^4 \leq x \leq 2 \cdot 10^4$ ), а также своим радиусом  $r$  ( $1 \leq r \leq 1000$ ). **Гарантируется, что никакая пара мишеней не совпадает, не пересекается и не вкладывается друг в друга, однако может касаться.**

В следующей строке содержится целое число  $m$  ( $1 \leq m \leq 2 \cdot 10^5$ ) — количество выстрелов. Последующие  $m$  строк содержат описания выстрелов, которые являются точками на плоскости, заданными своими координатами  $x$  и  $y$  ( $-2 \cdot 10^4 \leq x, y \leq 2 \cdot 10^4$ ).

Все числа во входных данных целые.

Мишени и выстрелы нумеруются с единицы в том порядке, в котором они заданы во входных данных.

### Выходные данные

В первой строке выведите единственное число — число закрытых Валерой мишеней. Во вторую строку для каждой из мишеней выведите номер первого в неё попадания или «-1» (без кавычек), если такого не существует. Числа разделяйте пробелами.

## 8) #бинарный поиск, #два указателя

Вам задан массив, состоящий из  $n$  целых чисел  $a_1, a_2, \dots, a_n$ . Также задано  $m$  запросов,  $i$ -ый запрос описывается двумя целыми числами  $l_i, r_i$ . Числа  $l_i, r_i$  обозначают подотрезок исходного массива, то есть последовательность чисел  $a_{l_i}, a_{l_i+1}, a_{l_i+2}, \dots, a_{r_i}$ . Для каждого запроса нужно проверить, является ли соответствующий ему подотрезок лесенкой.

*Лесенкой* назовем последовательность целых чисел  $b_1, b_2, \dots, b_k$  такую, что сначала она не убывает, а затем не возрастает. Другими словами, существует такое целое число  $x$  ( $1 \leq x \leq k$ ), что выполняется неравенство:  $b_1 \leq b_2 \leq \dots \leq b_x \geq b_{x+1} \geq b_{x+2} \dots \geq b_k$ . Обратите внимание, что неубывающая и невозрастающая последовательности также считаются лесенками.

### Входные данные

В первой строке заданы два целых числа  $n$  и  $m$  ( $1 \leq n, m \leq 10^5$ ) — количество элементов массива и количество запросов соответственно. Во второй строке задана последовательность целых чисел  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $1 \leq a_i \leq 10^9$ ), в которой число  $a_i$  обозначает  $i$ -ый элемент массива.

Далее в  $m$  строках заданы описания запросов. В  $i$ -ой строке задано описание  $i$ -ого запроса, состоящее из двух целых чисел  $l_i, r_i$  ( $1 \leq l_i \leq r_i \leq n$ ) — границы подотрезка исходного массива.

Числа в строках разделяются одиночными пробелами.

### Выходные данные

Выведите  $m$  строк, в  $i$ -ой строке выведите слово «Yes» (без кавычек), если подотрезок, соответствующий  $i$ -ому запросу, является лесенкой, или слово «No» (без кавычек) в противном случае.

## 9) #бинарный поиск, #два указателя

Когда у Валеры появляется свободное время, он идет в библиотеку и читает книги. Вот и сегодня у него появилось  $t$  свободных минут для чтения. Поэтому Валера взял  $n$  книг в библиотеке и для каждой книги оценил: какое время потребуется, чтобы ее прочитать. Пронумеруем книги целыми числами от 1 до  $n$ . Для прочтения  $i$ -той книги Валере требуется  $a_i$  минут.

Валера решил, что он выберет произвольную книгу с номером  $i$  и будет читать книги друг за другом, начиная с этой книги. Другими словами, сначала он прочитает книгу с номером  $i$ , затем книгу с номером  $i + 1$ , затем книгу с номером  $i + 2$  и так далее. Он продолжает этот процесс до тех пор, пока либо не закончится его свободное время, либо не прочитает книгу с номером  $n$ . Каждую книгу Валера читает целиком, то есть он не читает книгу, которую не успеет дочитать до конца из-за нехватки свободного времени.

Посчитайте максимальное количество книг, которое Валера сможет прочитать.

### **Входные данные**

В первой строке заданы два целых числа  $n$  и  $t$  ( $1 \leq n \leq 10^5$ ;  $1 \leq t \leq 10^9$ ) — количество книг и количество свободных минут у Валеры соответственно. Во второй строке задана последовательность из  $n$  целых чисел  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $1 \leq a_i \leq 10^4$ ), в которой число  $a_i$  обозначает количество минут, которое требуется для прочтения  $i$ -ой книги.

### **Выходные данные**

Выведите единственное целое число — максимальное количество книг, которое Валера сможет прочитать.

## 10) #графы, #поиск в глубину

В компании «VerCorp» работает  $n$  сотрудников. Для официальной переписки утверждено  $m$  языков, пронумерованных целыми числами от 1 до  $m$ . Для каждого сотрудника известно, какие языки он знает. Возможно даже, что человек не знает ни одного официального языка. Но работники готовы выучить любое количество языков, если только компания оплатит им обучение. Стоимость курса изучения одного языка для одного сотрудника составляет 1 бердоллар.

Определите, какую минимальную сумму денег придется затратить компании, чтобы любой сотрудник мог обратиться к любому другому, возможно, не напрямую (то есть, привлекая других сотрудников для перевода).

### Входные данные

В первой строке записано два целых числа  $n$  и  $m$  ( $2 \leq n, m \leq 100$ ) — количество сотрудников и количество языков.

Далее следует  $n$  строк — списки языков для каждого работника. В начале  $i$ -ой строки записано целое число  $k_i$  ( $0 \leq k_i \leq m$ ) — количество языков, которые знает  $i$ -ый сотрудник. Далее в  $i$ -ой строке записано  $k_i$  целых чисел —  $a_{ij}$  ( $1 \leq a_{ij} \leq m$ ) — номера языков, которые знает  $i$ -ый сотрудник. Гарантируется, что все номера в одном списке различны. Обратите внимание, что сотрудник может не знать ни одного языка.

Числа в строках разделяются одиночными пробелами.

### Выходные данные

Выведите единственное целое число — наименьшее количество денег, которое придется заплатить, чтобы каждый мог написать письмо каждому (возможно, привлекая других для перевода).