Вопрос 7

***Криволинейные интеграл 1-го рода. Определение. Теорема о существовании. Применения криволинейного интеграла 1-го рода***

Криволинейным интегралом 1-го рода называется предел последовательных интегральных сумм Римана при стремлении ранга дробления к нулю:

Выбор точки в качестве начала и конца кривой AB не играет роли

Для пространственной кривой криволинейный интеграл 1-го рода определяется аналогично.

*Теорема существования:*

Пусть кривая AB задана параметрическими уравнениями, где параметр t ∈ [α,β]. Пусть в каждой точке кривой AB определена непрерывная функция f(x,y,z). Предполагается, что функции ϕ(t), ψ(t) и ξ(t)непрерывно дифференцируемы на промежутке AB от функции , тогда криволинейные интеграл 1-го рода по кривой AB существует и выражается через определенный интеграл:

*Применение:*

1. Вычисление длины дуги кривой:
2. Вычисление массы материальной плоской кривой

Плотность каждой ее точки определяется с помощью функции ρ(x,y).Разбив кривую на n частей:

*;* устремив ранг дробления к нулю:

1. Вычисление работы силы по перемещению материальной точки вдоль кривой

Разбив произвольным образом на n частей кривую будем считать, что каждый k-й участок кривой – это прямолинейный участок кривой .

Элементарная работа на k-м частичном участке равна Ak=Fk ∆Sk cosθk

Составив интегральную сумму и устремив ранг дробления к нулю: