Методические указания к практическим занятиям по разделу физики „Оптика"

Методические указания к решению задач домашнего задания по данной теме. (5 модуль)

Для студентов, изучающих физику 3 семестра.

Раздел „Оптика" включает в себя темы:

1) Интерференция света.
2) Дифракция света.
3) Поляризация света.
4) Тепловое излучение
5) Явление фотоэффекта.

(темы 1–3) Волновая природа света.

(темы 4–5) Квантовая природа света.

Тема 1: Интерференция света.

Явление интерференции света - перераспределение освещенности на поверхности экрана.
Это явление возникает при определенных условиях как исключение из одного, экспериментально установленных законов геометрической оптики - закона независимости световых пучков.
По этому закону освещенность поверхности увеличивается при увеличение количества источников света и результат освещенностей в каждой точке поверхности является суммой освещенностей, создаваемых самими источниками.

Почему, и в каких ситуациях возникает явление интерференции света, и в чем оно заключается?

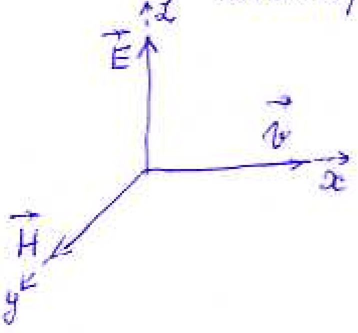
Поскольку то, что мы называем светом - это электромагнитные волны определенного диапазона, вспомним что такое электромагнитная волна.
Какой физический процесс носит название колебания?
Какие параметры описывают этот процесс?
Какие колебания называются гармоническими?
Какой физический процесс носит название волна?
Какой параметр определяет волну?
Какие волны носят название монохроматические?
Типы волн - продольные и поперечные?

Цит. Параметры колебаний – период (T), амплитуда (A), фаза (φ).
Колебания, у которых в течение времени наблюдения период, амплитуда и начальная фаза остаются неизменными носят название – гармонические.
Такие колебания могут быть описаны математически:

$S = A\cos(\omega t + \varphi_0)$ – где S – состояние колебательного процесса в данный момент времени,
$\varphi = (\omega t + \varphi_0)$ – фаза колебаний,
φ_0 – начальная фаза колебаний,
A – амплитуда колебаний,

Волна – это распространение в пространстве процесса колебаний.
Монохроматическая волна – распространение гармонических колебаний.
Если в волне направление колебаний перпендикулярно направлению их распространения – волна поперечная.
Если в волне направление колебаний параллельно направлению их распространения – волна продольная.
Примером поперечных волн и являются электромагнитные.

Векторная диаграмма электромагнитной волны:



Следствия из уравнений Максвелла:

1) Вектора напряженностей электрического и магнитного полей $\vec{E}$ и $\vec{H}$ колеблются во взаимно перпендикулярных направлениях, синфазно (т.е. одновременно достигают max и min значений), связь между ними линейна и описывается выражением:

$\sqrt{\mu} H = \sqrt{\varepsilon} E$, где μ и ε магнитная и электрическая проницаемость среды, в которой распространяются эти колебания.

2) Плоскость, образованная векторами $\vec{E}$ и $\vec{H}$ перпендикулярна к скорости распространения $\vec{v}$.

3) Электромагнитные колебания, возникнув в источнике, не остаются локализованными, а распространяются в пространстве со скоростью:

$v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon\mu}}$ (1), при этом $\sqrt{\varepsilon\mu} \equiv n$ – характеристика среды, используемая при описании оптических явлений в средах, и носящая название – показатель преломления среды.

c – отношение электромагнитной и электростатической единиц силы тока (она же и, естественно, скорость света в вакууме)

Инт. Учтя связь ε, μ и n, выражение для скорости распространения электромагнитных колебаний (1) можно записать в виде:

$$v = \frac{c}{n}$$ из этого соотношения $n = \frac{c}{v}$ – определение показателя преломления среды – величина, показывающая во сколько раз скорость света в вакууме больше, чем в данной среде.

Поскольку параметром монохроматической волны является длина волны – $\lambda = vT$, то, так как v разные в разных средах, то и λ разные:

$$\lambda = v \cdot T = \frac{c}{n}\cdot T = \frac{\lambda_0}{n} \quad (2),$$ где λ_0 – длина волны в вакууме.

Так как колебание не остается на месте, а распространяется с фазовой скоростью $\vec{v}$, то фаза колебания в момент времени t (если положить $\varphi_0 = 0$) определяется:

$$\varphi = \omega t = 2\pi\nu \frac{d}{v} = 2\pi \cdot \underbrace{\frac{1}{T}\cdot\frac{d}{v}}_{\lambda} = 2\pi\frac{d}{\lambda}$$

где d – расстояние на которое распространилось колебание за время t в данной среде

Если учесть связь λ с λ_0 (выражение 2) то:

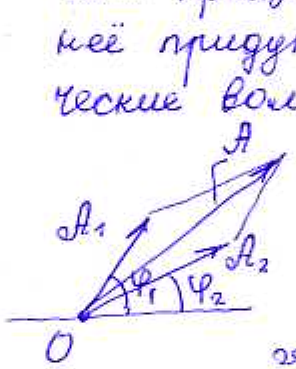
$$\varphi = 2\pi\frac{dn}{\lambda_0}, \quad (3)$$ где dn – оптическая длина пути обозначается (d)

dn имеет физический смысл:

$$dn = d\frac{c}{v} = tc$$ – расстояние, на которое распространилось бы колебание в вакууме за реальное время распространения его в среде.

