

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 3 -1

Изучение электростатического поля с помощью проводящей бумаги.

Цель работы

1. Экспериментальное определение формы эквипотенциальных поверхностей в моделях плоского и цилиндрического конденсаторов.
2. Расчет напряженности электростатического поля по найденному распределению потенциала.
3. Проверка теоретических предсказаний относительно координатной зависимости потенциала для обеих моделей.

Теоретические основы лабораторной работы

Взаимодействие между неподвижными электрически заряженными телами осуществляется посредством электрического поля. При этом каждое заряженное тело создает в окружающем пространстве поле, действующее на другие заряженные тела, и само это тело испытывает на себе воздействие электрических полей, созданных окружающими телами. Если заряды-источники неподвижны, то их электрическое поле стационарно, т.е. не изменяется с течением времени. Такое поле называют электростатическим. Силовой характеристикой электрического поля служит вектор его напряженности. Этот вектор в данной точке пространства определяется соотношением

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}, \quad (1)$$

где \vec{F} – сила, действующая на неподвижный заряд q , помещенный в данную точку. Заряд q в формуле (1), с помощью которого детектируется электрическое поле, называется «пробным». Для графического изображения электростатических полей используют силовые линии. Силовыми линиями (линиями напряженности) называют линии, касательные к которым в каждой точке совпадают с направлением вектора напряженности в этой точке. Силовые линии электростатического поля разомкнуты. Они начинаются на положительных зарядах и оканчиваются на отрицательных зарядах (в частности, они могут уходить в бесконечность или приходить из бесконечности).

Энергетической характеристикой электрического поля является его потенциал. Потенциалом в данной точке поля называется скалярная величина

$$\varphi = \frac{W_{\text{п}}}{q}, \quad (2)$$

где $W_{\text{п}}$ – потенциальная энергия заряда q , помещенного в данную точку. При перемещении заряда q из точки с потенциалом φ_1 в точку с потенциалом φ_2 силы электростатического поля совершают над зарядом работу

$$A = q(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (3)$$

Геометрическое место точек, в которых потенциал имеет одинаковую величину, называется эквипотенциальной поверхностью.

Напряженность и потенциал электростатического поля связаны друг с другом соотношениями

$$\vec{E} = -\text{grad } \varphi, \quad (4)$$

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int_1^2 (\vec{E}, d\vec{l}). \quad (5)$$

Вектор градиента (градиент) потенциала в формуле (4) определяется через частные производные потенциала по декартовым координатам x, y, z :

$$\text{grad } \varphi = \vec{e}_x \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \vec{e}_y \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \vec{e}_z \frac{\partial \varphi}{\partial z}. \quad (6)$$

Здесь $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ – единичные вектора положительных направлений (орты) координатных осей Ox, Oy, Oz . Направление градиента потенциала в данной точке совпадает с направлением быстрого возрастания потенциала, а его величина равна скорости изменения потенциала на единицу перемещения в этом направлении. Направление вектора \vec{E} напряженности электростатического поля в соответствии с формулой (4) противоположно направлению градиента. Следовательно, вектор напряженности направлен в сторону наибо́льшего убывания потенциала. Кроме того, из формулы (5) следует, что вектор \vec{E} перпендикулярен к эквипотенциальной поверхности в любой ее точке.

Если известны потенциалы φ_1 и φ_2 двух точек, лежащих на одной силовой линии (см. рис.1), то средняя напряженность между этими точками вычисляется по формуле

$$E_{12} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{l_{12}}, \quad (7)$$

где l_{12} – длина участка силовой линии между точками. Если относительное изменение локального значения напряженности между выбранными точками невелико, то формула (7) дает значение близкое к напряженности на середине участка 1-2.

