

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 10

### ИССЛЕДОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОГО ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ

**Цель работы.** Изучение математических моделей и исследование характеристик электромеханического объекта управления, построенного на основе электродвигателя постоянного тока независимого возбуждения.

**Методические рекомендации.** До начала работы студенты должны получить от преподавателя вариант задания. К выполнению работы допускаются студенты, рассчитавшие параметры математических моделей ЭМО (см. п.1 порядка выполнения работы). Лабораторная работа рассчитана на 2 часа.

**Теоретические сведения.** Функциональная схема типичного электромеханического объекта (ЭМО) представлена на рис.10.1. Она включает усилительно-преобразовательное устройство (УПУ), электродвигатель (ЭД), редуктор (Р) и исполнительный механизм (ИМ). Усилительно-преобразовательное устройство служит для формирования напряжения, подаваемого на двигатель в соответствии с управляющим сигналом. Электродвигатель осуществляет преобразование электрической энергии в механическую. Редуктор снижает скорость вращения и повышает момент двигателя на валу ИМ. В качестве исполнительного механизма могут выступать механизмы станков, роботов, поточных линий, рулевые устройства летательных аппаратов, подвижные элементы автоматического оборудования и приборов. Для получения информации о состоянии объекта, используемой в устройстве управления, ЭМО может снабжаться различными измерительными устройствами: углового или линейного перемещения (измерители перемещения — ИП), угловой или линейной скорости (измерители скорости — ИС), измерителями тока якоря и напряжения усилителя мощности.

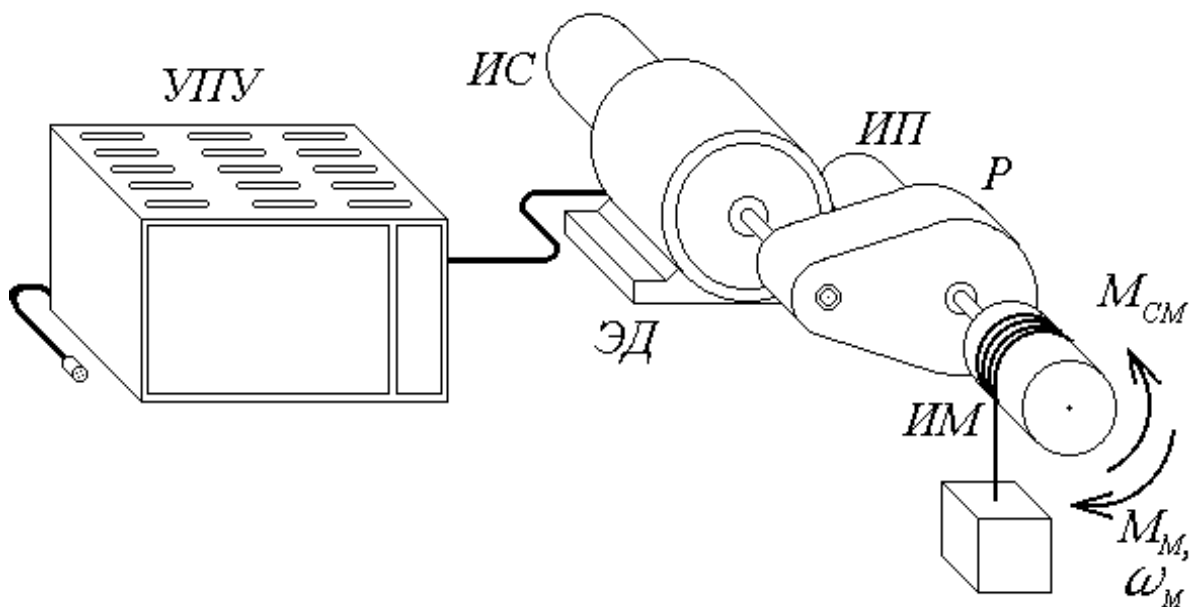


Рис.10.1 Функциональная схема ЭМО

В работе рассматривается электромеханический объект управления, выходным сигналом которого является угловое перемещение ИМ, а управляющим сигналом — входное напряжение УПУ. Измерение угловой скорости осуществляется на валу двигателя. Момент сопротивления  $M_{CM}$ , приложенный к валу ИМ, выступает в качестве возмущающего воздействия.