Так как с одиночными колебаниями мы никогда не имеем дело, то есть, в одну и ту же точку, в одно и то же время приходит большое количество колебаний, их свойства (для колебаний – скорости их распространения) должны быть определены в одной системе отсчета (для света это вакуум).

Что произойдет в точке O освещаемой поверхности, если в неё придут (пусть) два колебания (т.е. две монохроматические волны). (от двух источников)



одно с амплитудой A_1 и в фазе φ_1

другое с амплитудой A_2 и в фазе φ_2

Амплитуда результирующего колебания

$$A^2 = A_1^2 + A_2 + 2A_1A_2\cos(\varphi_1 - \varphi_2) \quad (4)$$

Инт. а) Если разность фаз колебаний $\varphi_1-\varphi_2 \equiv \Delta\varphi$ хаотически, бессистемно меняется, то среднее значение $\cos(\Delta\varphi)$ за время наблюдения становится равным 0 и результирующая амплитуда становится:

$$A^2=A_1^2+A_2^2 \qquad \text{(из выражения (4))}$$

Поскольку освещенность (или интенсивность) есть величина пропорциональная квадрату амплитуды, то в этом случае в точке на экране возникает освещенность равная сумме освещенностей! — Закон геометрической оптики о независимости световых пучков.

б) Но, если, в течение времени наблюдения, разность фаз колебаний остается неизменной и, например, равной 0 или четному числу π, т.е. $\Delta\varphi = 0, 2\pi, 4\pi, \ldots$ то выражение (4) приобретает вид: $A^2=(A_1+A_2)^2$, что больше суммирования освещенностей.

В этом случае в данной точке наблюдается максимально возможная освещенность (интенсивность)

в) Если в другой точке разность фаз колебаний остается неизменной, но равной нечетному числу π, т.е. $\Delta\varphi=\pi, 3\pi, 5\pi, \ldots$ то выражение (3) приобретает вид: $A^2=(A_1-A_2)^2$, что меньше суммирования освещенностей, а, если $A_1=A_2$, то $A^2=0$

В этом случае в данной точке наблюдается минимально возможная освещенность (интенсивность).

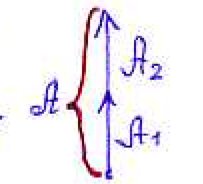
Так и происходит перераспределение освещенности на экране – т.е. явление интерференции.

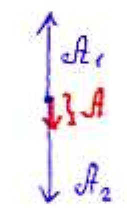
Итак!

Условия наблюдения интерференции:

max — $\Delta\varphi = 0, 2\pi, 4\pi \ldots$ четное число π

min — $\Delta\varphi = \pi, 3\pi, 5\pi$ — нечетное число π





Решить задачу интерференции — означает найти распределение на поверхности max и min интенсивности.

Инт. Найти распределение разности фаз колебаний в точках экрана очень сложно, но зная, что фаза колебания зависит от оптической длины пути луча (выражение (3)), можно найти условия наблюдения max и min интерференции через оптические длины путей.

Учтя связь фазы колебаний с оптической длиной пути:

Искомая $$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = 2\pi\frac{d_1 n_1}{\lambda_0} - 2\pi\frac{d_2 n_2}{\lambda_0} = 2\pi\frac{(d_1 n_1 - d_2 n_2)}{\lambda}$$

$(d_1 n_1 - d_2 n_2) \equiv \Delta$ называется оптической разностью хода и обозначается Δ

Итак: $$\boxed{\Delta\varphi = 2\pi\frac{\Delta}{\lambda_0}}$$

1) Если оптические пути от двух источников в данную точку экрана одинаковы, то $\Delta = 0$ и $\Delta\varphi = 0$

Если в другой точке экрана $d_1 n_1 - d_2 n_2 = \Delta = \lambda_0$, то $\Delta\varphi = 2\pi$

если в третьей точке экрана $d_1 n_1 - d_2 n_2 = \Delta = 2\lambda_0$, то $\Delta\varphi = 4\pi$ и т.д.

В этих случаях в точках на экране наблюдаются max интерференции.

2) Если в некоторой точке экрана $d_1 n_1 - d_2 n_2 = \Delta = \frac{\lambda_0}{2}$, то $\Delta\varphi = \pi$

если в другой точке на экране $d_1 n_1 - d_2 n_2 = \Delta = \frac{3}{2}\lambda_0$, то $\Delta\varphi = 3\pi$ и т.д.

В этих случаях в точках на экране наблюдаются min интерференции.

Окончательно условия наблюдения интерференции на поверхности экрана выглядят так:

Если в оптической разности хода лучей, приходящих в данную точку экрана укладывается целое число длин волн, в этом месте наблюдается max интерференции.

Если в оптической разности хода лучей, приходящих в точку экрана укладывается нечетное число полуволн, в этом месте экрана наблюдается min интерференции.

запись: $\Delta = k\lambda$, где $k = 0, 1, 2, 3 \ldots$ max

$\Delta = (2k-1)\frac{\lambda}{2}$, где $k = 1, 2, 3, \ldots$ min

величина $\underline{k}$ названа $\underline{\text{порядком}}$ интерференции.

если, например: $\Delta = 2\lambda$ – мы наблюдаем max 2-го порядка

если, например: $\Delta = \frac{\lambda}{2}$ мы наблюдаем min 1-го порядка

Инт. Соблюдение данных условий возможно только, если колебания, приходящие в каждую точку экрана когерентны. Условием когерентности является монохроматичность излучения и постоянство разности фаз колебаний в течение времени наблюдения.
До изобретения лазеров когерентное излучение можно было получить с помощью оптической системы разделив пучок лучей на два, а затем дать возможность им снова встретиться.