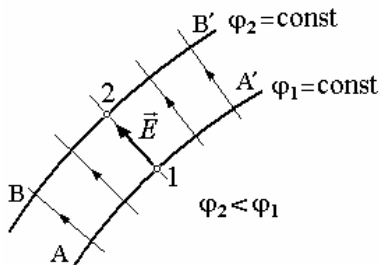


Рис.1. AA' – эквипотенциальная поверхность с потенциалом φ_1 , BB' – с потенциалом φ_2 ; 1 и 2 – две точки одной силовой линии

В лабораторной работе исследуется пространственное распределение потенциала и напряженности электростатического поля для двух плоских моделей, в одной из которых электростатическое поле совпадает с полем плоского конденсатора (рис. 2а), в другой – с полем цилиндрического конденсатора (рис. 2б). Внутри плоского конденсатора вдали от краев пластин электрическое поле однородно ($\vec{E} = \text{const}$), и потенциал равномерно возрастает при движении вдоль координатной оси x от отрицательной обкладки к положительной (рис. 2а) по формуле

$$\varphi(x) = \varphi_0 + Ex, \quad (8)$$

где φ_0 – потенциал отрицательной пластины, E – модуль вектора электрической напряженности.

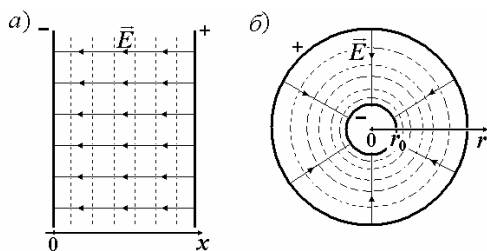


Рис.2. Схематическое изображение поля: а) плоский конденсатор; б) цилиндрический конденсатор. Тонкие сплошные линии – линии напряженности, пунктирные линии – сечения эквипотенциальных поверхностей плоскостью рисунка.

Внутри цилиндрического конденсатора модуль электрической напряженности спадает обратно пропорционально расстоянию r от оси ($E \sim 1/r$), и, если внутренняя обкладка заряжена отрицательно (рис. 2б), потенциал изменяется в соответствии с формулой

$$\varphi(r) = \varphi_0 + \frac{U \ln(r/r_0)}{\ln(r_1/r_0)}, \quad (9)$$

где φ_0 – потенциал внутренней обкладки; U – разность потенциалов между обкладками; r_0, r_1 – радиусы внутренней и внешней обкладок соответственно.

Описание установки

Приборы и принадлежности, используемые в лабораторной работе, показаны на рисунке 3. Для питания моделей используется стабилизированный источник 1 постоянного напряжения. Для измерения потенциала – цифровой вольтметр 2 с большим внутренним сопротивлением (не менее 1Мом). Для исследования распределения потенциала в обеих моделях используется плоские планшеты 3. В каждом планшете на изолирующей жесткой подложке наклеены металлические электроды из медной фольги и слой проводящей бумаги между электродами. Для подсоединения к источнику питания, каждый планшет снабжен проводами с однополюсными вилками на концах (на рисунке не показаны). Координаты щупа на планшете, моделирующем плоский конденсатор, измеряются с помощью вертикальной шкалы самого планшета и дополнительной миллиметровой линейки 4. Планшет, моделирующий электрическое поле цилиндрического конденсатора, снабжен угловой градусной шкалой. Для определения радиальной координаты в этой модели используется своя миллиметровая линейка 4, со шкалой идущей от центра в обе стороны. В комплект также входят соединительные провода 5, и щуп 6 со скругленным концом. При выполнении работы одним из проводов 5 соединяет гнездо «*» (общую клемму) вольтметра с клеммой «минус» источника питания, другой провод используется для подключения щупа к вольтметру.

ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ КАЖДАЯ ПАРА СТУДЕНТОВ, РАБОТАЮЩАЯ НА ОДНОЙ УСТАНОВКЕ, ДОЛЖНА ПРИНЕСТИ С СОБОЙ НА ЗАНЯТИЕ ДВА ЛИСТА МИЛЛИМЕТРОВОЙ БУМАГИ ФОРМАТА А4.