*Модель ЭМО.* В соответствии с законом Ома, для электрической цепи двигателя получаем следующее уравнение

$$U_y = E + IR + L \frac{dI}{dt}, \quad (10.1)$$

где  $U_y$  — напряжение, подаваемое на двигатель,  $E = k_E \omega$  — противо-ЭДС,  $I$  — ток, якоря,  $R$  и  $L$  — сопротивление и индуктивность цепи якоря,  $k_E$  — коэффициент ЭДС (первая конструктивная постоянная),  $\omega$  — угловая скорость ротора. Обозначив  $T_J = L/R$ ,  $K_d = 1/R$ , уравнение (10.1) можно записать в виде

$$T_J \frac{dI}{dt} + I = K_d (U_y - k_E \omega). \quad (10.2)$$

Уравнение вращения якоря электродвигателя имеет вид

$$M_d - M_c = J_\Sigma \frac{d\omega}{dt}, \quad (10.3)$$

где  $M_d = k_M I$  — вращающий момент двигателя,  $k_M$  — коэффициент момента (вторая конструктивная постоянная),  $J_\Sigma$  — момент инерции, приведенный к валу двигателя,  $M_c$  — момент сопротивления, приведенный к валу двигателя. Скорость вращения  $\omega$  и угол поворота ротора  $\alpha$  связаны соотношением

$$\frac{d\alpha}{dt} = \omega. \quad (10.4)$$

Редуктор обеспечивает усиление момента двигателя и соответствующее снижение скорости вращения нагрузки

$$M_M = i_p M_d, \quad \omega_M = \frac{\omega}{i_p}, \quad \alpha_M = \frac{\alpha}{i_p}, \quad (10.5)$$

где  $i_p$  — передаточное отношение редуктора,  $M_M$  — вращающий момент на выходном валу редуктора (т.е. момент, приложенный к исполнительному механизму),  $\omega_M$  — угловая скорость вращения выходного вала редуктора,  $\alpha_M$  — угол поворота исполнительного механизма (нагрузки) При этом справедливо и обратное преобразование от выходного вала к входному  $M_c = M_{CM} / i_p$ . При наличии редуктора момент инерции, приведенный к валу двигателя, определяется по формуле

$$J_\Sigma = J_d + J_p + \frac{J_M}{i_p^2}, \quad (10.6)$$

где  $J_D$  — момент инерции двигателя,  $J_P$  — приведенный момент инерции редуктора,  $J_M$  — момент инерции исполнительного механизма (нагрузки).

Усилительно-преобразовательное устройство с высокой степенью точности может быть представлено апериодическим звеном

$$T_y \frac{dU_y}{dt} + U_y = k_y U, \quad (10.7)$$

где  $U$  — входное напряжение УПУ,  $T_y$  и  $k_y$  — постоянная времени и коэффициент усиления УПУ, соответственно. Требуемый коэффициент усиления  $k_y$  определяется как отношение номинального напряжения двигателя  $U_H$  к максимальному напряжению  $U_m$  на входе усилительно-преобразовательного устройства  $k_y = U_H / U_m$ , (обычно  $U_m = 10 \text{ В}$ ).

Измерительные устройства будем считать безынерционными. На выходе измерительных устройств формируются измеренные значения напряжения  $\hat{U}_y$ , тока  $\hat{I}$ , скорости  $\hat{\omega}$  и угла поворота  $\hat{\alpha}_M$

$$\hat{U}_y = K_U U_y, \quad \hat{I} = K_I I, \quad \hat{\omega} = K_\omega \omega, \quad \hat{\alpha}_M = K_\alpha \alpha_M. \quad (10.8)$$

Коэффициенты передачи измерительных устройств  $K_U$ ,  $K_I$ ,  $K_\omega$  и  $K_\alpha$  должны обеспечить соответствие максимального значения измеряемого сигнала уровню 10 В на выходе измерительного устройства.

Таким образом, математическая модель ЭМО полностью описывается уравнениями (10.1)-(10.8). Структурная схема ЭМО приведена на рис.10.2.

