**Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет**

**информационных технологий, механики и оптики**

**Кафедра информатики и прикладной математики**

Вычислительная математика

Реферат на тему

***«Метод Милна для решения ОДУ».***

Выполнил Кудряшов А.А.

Группа 2121

2012 г.

Оглавление

[Описание метода 3](#_Toc342260259)

[Примеры: 5](#_Toc342260260)

[Источники: 9](#_Toc342260261)

## Описание метода

Метод Милна

Метод Милна относится к многошаговым методам и представляет один из методов прогноза и коррекции. Решение в следующей точке находится в два этапа. На первом этапе осуществляется по специальной формуле прогноз значения функции, а затем на втором этапе - коррекция полученного значения. Если полученное значение у после коррекции существенно отличается от спрогнозированного, то проводят еще один этап коррекции. Если опять имеет место существенное отличие от предыдущего значения (т.е. от предыдущей коррекции), то проводят еще одну коррекцию и т.д. Однако очень часто ограничиваются одним этапом коррекции.

Блок-схема метода прогноза и коррекции представлена на рисунке.

Пусть для уравнения *y*' = *f*(*x*,*y*) кроме начального условия *y*(*x*0) = *y*0 известен "начальный отрезок", то есть значения искомой функции *y*(*xi*) = *yi* в точках *xi* = *x*0 + *ih*,(*i* = 1,2,3), данные значения можно найти каким-либо одношаговым методом (для примера, в дальнейшем используется Метод Рунге-Кутты 4-го порядка)

Метод Милна имеет следующие вычислительные формулы:

а) этап предположения (прогноза):

где для компактности записи использовано следующее обозначение fi = f(xi, yi);

б) этап коррекции:

Абсолютная погрешность определяется по формуле

Метод требует несколько меньшего количества вычислений (например, достаточно только два раза вычислить остальные запомнены с предыдущих этапов), но требует дополнительного "расхода" памяти. Кроме этого, как уже указывалось выше, невозможно "запустить" метод: для этого необходимо предварительно получить одношаговыми методами первые три точки.

## Примеры:

Задание:

Используя метод Милна, составить таблицу приближенных значений интеграла дифференциального уравнения удовлетворяющего начальным условиям на отрезке ; шаг h; все вычисления вести с четырьмя десятичными знаками.

Пример 1

, , на отрезке [, шаг ;

Методом Рунге-Кутты определим начальный отрезок:

,

,

,

,

Получим:

; ;

Последующие значения функции будем определять методом Милна. Согласно этому методу, по ходу вычислений следует составить таблицу, содержащую значения и (таблица 1).

Таблица 1

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |
| 0 | 0 | 0,3 | 0 | 0,0450 | 0,0450 |
| 1 | 0,1 | 0,3127 | 0,16 | 0,0489 | 0,2089 |
| 2 | 0,2 | 0,3420 | 0,32 | 0,0585 | 0,3785 |
| 3 | 0,3 | 0,3886 | 0,48 | 0,0755 | 0,5555 |
| 4 | 0,4 | 0,4534 | 0,64 | 0,1028 | 0,7428 |
| 5 | 0,5 | 0,5376 | 0,80 | 0,1445 | 0,9445 |
| 6 | 0,6 | 0,6430 | 0,96 | 0,2067 | 0,1667 |
| 7 | 0,7 | 0,7719 | 1,12 | 0,2979 | 0,4179 |

На каждом шаге вычисление ведется в два этапа. Сначала по первой формуле Милна находим:

а затем по второй формуле Милна находим скорректированное значение

1. y4пред=y0 + 4h/3(2f1 –f2 + 2f3) = 0,3+0,1\*4/3(2\*0,62089 – 0,63785 +2\*0,5555)=0,4534

f(x4,y4пред) = 0,64 +0,1028 = 0,7428

y4корр =y2 + h/3(f2 +4f3 + f(x4,y4пред)) =0,3420+0,1/3(0,3785+4\*0,5555+0,7428)=0,4534

Из сравнения y4корр и y4пред

y4 = 0,4534;

1. y5пред =y1 + 4h/3(2f2 –f3 + 2f4) =0,3127 +4\*0,1/3\*(2\*0,3785 -0,5555+2\*0,7428)=0,5376

f(x4,y4пред) = 0,80+0,1445 = 0,9445

y5корр =y3 + h/3(f3 +4f4 + f(x5,y5пред))=0,3886+0,1/3\*(0,5555+4\*0,7428+0,9445)=0,5376