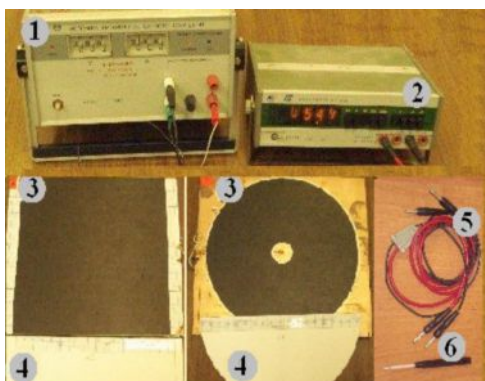


Рис.3. Состав лабораторной установки:

1. источник постоянного напряжения;
2. цифровой вольтметр;
3. планшеты с моделями плоского и цилиндрического конденсаторов;
4. миллиметровые линейки;
5. соединительные провода;
6. щуп для измерения электрического потенциала.

Бумага, используемая в моделях, имеет значительное удельное сопротивление по сравнению с удельным сопротивлением медной фольги, из которой изготовлены электроды – «обкладки» модельных конденсаторов. Токи, текущие в бумаге, не сильно искажают распределение зарядов на электродах. Поэтому величина и направление вектора напряженности между электродами оказываются такими же, как в вакууме, а распределение потенциала в модели повторяет соответствующее распределение для оригинала. Подключая вольтметр с достаточно большим входным сопротивлением к одному из электродов и к произвольной точке бумаги, мы можем измерить разность потенциалов между этой точкой и электродом. Сопротивление вольтметра должно быть велико по сравнению с сопротивлением бумаги, для того чтобы измерительный ток вольтметра не шунтировал токи в модели и не искажал распределение электрического поля.

Порядок выполнения работы

Упражнение 1. Измерение распределения потенциалов в модели плоского конденсатора

1. Установить на источнике питания напряжение 10 В или значение, указанное преподавателем (в пределах 5...20 В). Ограничение по току 0,1 А. Подключить к источнику планшет с моделью плоского конденсатора, так чтобы левый электрод модели был соединен с «минусом» источника, правый – с «плюсом».
2. Установить на вольтметре режим измерения постоянного напряжения, предел измерения 20 В. Одним из дополнительных проводов соединить общую клемму вольтметра с «минусом» источника. На однополюсной вилке второго провода закрепить щуп, и

подключить его к клемме вольтметра, предназначенной для измерения постоянного напряжения 20 В. При этом вольтметр будет показывать разность потенциалов между щупом и левым электродом модели, или просто потенциал щупа, если потенциал левого электрода принять за нуль.

3. На лист миллиметровой бумаги перенести в масштабе 1:1 контуры внутренних краев электродов модели и шкалу для Y координаты на левом электроде. Включить источник питания и вольтметр. На источнике должна загореться лампочка стабилизации напряжения. Коснувшись щупом электродов, измерить их потенциалы. Надписать потенциалы на листе миллиметровой бумаги. Погрешность измерения потенциалов $\Delta\varphi = 0,05$ В.
4. Для «горизонталей» с координатой $Y = 1$ см, аккуратно касаясь щупом бумаги, с помощью прилагаемой линейки определить координаты X точек, потенциал которых равен 1; 2; 4; 6; 8; 9 В (значения потенциала могут изменены преподавателем). Одновременно с определением положения точек, пользуясь найденными координатами, отметить эти точки на миллиметровой бумаге, и надписать рядом с ними значение потенциала. Погрешность измерения координат принять равно $\Delta X = \Delta Y = 1$ мм.
5. Повторить действия п. 4 для «горизонталей» с координатами $Y = 3; 5; 7; 9; 11; 13; 15; 17$ см.
6. Для «горизонталей» с координатой Y , заданной преподавателем, измерить потенциалы точек с координатами $X = 2; 4; 6; 8; 10; 12; 14; 16$ см (начало отсчета координаты X – край левого электрода). Результаты занести в таблицу 1. Выключить источник питания.

