

Университет ИТМО  
Кафедра Систем управления и информатики

“Основы теории автоматического управления”  
“Лабораторная работа 2”  
*Вариант 8*

Работу выполнили студенты группы Р3415  
*Фомин Евгений*  
*Халанский Дмитрий*

2017

# 1 Переход от модели вход-выход к модели вход-состояние-выход

Исходные данные

$$\begin{aligned}a_0 &= 2; & a_1 &= 0.5 \\b_0 &= 4; & b_1 &= 2; & b_2 &= 0 \\y(0) &= 1; & \dot{y}(0) &= 0\end{aligned}$$

Уравнение описания системы

$$\begin{aligned}0.5sy + 2y &= 2su + 4u \\y(0.5s + 2) &= u(2s + 4)\end{aligned}$$

Передаточная функция

$$W(s) = \frac{2s + 4}{0.5s + 2}$$

Каноническая управляемая форма

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ 1 & -0.5 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} \quad C = [0 \quad 0 \quad 1]$$

Каноническая наблюдаемая форма

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -0.5 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C = [4 \quad 2]$$

Моделирование было произведено с использованием блоков TransferFcn и двух State-space для канонических управляемой и наблюдаемой форм; схема представлена на рисунке 1a, общий график выходных функций представлен на 1b

# 2 Переход от модели вход-состояние-выход к модели вход-выход

Исходные данные

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -15 & -2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C = [10 \quad 1]$$

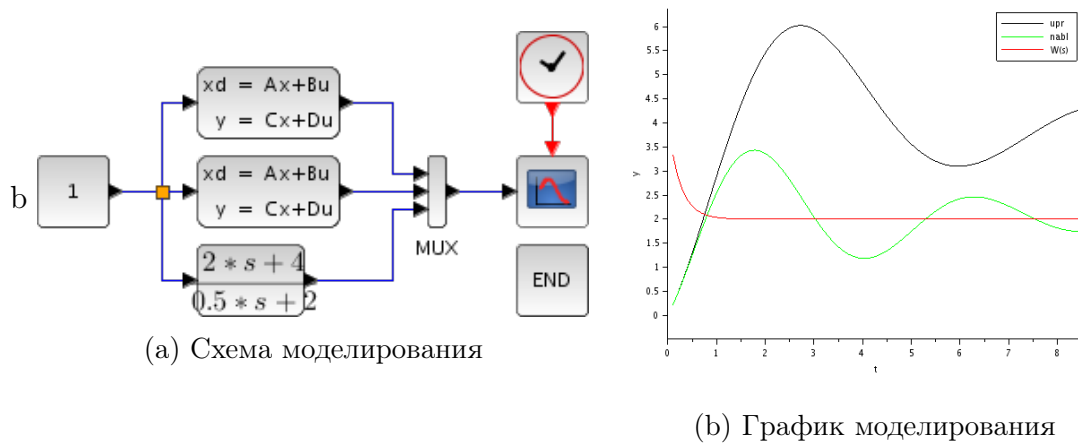


Рис. 1: Переход от модели вход-выход к модели вход-состояние-выход

### Передаточная функция

$$W(s) = C(sI - A)^{-1} \cdot B$$

$$W(s) = [10 \ 1] \cdot \left( s \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -15 & -2 \end{bmatrix} \right)^{-1} \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{s + 9}{s^2 + s + 13}$$

### Модель вход-выход

$$y^{(2)} + y^{(1)} + 13y = u^{(1)} + 9$$

### Каноническая управляемая форма

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -13 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 9 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C = [0 \ 1]$$

### Каноническая наблюдаемая форма

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -13 & -1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C = [9 \ 1]$$

Схема представлена на рисунке 1а, график выходных функций, представленный на рисунке 1б, совпадает для выходных функций всех трех блоков.

## 3 Замена базиса в пространстве состояний

### Исходные данные

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -15 & -2 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad C = [10 \ 1] \quad M = \begin{bmatrix} 2 & 8 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

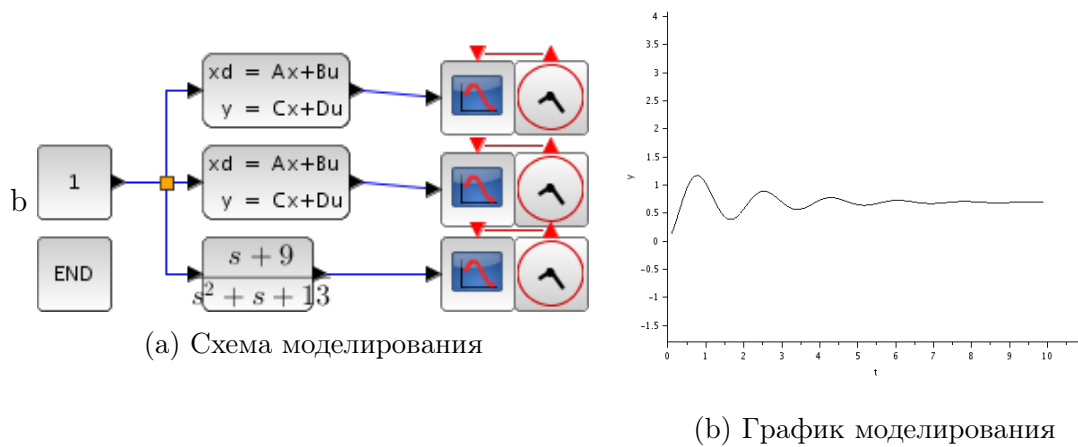


Рис. 2: Переход от модели вход-состояние-выход к модели вход-выход

### Результат преобразования

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} 61 & 253 \\ -15 & -61 \end{bmatrix} \quad \hat{B} = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \hat{C} = [20 \quad 82]$$

## 4 Выводы

В результате проделанной работы мы проверили правила перехода между моделями "вход-выход" и "вход-состояние-выход" путём построения моделей, основанных на представлении дифференциальных уравнений в виде аналоговых электрических схем.

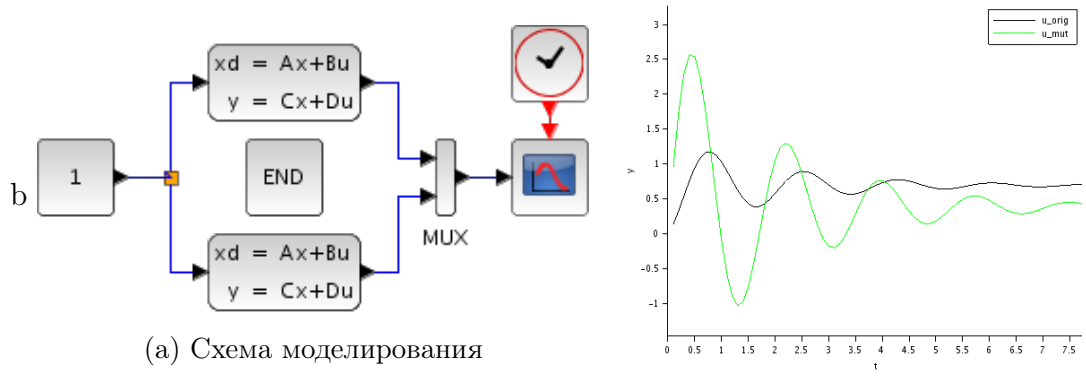


Рис. 3: Замена базиса в пространстве состояний