Способы наблюдения картины интерференции делятся на 2 типа:

1) Деление волнового фронта (интерференционная картина от точечного источника)
2) Амплитудное деление (т.е. деление по интенсивности).

К первому методу наблюдение картины относятся схемы:

Юнга
Бизеркала Френеля
Бипризма Френеля
Зеркало Ллойда
Билинза Бийе

Ко второму типу наблюдения картины относятся в тонких пленках, где интерференционные картины в тонких пленках, где деление пучка происходит за счёт отражения и преломления на границах сред.

Они носят название: Полосы равной толщины.
Полосы равного наклона.

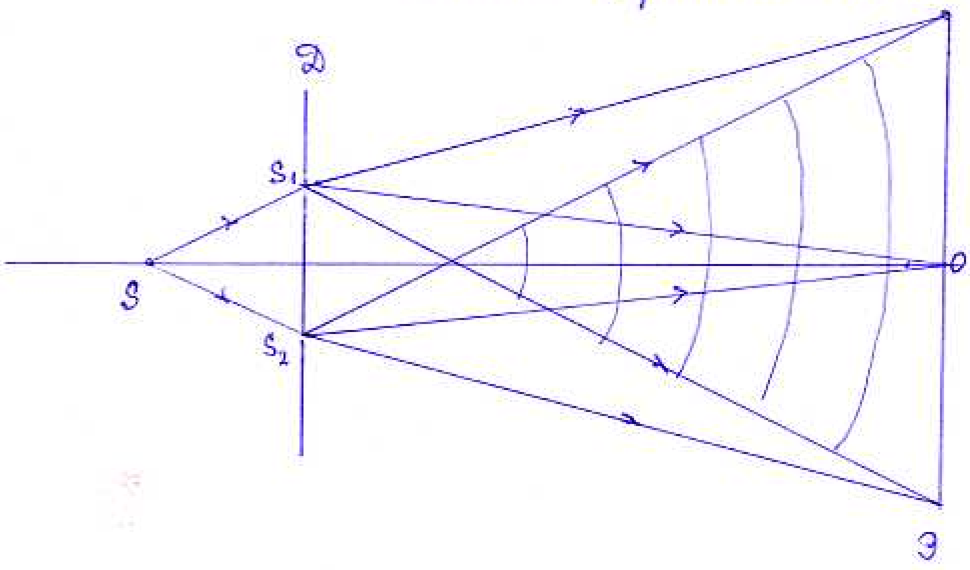
P.S.

Инт.

Деление волнового фронта

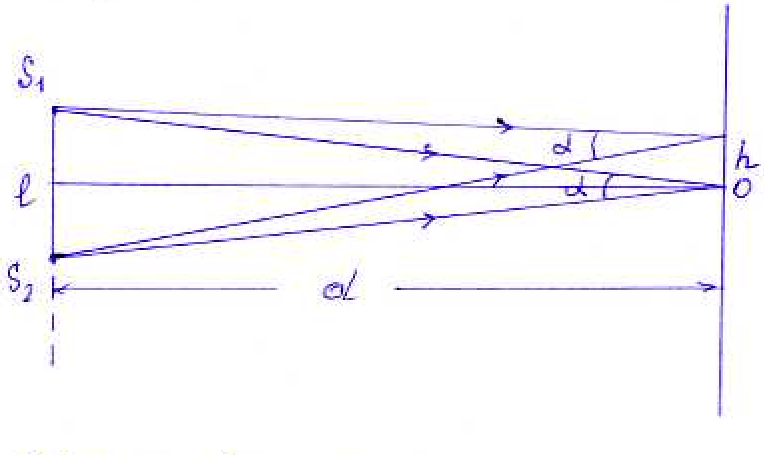
Во всех указанных выше схемах возникают два новых точечных источника колебаний (действительные или мнимые), естественно, с одинаковыми параметрами, так как получены делением одного волнового фронта (получены от одного источника).

Самая простая схема – схема Юнга.



На диафрагме D с двумя точечными отверстиями, находящимися на одинаковом расстоянии от источника S, образуются два когерентных источника S_1 и S_2.

В области перекрытия пучков от этих источников, куда-бы мы не поставили экран, на нем будет наблюдаться картина интерференции. Чтобы найти картину интерференции надо найти распределение оптической разности хода на экране.



Если источники S_1 и S_2 находятся в однородной среде, то оптические длины путей S_1O и S_2O равны, соответственно, $\Delta = 0$.

В этой точке будет наблюдаться max интерференции $0^{го}$ порядка (или центральный максимум).

Вверх и вниз по экрану разность хода между лучами, приходящими в каждую точку, будет увеличиваться линейно. Вверх от (·) O наращивание разности хода идет за счет увеличения оптической длины пути нижнего луча, вниз, соответственно, верхнего.

Область наблюдения картины интерференции очень невелика. Угол схождения лучей – α, в данной системе (при постоянных параметрах l – расстоянии между источниками и d – расстоянии от источников до экрана) очень мал и постоянен.

Инт. Только при малых углах α соблюдается условие когерентности.
Из простых физических соображений можно видеть, что оптическая разность хода в точках экрана будет определяться выражением:

$$\Delta = \frac{hl}{d} \quad (*)$$

чем дальше от т. O (больше h), тем больше Δ; чем больше l, больше α, и быстрее растет Δ; чем больше d, тем меньше α и медленнее растет Δ.

Алгебраический вывод выражения для распределения Δ по экрану смотрите в учебнике Ландсберга „Оптика".

Важно: Оптическая разность хода лучей в любой оптической системе есть свойство самой системы и не зависит от длины волны света.
Картина же интерференции зависит от длины волны света.