Таблица 1. Зависимость потенциала от координаты для модели плоского конденсатора

№ точки	1	2	3	4	5	6	7	8
X , см								
φ , В								

Упражнение 2. Измерение распределения потенциалов в модели цилиндрического конденсатора

1. Установить на источнике питания напряжение 10 В или значение, указанное преподавателем (в пределах 5...20 В). Предельный ток 0,1 А. Подключить к источнику планшет с моделью цилиндрического конденсатора, так чтобы внутренний электрод модели был соединен с «минусом» источника, внешний – с «плюсом».
2. Сделать подключения п. 2 упр. 1. При этом вольтметр будет показывать потенциал щупа относительно внутреннего электрода.
3. В середине второго листа миллиметровой бумаги отметить точку, изображающую центр модели. Перенести на этот лист в масштабе 1:1 контуры границ внутреннего и внешнего электродов модели. Измерить и записать на этом же листе значения радиусов r_0 , r_1 границ (погрешность измерения радиусов $\Delta r_0 = \Delta r_1 = 1$ мм). Отметить на краю внешнего электрода точки с угловыми координатами $\alpha = 0^\circ; 45^\circ; 90^\circ; 135^\circ; 180^\circ; 225^\circ; 270^\circ; 315^\circ$. Включить источник питания и вольтметр. Измерить и надписать потенциалы электродов.
4. Для каждого из значений угловой координаты $\alpha = 0^\circ; 45^\circ; 90^\circ; 135^\circ; 180^\circ; 225^\circ; 270^\circ; 315^\circ$, аккуратно касаясь щупом бумаги, определить координаты r точек, потенциал которых равен 2, 4, 6, 8, 9 В (значения потенциала могут изменены преподавателем). Координаты удобно измерять с помощью прилагаемой к модели линейки. Одновременно пользуясь другой линейкой, по найденным координатам отметить точки на миллиметровой бумаге, и надписать рядом с ними значение потенциала. Погрешности измерения угловой координаты $\Delta\alpha = 5^\circ$, радиальной координаты $\Delta r = 1$ мм
5. Для угловой координаты α , заданной преподавателем, измерить потенциалы точек с координатами $r = 15; 18; 20; 25; 30; 35; 40; 50; 60; 80$ мм (начало отсчета координаты r – центр внутреннего электрода). Результаты занести в таблицу 2. Выключить источник питания.

Таблица 2. Зависимость потенциала от координаты для модели цилиндрического конденсатора

№ точки	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
r , мм										
φ , В										

Обработка результатов измерений

1. На обоих листах миллиметровой бумаги с отмеченными точками провести эквипотенциальные линии, соединив точки с равным потенциалом.
2. Для модели плоского конденсатора из точек с координатами $X = 0, Y = 1; 3; 5; 7; 9; 11; 13; 15; 17$ см перпендикулярно к потенциальным линиям провести силовые линии от одного электрода до другого.
3. По формуле (7) из данных таблицы 1 вычислить среднюю напряженность электростатического поля между точками 1-2, 3-4, 5-6, 7-8.
4. Вывести формулу для расчета погрешности ΔE и вычислить погрешности для значений, найденных в п. 3.
5. По данным таблицы 1 построить график зависимости $\varphi(X)$ потенциала от координаты в плоском конденсаторе (нанести точки и построить аппроксимирующую прямую).
6. Для модели цилиндрического конденсатора из точек на границе внутреннего электрода с угловыми координатами $\alpha = 0^\circ; 45^\circ; 90^\circ; 135^\circ; 180^\circ; 225^\circ; 270^\circ; 315^\circ$ перпендикулярно к потенциальным линиям провести силовые линии до внешнего электрода.
7. По данным таблицы 2 построить график зависимости $\varphi(r)$ потенциала от координаты в цилиндрическом конденсаторе (нанести точки и построить аппроксимирующую гладкую кривую). Определить графически угловой коэффициент наклона касательной к графику $\varphi(r)$ в точках с координатами $r = 20; 40; 60; 80$ мм. Найденные значения углового коэффициента, как следует из формулы (4) равны значениям напряженности при заданных r .
8. Вывести формулу для расчета погрешности и вычислить ее для найденных в п. 7. значений углового коэффициента.
9. По данным таблицы 2 заполнить таблицу 3.

Таблица 3. Зависимость потенциала от величины $\ln(r/r_0)$ для модели цилиндрического конденсатора

№ точки	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\ln(r/r_0)$										
φ , В										

10. По данным таблицы 3 построить график зависимости потенциала от величины $\ln(r/r_0)$ (нанести точки и построить аппроксимирующую прямую). По формуле (9) эта зависимость должна быть прямолинейной.