

Математическая логика и теория алгоритмов.
Домашняя работа №2

Задание выполнил
Халанский Д. В., 1125

1. (a)
 - i. $\neg\forall xA(x) \equiv \exists x\neg A(x)$
 - ii. $\neg\exists xA(x) \equiv \forall x\neg A(x)$
 - iii. $\forall xA(x) \equiv \neg\exists x\neg A(x)$
 - iv. $\exists xA(x) \equiv \neg\forall x\neg A(x)$
 - v. $\forall xA(x) \wedge \forall xB(x) \equiv \forall x[A(x) \wedge B(x)]$
 - vi. $C \wedge \forall xB(x) \equiv \forall x[C \wedge B(x)]$
 - vii. $C \vee \forall xB(x) \equiv \forall x[C \vee B(x)]$
 - viii. $C \Rightarrow \forall xB(x) \equiv \forall x[C \Rightarrow B(x)]$
 - ix. $C \Rightarrow \exists xB(x) \equiv \exists x[C \Rightarrow B(x)]$
 - x. $\forall x[B(x) \Rightarrow C] \equiv \exists xB(x) \rightarrow C$
 - xi. $\exists x[B(x) \Rightarrow C] \equiv \forall xB(x) \rightarrow C$
 - xii. $\exists x[A(x) \vee B(x)] \equiv \exists xA(x) \vee \exists xB(x)$
 - xiii. $\exists x[C \vee B(x)] \equiv C \vee \exists xB(x)$
 - xiv. $\exists x[C \wedge B(x)] \equiv C \wedge \exists xB(x)$
 - xv. $\exists xA(x) \wedge \exists yB(y) \equiv \exists x\exists y[A(x) \wedge B(y)]$
- (b)
 - i. $\forall x\forall yP(x, y) \equiv \forall y\forall xP(x, y)$
 - ii. $\exists x\exists yP(x, y) \equiv \exists y\exists xP(x, y)$
 - iii. $\exists x\forall yP(x, y) \Rightarrow \forall y\exists xP(x, y)$
 - iv. $\forall xP(x) \vee \forall xQ(x) \Rightarrow \forall x[P(x) \vee Q(x)]$
 - v. $\exists xP(x) \wedge \forall xQ(x) \Leftarrow \exists x[P(x) \wedge Q(x)]$

2.

$$\begin{aligned} &\forall xP(x) \wedge \forall y\exists x\neg(Q(y) \Rightarrow Z(x)) \vee C \\ &\forall xP(x) \wedge \forall y\exists t\neg(\neg Q(y) \vee Z(t)) \vee C \\ &\forall xP(x) \wedge \forall y\exists t(Q(y) \wedge \neg Z(t)) \vee C \\ &\forall x\forall y\exists tP(x) \wedge Q(y) \wedge \neg Z(t) \vee C \end{aligned}$$

3. Определение предела последовательности можно записать следующим образом:

$$\forall \varepsilon > 0 \exists N \forall n [(n > N) \Rightarrow (d(x_n, x) < \varepsilon)]$$

4. Регулярное выражение для проверки, является ли строка вещественным числом со знаком:

$$\sim [+ -] [0 - 9] \setminus \{1, \backslash\} \setminus \cdot [0 - 9] \setminus \{1, \backslash\} \$$$

\sim Символ, обозначающий начало строки.

[abc] Символ, равный a , b или c .

[a-c] Символ, принадлежащий промежутку от a до c .

{n, m} Количество раз, которое надо повторить правило для символа, должно попадать в промежуток от n до m . Если m пропущено, то повторить правило не менее n раз.

\. Символ «точка». Если не использовать \, имеет специальное значение.

\$ Символ окончания строки.

Для совместимости со старыми версиями регулярных выражений может потребоваться отказаться от использования $\backslash\{n,m\}$. В таком случае ответ выглядит следующим образом:

$\wedge[+-][0-9][0-9]^*\backslash.[0-9][0-9]^*\$$

5. Описание машины Тьюринга, выполняющей эквиваленцию каждого символа ленты с предыдущим. В случае с входными данными, представляющими из себя массив S_0 , возвращает последовательность чередующихся символов S_0 и S_1 длины, соответствующей исходной. Началом входной последовательности считается элемент, на который указывает головка в момент запуска машины.

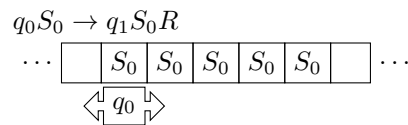
	q_0	q_1	q_2
S_0	$q_0S_0 \rightarrow q_1S_0R$	$q_1S_0 \rightarrow q_2S_1R$	$q_2S_0 \rightarrow q_1S_0R$
S_1	$q_0S_1 \rightarrow q_2S_1R$	$q_1S_1 \rightarrow q_1S_0R$	$q_2S_1 \rightarrow q_2S_1R$
$_$	$q_0_ \rightarrow q_3_N$	$q_1_ \rightarrow q_3_N$	$q_2_ \rightarrow q_3_N$

Состояния:

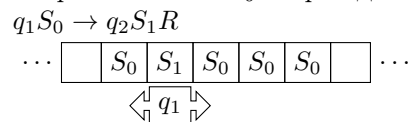
- q_0 Начальное состояние машины. Если оказывается, что задано пустое множество, происходит переход к q_3 . Если последовательность представлена и начинается с S_0 , происходит переход к q_1 , с S_1 — к q_2 .
- q_1 Состояние, при котором предыдущий символ ленты S_0 . Выполняя эквиваленцию его с содержимым текущей ячейки, имеем S_0 , если в ней тоже S_0 , и S_1 , если в ней S_1 . После записи S_1 происходит переход к q_2 , после записи S_0 — повтор.
- q_2 По аналогии с q_1 состояние, при котором предыдущий символ ленты S_1 .
- q_3 Конечное состояние машины.

Пример выполнения:

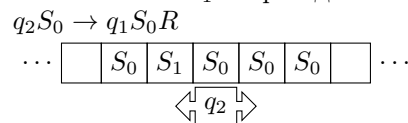
- (a) Начало.



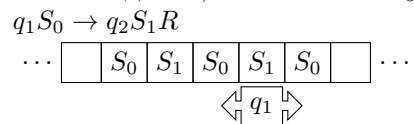
- (b) Встречен символ S_0 . Переход к состоянию q_1 .



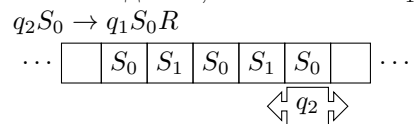
- (c) После выполнения записи в предыдущую ячейку в ней стал записан символ S_1 . Переход к состоянию q_2 .



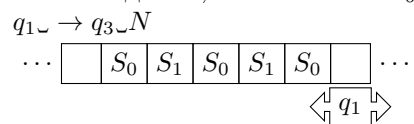
- (d) Так как значение в предыдущей ячейке не совпадает со значением в ячейке до неё, записывается S_0 . Переход к состоянию q_1 .



- (e) Так как значение в предыдущей ячейке совпадает со значением в ячейке до неё, записывается S_1 . Переход к состоянию q_2 .



- (f) Так как значение в предыдущей ячейке не совпадает со значением в ячейке до неё, записывается S_0 . Переход к состоянию q_1 .



- (g) Машина Тьюринга перешла в конечное состояние q_3 , достигнув конца ввода.