Рассмотрим картину вверх от точки O. Вниз она будет симметрична.
В точке O $h=0$ и, соответственно $\Delta = 0$.
Следующий max будет, когда в разности хода уложится одна длина волны — $\Delta = \lambda$, тогда выражение (*) будет иметь вид:

$$\lambda = \frac{hl}{d};$$

в этом случае h — это расстояние на экране от интерференционного max 0-го порядка до max 1-го порядка.

Расстояние на экране между соседними максимумами или минимумами называется шириной интерференционной полосы, и, тогда h — это и есть ширина интерференционной полосы.

$$\underline{h \equiv \Delta x = \frac{\lambda d}{l}}$$

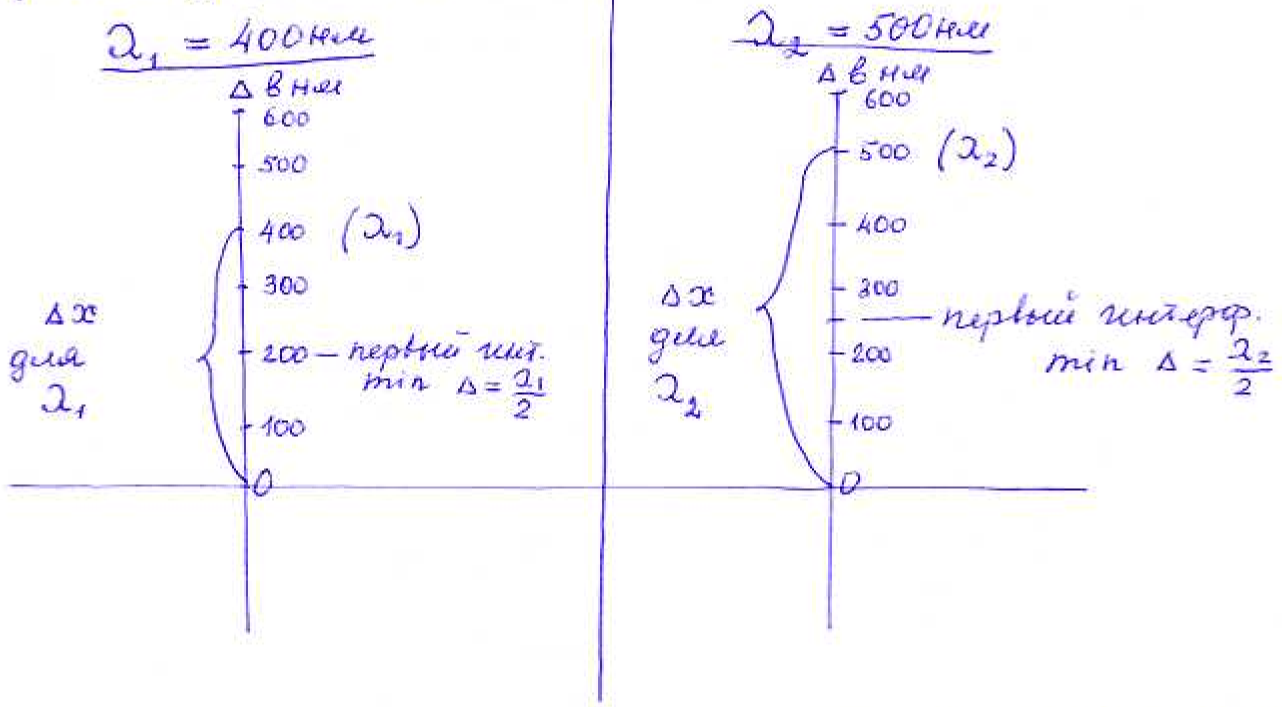
ширина интерференционной полосы в схеме Юнга и в остальных, работающих при делении волнового фронта.

Можно видеть, что при постоянных параметрах установки и постоянной λ, ширина интерференционной полосы остается постоянной.
Если h^{k+1} — расстояние от точки O на котором наблюдается максимум $k+1$ порядка, h^k — соответствующее расстояние до точки наблюдения k-того max, то:

$$\Delta x = h^{k+1} - h^k = \frac{(k+1)\lambda d}{l} - \frac{k\lambda d}{l} = \frac{\lambda d}{l}, \text{ или, учтя } \frac{l}{d} \approx \operatorname{tg}\alpha = \alpha$$

$$\underline{\Delta x = \frac{\lambda}{\alpha}}$$

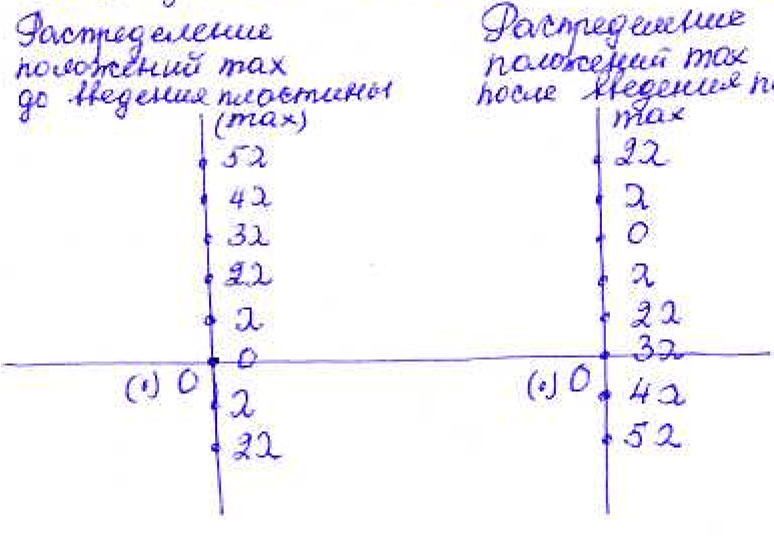
Инт. В одной и той же схеме Юнга картины интерференции выглядят различным образом при разных источниках излучения. (разных λ)



Что произойдет с картиной интерференции на экране, если оптическую длину путей от одного из источников искусственно увеличить на N длин волн вставив на пути этих лучей более плотную среду (например пластинку слюды.)