Из сравнения y5корр и y5пред

y5 = 0,5376;

1. y6пред =y2 + 4h/3(2f3 –f4 + 2f5)=0,6430

f(x4,y4пред) = 0,96+0,2067 = 1,1667

y6корр =y4 + h/3(f4 +4f5 + f(x6,y6пред)) = 16 +1/3\*(8+4\*10+12) = 0,6430

Из сравнения y6корр и y6пред

y6 = 0,6430;

1. y7пред =y3 + 4h/3(2f4 –f5 + 2f6) = 0.7719

f(x4,y4пред) =0,12+0.2979 = 0,4179

y7корр =y5 + h/3(f5 +4f6 + f(x7,y7пред)) = 25 + 1/3 \* (10+4\*12+14) = 0.7719

Из сравнения y7корр и y7пред

 y7 = 0.7719;

Стоит отметить, что в случае машинного счета или аналитического счета с большей точностью, значения yiкорр и yiпред разнятся и при достаточно малой заданной погрешности ε в некоторых итерациях потребуется повторение этапа коррекции.

Пример 2

Рассмотрим пример уравнения, правая часть которого зависит только от x. Данный частный случай приведет к тому что значения yiкорр и, что очевидно, f(xi,yiпред) не зависят от yiпред , следовательно f(xi,yiпред) = f(xi), что упростит задачу вычисления. Тем не менее, рассчитаем значения yiпред, так как при практическом использовании данное значение потребуется при сравнении yiкорр и yiпред для достижения заданной точности.

, , на отрезке , шаг ;

Методом Рунге-Кутты определим начальный отрезок (формулы для вычислений приведены в предыдущем примере):

Получим:

Последующие значения функции будем определять методом Милна. Согласно этому методу, по ходу вычислений следует составить таблицу, содержащую значения и (таблица 1).

Таблица 2

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **i** | **xi** | **yi** | **f’(x)** |
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 2 |
| 2 | 2 | 4 | 4 |
| 3 | 3 | 9 | 6 |
| 4 | 4 | 16 | 8 |
| 5 | 5 | 25 | 10 |
| 6 | 6 | 36 | 12 |
| 7 | 7 | 49 | 14 |

Напомним формулы Милна, для вычисления значений yi :

1. y4пред =y0 + 4h/3(2f1 –f2 + 2f3) =0+4\*1/3\*(2\*2-4+2\*6) = 16

f(x4,y4пред) = 2\*4 = 8

y4корр =y2 + h/3(f2 +4f3 + f(x4,y4пред)) =4+1/3\*(4+24+8)= 16

Из сравнения y4корр и y4пред

y4 = 16;

1. y5пред =y1 + 4h/3(2f2 –f3 + 2f4) =1+4\*1/3\*(2\*4-6+2\*8) = 25

f(x4,y4пред) = 2\*5 = 10

y5корр =y3 + h/3(f3 +4f4 + f(x5,y5пред)) = 9+1/3(6+4\*8+10) = 25

Из сравнения y5корр и y5пред

y5 = 25;

1. y6пред =y2 + 4h/3(2f3 –f4 + 2f5) = 4+4\*1/3\*(2\*6-8+2\*10) = 36

f(x4,y4пред) = 2\*6 = 12

y6корр =y4 + h/3(f4 +4f5 + f(x6,y6пред)) = 16 +1/3\*(8+4\*10+12) = 36

Из сравнения y6корр и y6пред

y6 = 36;

1. y7пред =y3 + 4h/3(2f4 –f5 + 2f6) = 9 + 4\*1/3\*(2\*8-10+2\*12) = 49

f(x4,y4пред) = 2\*7 = 14

y7корр =y5 + h/3(f5 +4f6 + f(x7,y7пред)) = 25 + 1/3 \* (10+4\*12+14) = 49

Из сравнения y7корр и y7пред

Y7 = 49;

## Источники:

1. «Основы вычислительной математики» Ширапов Д.Ш., Ширапов Б.Д.,

Чимитова Е.Г.

1. «Основы вычислительной математики» Э.В. Денисова, А.В. Кучер
2. «Численные методы для ПЭВМ на языках Бейсик, Фортран и Паскаль» Мудров А.Е.