*Упрощенная модель ЭМО.* Часто электрические постоянные времени усилителя  $T_y$  и ЭД  $T_\pi$  значительно меньше, чем механическая постоянная времени  $T_M$ . В этом случае для упрощения математической модели пренебрегают малыми постоянными времени, заменяя апериодические звенья первого порядка с передаточными функциями

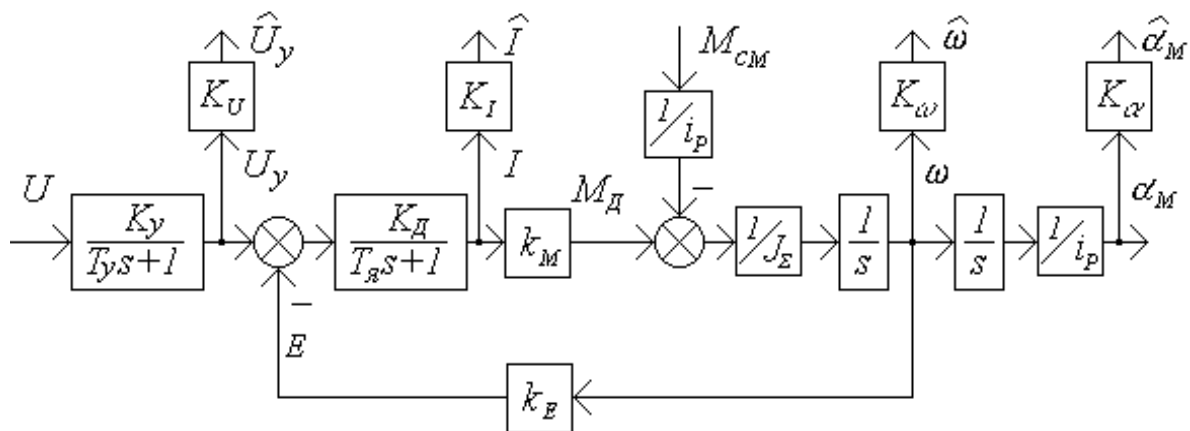


Рис.5.2 Структурная схема ЭМО

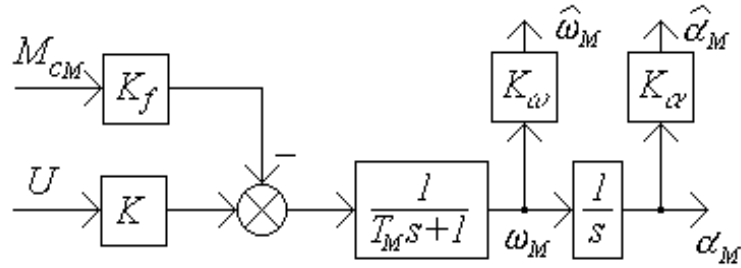


Рис. 5.3 Структурная схема упрощенной модели ЭМО.

$W_1(s) = \frac{K_D}{T_D s + 1}$  и  $W_2(s) = \frac{K_y}{T_y s + 1}$  пропорциональными звеньями с коэффициентами передачи  $K_D$  и  $K_y$ , соответственно. Таким образом, упрощенная модель ЭМО имеет вид, приведенный на рис.5.3, где  $K = \frac{K_y}{k_E i_P}$ ,  $K_f = \frac{R}{k_M k_E i_P^2}$ ,  $T_M = \frac{R J_\Sigma}{k_M k_E}$ .

#### Порядок выполнения работы.

1. Изучить математические модели ЭМО (полную и упрощенную) и для заданного варианта (см. табл.10.1) рассчитать их параметры. При расчете параметров приведенный момент инерции редуктора считать  $J_p = 0.2 J_D$ . Коэффициент  $k_E$  рассчитывается исходя из формулы скорости вращения холостого хода  $\omega_o = \frac{U_H}{k_E}$  (обратите внимание, что в табл.10.1 частота вращения холостого хода  $n_o$  измеряется в "оборотах в минуту").

2. Составить схему моделирования полной модели ЭМО и получить графики переходных процессов для  $\hat{U}_y$ ,  $\hat{I}$ ,  $\hat{\omega}$ ,  $\hat{\alpha}_M$  при  $M_{CM} = 0$  Нм и  $U = 5$  В. Время моделирования должно быть выбрано таким, чтобы обеспечить наилучшее представление переходного процесса.