В силу малости угла α можно считать, что лучи от источника S_1 падают на пластинку $\perp$ поверхности.

Для наглядности происходящего предположим что $N=3$, если длина волны источника λ, тогда:



В каждой точке экрана Δ изменилась на 3λ (так говорят на физическом жаргоне: если $\lambda = 400$нм, то Δ изменилась на 1200нм).

Пишут $\Delta(\Delta) = 3\lambda$

Это привело к смещению картины интерференции на 3 полосы.

Инт. Задача 1. На пути одного луча в интерференционной установке Юнга стоит трубка длиной $l = 2$ см с плоскопараллельными стеклянными основаниями, и наблюдается интерференционная картина, когда трубка заполнена воздухом. Затем трубка наполняется хлором и при этом наблюдается смещение интерференционной картины на $N = 20$ полос. Вся установка заключена в термостат, поддерживающий постоянную температуру. Наблюдения производятся со светом линии D натрия ($\lambda = 5890$ Å). Принимая показатель преломления воздуха равным $n = 1{,}000276$, определить показатель преломления (n') хлора. В какую сторону смещаются полосы интерференции при наполнении трубки хлором?

$n = 1{,}000276$
$\lambda = 5890$ Å
$l = 2$ см
$N = 20$ полос

$n' = ?$

Смещение картины интерференции на N полос означает, что в каждой точке экрана произошло изменение оптической разности хода $\Delta(\Delta)$ на 20λ.

В данной задаче оптическая длина пути меняется только в верхнем луче, поэтому $\Delta(\Delta)$ в каждой точке экрана зависит только от оптических длин путей в этом луче.

(*) Изменение оптической длины пути происходит только внутри трубки, поэтому $\underline{\Delta(\Delta) = n'l - nl}$ (мы предположили, что $n' > n$. По условию задачи $\underline{\Delta(\Delta) = N\lambda}$,

тогда $n'l - nl = N\lambda \Rightarrow \underbrace{n' = n + \frac{N\lambda}{l}}$

$$\underline{n'} = 1{,}000276 + 20 \cdot \frac{0{,}589 \cdot 10^{-3}}{2} = 1{,}000276 + 0{,}000589 = \underline{1{,}000865}$$

В общем случае (без учета (*)) решение выглядит так:

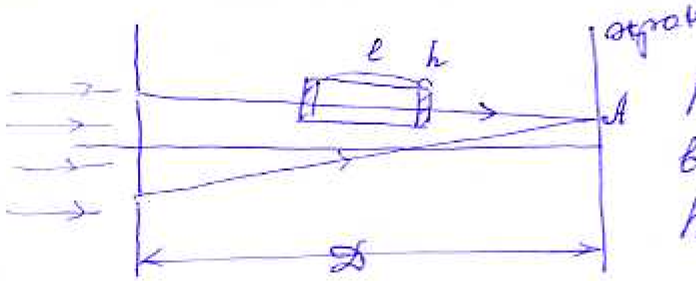
Если: расстояние от источников до экрана $- D$
толщина стеклянных оснований $- h$
показатель преломления стекла $- n_{ст}$, то

Оптич. длина пути луча в первом случае Δ_1, во втором Δ_2

$$\left.\begin{aligned} \Delta_1 &= (D - l - 2h)n + ln + 2hn_{ст} \\ \Delta_2 &= (D - l - 2h)n + ln' + 2hn_{ст} \end{aligned}\right\} \text{ откуда:}$$

(рис. далее)

$\underline{\Delta(\Delta)} = \Delta_2 - \Delta_1 = \underline{ln' - ln}$, далее вышенаписанное решение.

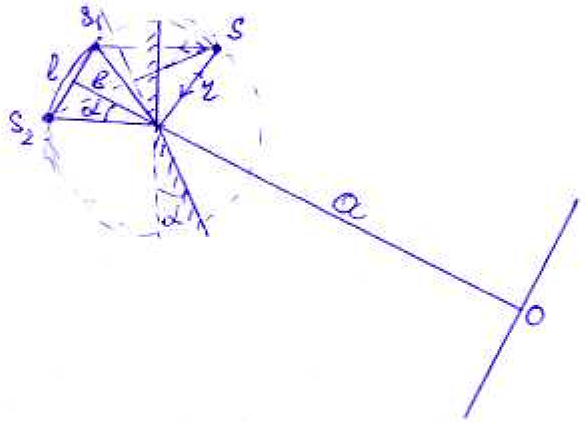


Ответ на второй вопрос: (задача 1)

Полосы интерференции смещаются в данной схеме вверх.

Попробуйте дать объяснение!

Инт. Задача 2. Определить угол α между зеркалами Френеля, если ширина интерференционной полосы на экране (Δx) равна 1мм, $r = 10$см, длина волны $\lambda = 486$нм, расстояние от ребра зеркал до точки O на экране (a) равно 1 м. Интерферирующие лучи падают на экран приблизительно перпендикулярно.



