Вопрос 9

***Поверхностные интегралы 1-го рода. Определение. Теорема существования***

Пусть имеется некоторая поверхность C, в каждой точке которой определена некоторая функция F(x,y,z). Разобьем поверхность сетью кривых на ячейки c1,c2..cn с площадями ∆S1,∆S2..∆Sn и диаметрами d1,d2..dn. Максимальный диаметр обозначим через λ и назовем рангом дробления. В каждой ячейке выберем среднюю точку Mк и вычислим в ней значение функции. Умножим это значение на ∆Sк и составим интегральную сумму Римана:

$σ\_{n}=\sum\_{k=1}^{n}F\left(ξ\_{k},η\_{k}ζ\_{k}\right)∆S\_{k}$

Перейдем к пределу, устремляя ранг дробления к нулю:

$\lim\_{n\to \infty }σ\_{n}=\lim\_{n\to \infty }\sum\_{k=1}^{n}F\left(ξ\_{k},η\_{k},ζ\_{k}\right)∆S\_{k}$

Если он существует, то он называется поверхностный интеграл по поверхности C

$∬\_{с}^{}F\left(x,y,z\right)dS=\lim\_{n\to \infty }\sum\_{k=1}^{n}F\left(ξ\_{k},η\_{k},ζ\_{k}\right)∆S\_{k}$

Теорема существования:

Пусть поверхность с задана уравнением z=f(x,y), причем в области D функция f(x,y) и ее две частные производные в области D p(x,y)=$\frac{dz}{dx}$ и q(x,y)=$ \frac{dz}{dy}$ непрерывны. В каждой точке поверхности с функция F(x,y,z) непрерывна.

Тогда поверхностный интеграл существует и выражается в виде двойного:

$∬\_{с}^{}F\left(x,y,z\right)dS=∬\_{D}^{}F\left(x,y,f(x,y)\right)\sqrt{p^{2}\left(x,y\right)+q^{2}\left(x,y\right)+1}dxdy$