3. Исследовать влияние момента сопротивления  $M_{CM}$  на вид переходных процессов. Для этого получить графики переходных процессов по  $\hat{U}_y$ ,  $\hat{I}$ ,  $\hat{\omega}$  и  $\hat{\alpha}_M$  при различных значениях момента сопротивления  $M_{CM}$ . Диапазон изменения  $M_{CM}$ : от 0 Нм до величины, равной  $i_P M_H$ . По временным диаграммам определить время переходного процесса  $t_{II}$  и установившиеся значения скорости  $\omega_y$  и тока  $I_y$ .

4. Исследовать влияние момента инерции нагрузки  $J_M$  на вид переходных процессов. Определить время переходного процесса  $t_{II}$  и установившиеся значения  $\omega_y$  и  $I_y$ . Диапазон изменения момента инерции:  $\pm 50\%$  от заданного значения.

5. Исследовать влияние передаточного отношения редуктора  $i_p$  на вид переходных процессов (при изменении  $i_p$  учесть, что будет меняться и приведенный момент инерции, см. формулу (10.6)). Исследования проводить при величине момента сопротивления  $M_{CM}$ , равного половине максимального значения (см. п.3), рассчитанного для заданного значения  $i_p$ , и при  $M_{CM} = 0$ . Диапазон изменения передаточного отношения:  $\pm 75\%$  от заданного значения.

6. Получить графики переходных процессов при меньших значениях постоянных времени:  $T_y, T_{я}$ —уменьшить на порядок.

7. Собрать схему моделирования приближенной модели ЭМО и получить графики переходных процессов для измеренных значений  $\hat{\omega}_M, \hat{\alpha}_M$  при  $M_{CM} = 0$ . Проанализировать погрешности, вызванные упрощением модели, для чего результаты исследования сопоставить с данными, полученными в п.2. и в п.6.

### Содержание отчета

1. Расчет параметров математической модели двигателя.
2. Схемы моделирования.
3. Графики переходных процессов по  $\hat{U}_y, \hat{I}, \hat{\omega}, \hat{\alpha}_M$  и данные, полученные по этим графикам.
4. Вывод математических моделей вход-состояние-выход для полной и упрощенной схем моделирования ЭМО.
5. Выводы.

### Вопросы к защите лабораторной работы

1. Какое назначение имеет усилительно-преобразовательное устройство?
2. Какой передаточной функцией описывается редуктор?
3. Рассчитать момент сопротивления на валу двигателя (см. рис.10.1), если известны масса подвешенного груза и диаметр барабана ИМ.
4. Какая размерность коэффициентов передачи  $K$  и  $K_f$  упрощенной модели двигателя?
5. Какие параметры математической модели ЭМО влияют на время переходного процесса?
6. На основе структурной схемы (рис.10.2) получите методом структурных преобразований передаточную функцию ЭМО от  $U$  к  $\alpha_M$  (от  $M_C$  к  $\alpha_M$ ).
7. В каком случае возможно использование упрощенной математической модели ЭМО?

Таблица 10.1

Варианты задания.

№ вар.	$U_H$ В	$n_0$ об/мин	$I_H$ А	$M_H$ Нм	$R$ Ом	$T_{я}$ мс	$J_d$ кг м <sup>2</sup>	$T_y$ мс	$i_p$	$J_M$ кг м <sup>2</sup>
1	27	600	1,4	0,6	6,6	6	$1,5 \cdot 10^{-3}$	4	15	0,05
2	48	1000	12	5,5	0,75	5	$1,6 \cdot 10^{-3}$	6	16	2,75
3	36	4000	6,5	0,57	0,85	3	$2,2 \cdot 10^{-4}$	6	40	0,15
4	27	970	3,76	1	1,5	6	0,001	8	16	0,84
5	120	6000	21	4	0,53	8	$1,9 \cdot 10^{-3}$	8	40	5,75
6	27	2500	0,92	0,12	16,6	7	$7 \cdot 10^{-5}$	4	50	0,01
7	52	1240	18	7,21	0,3	10	0,004	10	20	2,48
8	110	2400	11,5	5	0,95	7	$2 \cdot 10^{-3}$	8	20	3,7
9	27	2440	0,38	0,04	32	6	$5,5 \cdot 10^{-6}$	3	40	0,03
10	65	2000	14,7	4,6	0,65	10	$3,4 \cdot 10^{-3}$	8	20	2,25
11	27	1975	1,23	0,16	4,2	5	$7 \cdot 10^{-5}$	8	25	0,15
12	27	646	10	4	0,72	2	0,003	10	10	1,6