S_1 и S_2 - возникшие мнимые когерентные источники

Из теории: $\Delta x = \frac{\mathcal{D}\lambda}{\ell} \Rightarrow$

$\Rightarrow \lambda = \Delta = \frac{\Delta x \ell}{\mathcal{D}}$ (*), где

$\frac{\ell}{2} = r \cdot \sin\alpha$

учтя, что α - мал

$\underline{\ell = 2r\alpha}$

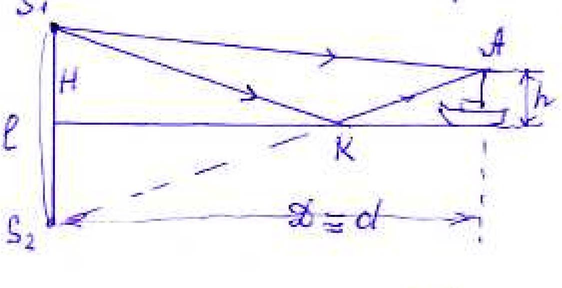
$\mathcal{D} = b + a$, где $b = r\cos\alpha \cong r$ и

$\underline{\mathcal{D} = r + a}$, тогда (*)

$$\lambda = \frac{\Delta x \cdot 2r\alpha}{r+a} \Rightarrow \alpha = \frac{\lambda(r+a)}{2r\Delta x} \Rightarrow$$

$$\underline{\underline{\alpha}} = \frac{0{,}486 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}1 \cdot 10^{3}}{2 \cdot 1 \cdot 10^{2} \cdot 1} = 26{,}73 \cdot 10^{-4}\,\text{рад} = \underline{9'12''}$$

Инт. Задача 3. Высота радиомаяка над уровнем моря $H = 200$м, расстояние до корабля $d = 5{,}5$км. Определить оптимальную высоту мачты корабля для приема сигналов с длиной волны $\lambda = 1{,}5$м.



Аналог - схема Юнга

В задаче подразумевается нахождение высоты мачты при которой наблюдается 1-ый max интерференции. То есть в возникающей Δ должна уложиться λ.

$\Delta = S_2A - S_1A = \frac{\ell h}{d}$, но, реально в данной схеме интерферируют лучи S_1A и S_1KA.

Инт. Второй луч попадает в точку А после отражения от поверхности воды, которая имеет показатель преломления больше показателя преломления воздуха, что означает, что при отражении электромагнитные колебания испытывают изменение фазы колебаний на π, которое соответствует изменению оптической длины пути на $\pm \frac{\lambda}{2}$.

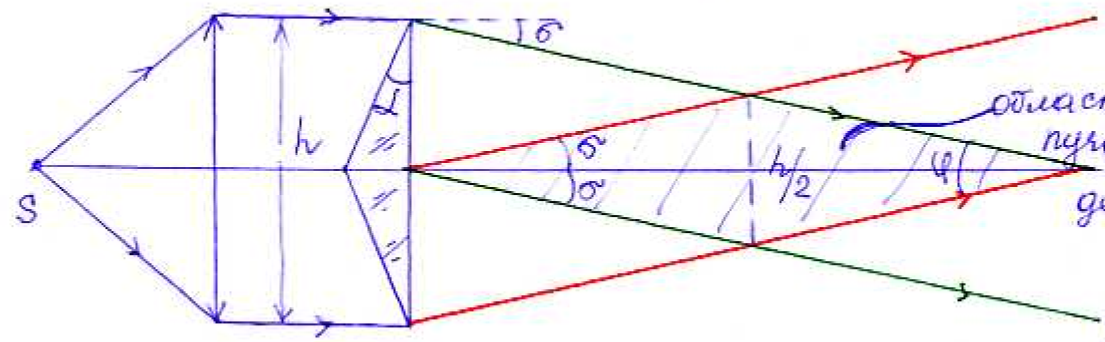
Тогда в данной схеме Δ, возникающая в (.) А определяется как: $\Delta = \frac{lh}{d} + \frac{\lambda}{2} = \frac{2Hh}{d} + \frac{\lambda}{2}$

С другой стороны: в Δ должна уложиться λ $\Rightarrow$

т.е. $\frac{2Hh}{d} + \frac{\lambda}{2} = \lambda$ и $\underline{\underline{h}} = \frac{d\lambda}{4H} = \frac{5{,}5\cdot 10^3\cdot 1{,}5}{4\cdot 2\cdot 10^2} = \underline{\underline{10{,}3\ м}}$

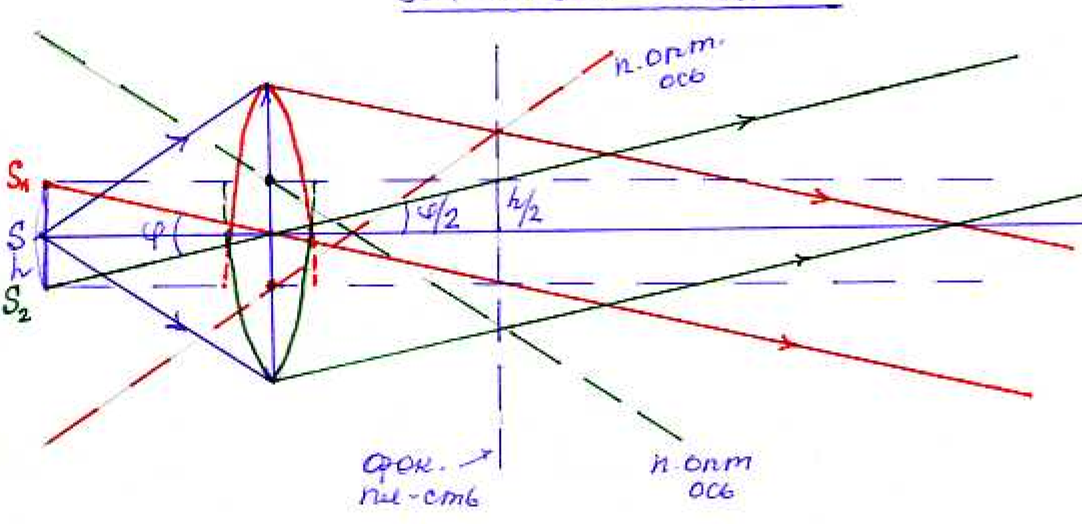
Ход лучей в интерференционных установках:

