Вопрос 13

***Скалярное поле. Градиент. Оператор Гамильтона. Векторное поле. Векторные линии и векторные поверхности***

Пусть имеется некоторая пространственная область T в каждой точке которого задана скалярная функция u(x,y,z). Тогда говорят, что задано скалярное поле u.

Закрепим скалярное значение u: u(x,y,z)=C, C=const

С геометрической точки зрения этой формуле соответствует поверхность, в каждой точке которого поле сохраняет постоянное значение C. Такая поверхность называется поверхностью уровня.

Градиентом скалярного поля u(x,y,z) называется вектор $gradu=\vec{a}$ :

$gradu=\frac{∂u}{∂x}\vec{i}+\frac{∂u}{∂y}\vec{j}+\frac{∂u}{∂z}\vec{k}$

Заметим, что в каждой фиксированной точке M0, лежащей на поверхности уровня 1, градиент представляет собой нормаль к поверхности этого уровня.

Оператором Гамельтона (∇) называется следующий символический вектор:

$\vec{∇}=\frac{∂}{∂x}\vec{i}+\frac{∂}{∂y}\vec{j}+\frac{∂}{∂z}\vec{k}$

Данный вектор является вектором и в то же время оператором дифференциирования. Поэтому он обладает свойствами обоих. Отсюда следует, что $gradu=\vec{∇}u$

Пусть имеется обасть T, зададим некоторую величину $\vec{a}$(ax,ay,az). Тогда говорят, что задано векторное поле $\vec{a}=ax\vec{i}+ay\vec{j}+az\vec{k}$

Задание векторного поля $\vec{a}$ равно заданию трех скалярных полей: ax(x,y,z,t), ay(x,y,z,t), az(x,y,z,t), где t-время