Вопрос 5

***Криволинейные координаты. Якобиан преобразования. Сферическая, цилиндрическая и полярная системы координат.***

Положение точки можно определить задав в качестве параметров расстояния до точки и двугранные углы между плоскостями.

За координаты точки M можно принять любые 3 функции:

ξ=ξ(x,y,z); η=η(x,y,z); ζ=ζ(x,y,z);

Координаты должны определяться однозначно:

x=x(ξ,η, ζ); y=y(ξ,η,ζ); z=z(ξ,η,ζ);

т.е. написанные выражения не должны противоречить или быть следствием друг друга.

Эти условия выполняются, если определитель ƴ, который называется якобиан преобразования:

$ƴ\left(ξ,η,ζ\right)=\left|\begin{matrix}\frac{∂x}{∂ξ}&\frac{∂x}{∂η}&\frac{∂x}{∂ζ}\\\frac{∂y}{∂ξ}&\frac{∂y}{∂η}&\frac{∂y}{∂ζ}\\\frac{∂z}{∂ξ}&\frac{∂z}{∂η}&\frac{∂z}{∂ζ}\end{matrix}\right|\ne 0 $

*Сферическая система координат*

Параметры:

1. ρ – расстояние от точки M до начала координат O
2. θ – угол, отсчитываемый от оси OZ до вектора ρ (в пределах от 0 до π)
3. ϕ – угол между плоскостью OXZ и плоскостью, проходящей через точку M и ось OZ (от 0 до 2π)

Связь между декартовыми и сферическими координатами:

x = ρ sinθ cosϕ; y = ρ sinθ sinϕ; z = ρ cosθ

Якобиан = ρ2

*Цилиндрическая система координат:*

Параметры:

1. ρ – расстояние от точки M до оси OZ
2. ϕ – угол между плоскостью OXZ и плоскостью, проходящей через точку M и ось OZ (от 0 до 2π)
3. ось Z, которая совпадает с декартовой OZ

Связь между декартовыми и цилиндрическими координатами:

x = ρ cosϕ; y = ρ sinϕ; z = z

Якобиан = ρ

Если в цилиндрических координатах положить z=0, то придем к *полярной системе координат* с параметрами ρ и ϕ. Связь между декартовыми и полярными совпадают с цилиндрическими.