Бипризма Френеля



область перекрытия пучков, (область наблюдения картины интерференции)
угол схождения (φ) лучей во всей области одинаков и
$\Delta x = \frac{\lambda}{\varphi} = \frac{\lambda}{2\sigma}$

Билинза Бийе



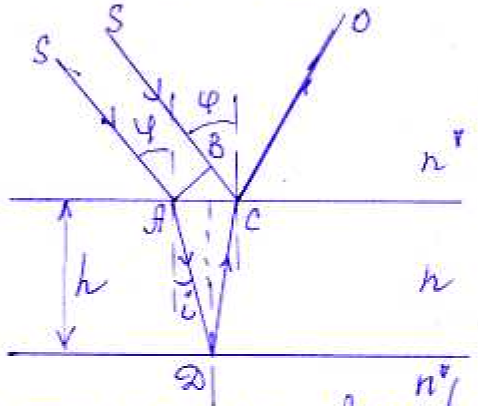
Инт.

Амплитудное деление.

Локализация полос интерференции.
(Цвета тонких пластинок. Полосы равной толщины)

Необходимое для наблюдения картины интерференции расщепление пучка на два происходит в результате отражения и преломления пучка на передней (верхней) и задней (нижней) поверхностях пленки.

Для определения картины интерференции необходимо найти распределение оптической разности хода в системе.



В отраженном свете!

Оптическая система представляет собой очень тонкую пленку с показателем преломления больше, чем показатель преломления среды.

Падающее монохроматическое излучение это как бы единый луч (SC и SA) частично испытывающий отражение и преломление на верхней поверхности пленки.

Преломленная часть луча (AD) снова испытывает отражение от нижней поверхности и в т. C встречается с отраженным лучом на верхней поверхности. В зависимости от разности хода этих лучей наблюдается тот или иной результат интерференции. От т. C до направления к O лучи имеют одинаковую оптическую длину пути, поэтому $\Delta = (ADC) - (BC)$ где

$(ADC) = 2AD \cdot n$ $\quad (AD = DC)$

$(BC) = BCn' \pm \frac{\lambda}{2}$ (при отражении от более плотной среды фаза колебаний меняется на π, что приводит к изменению оптической длины пути на $\frac{\lambda}{2}$ — экспериментальный факт)

Параметрами данной оптической системы являются: соотношения показателей преломления сред n и n', угол падения лучей φ, угол преломления i, толщина пленки в данном месте h.

Вывод окончательного выражения для оптической разности

Инт. хода лучей в данной системе смотрите в разделе „Локализация полос интерференции" в учебнике „Ландсберга „Оптика".

И Δ в данном случае выглядит так:

$\Delta = 2hn\cos i \pm \frac{\lambda}{2}$, если в ней укладывается целое число длин волн – наблюдается max, нечётное число полуволн – min.

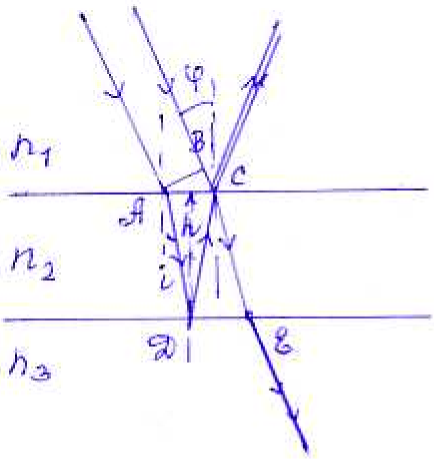
Если падение лучей на пов-сть плёнки нормально к поверхности, то $\Delta = 2hn \pm \frac{\lambda}{2}$ Картина на верхней пов-сти плёнки.

Помня, что картина интерференции зависит от распределения оптической разности хода, разберем еще пример:

Рассмотрим пример оптической системы:

Плёнка масла на поверхности воды. $n_1 < n_2 < n_3$

В отражённом свете:



$\Delta = (ADC) - (BC)$, где

$(ADC) = 2AD\,n_2 \pm \frac{\lambda}{2}$; $(BC) = BC\,n_1 \pm \frac{\lambda}{2}$;

и $\Delta = 2AD\,n_2 - BC\,n_1$; из алгебраических преобразований

$\Delta = 2hn_2\cos i$ – Картина на верхней пов-сти плёнки

В проходящем свете:

$\Delta = (ADCE) - (BCE)$, где

$(ADCE) = 2AD\,n_2 + CE\,n_2 \pm \frac{\lambda}{2}$ ($\frac{\lambda}{2}$ на нижней границе)

$(BCE) = BC\,n_1 + CE\,n_2$

тогда $\Delta = 2AD\,n_2 + \cancel{CE\,n_2} \pm \frac{\lambda}{2} - BC\,n_1 - \cancel{CE\,n_2} =$

$= 2AD\,n_2 - BC\,n_1 \pm \frac{\lambda}{2}$; из алгебраических преобразований

$\Delta = 2hn_2\cos i \pm \frac{\lambda}{2}$ Картина на нижней пов-сти плёнки.

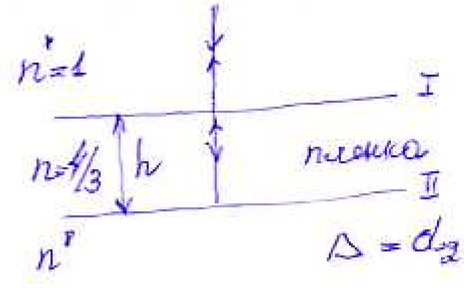
P.S. При одних и тех же параметрах системы интерференционные картины на верхней и нижней гранях обратны друг другу: когда max на верхней – min на нижней.

Инт. **Задача 4.** Толщина идеальной плоскопараллельной пленки монотонно возрастает от 0 миллиметров. Пленка освещается монохроматическим светом с длиной волны λ, падающим нормально к поверхности. При какой наименьшей толщине пленки появится картина интерференции? (1) Какой вид она будет иметь? (2) Как будет меняться картина по мере нарастания толщины пленки? (3) Как будет меняться картина по мере нарастания толщины пленки, если освещать её белым светом (набором длин волн в интервале 400-700 нм)? (4)

Моделью к этой задаче может служить мыльная пленка натянутая на бесконечно тонкую проволочную рамку и расположенная горизонтально. Если на пленку капать мыльный раствор, толщина пленки будет постоянно нарастать.

Картину интерференции будем наблюдать в отраженном свете, т.е. на верхней поверхности пленки.

(1) Оптическая система выглядит так:



$\underline{n' < n}$

Найти картину интерференции — найти распределение разности хода лучей

$\Delta = d_2 - d_1$, где $d_1 = \pm\frac{\lambda}{2}$ из-за изменения фазы колебаний на границе I

$d_2 = 2hn$ — потери полуволны на границе II нет, т.к. $n' < n$

и $\Delta = 2hn \pm \frac{\lambda}{2}$

Впервые мы будем наблюдать картину интерференции когда возникнет 1-ый интерференционный максимум, т.е. когда в данной Δ уложится λ, т.е.

$$\Delta = 2hn + \frac{\lambda}{2} = \lambda \Rightarrow \underline{h_{min} = \frac{\lambda}{4n}}$$ — это минимальная толщина!

(2) Картина интерференции: вся пленка ярко освещенная, так как в каждой точке её толщина одинакова и выполняется условие интерференции в 1ом порядке. Порядок интерференции будем обозначать индексом у толщины — $h^{I}_{min} = \frac{\lambda}{4n}$ — интерференционный max 1го порядка.

Если, например, $\lambda = 400$нм, то $h_{min} = \frac{400 \cdot 3}{4 \cdot 4} = 75$нм.
Пленка ярко фиолетовая!

Инт. (3) По мере нарастания толщины пленки (продолжение задачи ④) в оптической разности хода будет укладываться больше чем одна λ и картина будет темнеть, когда в разности хода уложатся $\frac{3}{2}\lambda$ – условие наблюдения min интерференции – пленка станет темной – это при толщине

$$2hn + \frac{\lambda}{2} = \Delta = \frac{3}{2}\lambda \Rightarrow h = \frac{\lambda}{2n} \text{ min.},$$ далее

при увеличении h, когда в Δ уложится 2λ

$$2hn + \frac{\lambda}{2} = 2\lambda \Rightarrow h'' = \frac{3\lambda}{4n}$$ наблюдается интерференционный max 2-го порядка

При нарастании толщины пленки, она становится то темной, то ярко фиолетовой.

max 3-его порядка наблюдается при $h''' = \frac{5\lambda}{4n}$

max 4-го порядка —"— при $h^{IV} = \frac{7\lambda}{4n}$ и т.д.

(4) Для исследования того, как будет наблюдаться картина при облучении белым светом, из набора сплошного спектра $400 \div 700$ нм выберем 4 длины волн, так называемые – реперные точки. Определим для них толщины, при которых наблюдаются max интерф. и обобщим.

Есть:
$\lambda_1 = 400$ нм
$\lambda_2 = 500$ нм
$\lambda_3 = 600$ нм
$\lambda_4 = 700$ нм

1) Когда Δ становится $= 400$ нм $\equiv \lambda_1$ (при этом – пленка фиолетов.

$$h_1' = \frac{\lambda_1}{4n} = \frac{400}{4n} \text{ нм}$$

2) Когда Δ становится $= 500$ нм $\equiv \lambda_2$ (при этом – пленка зеленая

$$h_2' = \frac{\lambda_2}{4n} = \frac{500}{4n} \text{ нм}$$

3) Когда Δ становится $= 600$ нм $= \lambda_3$ (при этом – пленка желтая

$$h_3' = \frac{\lambda_3}{4n} = \frac{600}{4n} \text{ нм}$$

4) Когда Δ становится $= 700$ нм $= \lambda_4$ (при этом – пленка красная.

$$h_4' = \frac{\lambda_4}{4n} = \frac{700}{4n} \text{ нм}$$

Такая последовательность интерференционных окрасок носит название

Интерференционный спектр

в данном случае 1-го порядка.

продолжение задачи (4)

Инт. По мере нарастания толщины пленки Δ увеличивается: и

$$h_1'' = \frac{3\lambda_1}{4n} = \frac{1200}{4n}\text{ нм (ф)}$$

$$h_2'' = \frac{3\lambda_2}{4n} = \frac{1500}{4n}\text{ нм (з)}$$

$$h_3'' = \frac{5\lambda_3}{4n} = \frac{1800}{4n}\text{ нм (ж)}$$

(а) $$h_4'' = \frac{3\lambda_4}{4n} = \frac{2100}{4n}\text{ нм (кр)} +$$ (с)

Интерф. спектр 2^го порядка

$$h''' = \frac{5\lambda_1}{4n} = \frac{2000}{4n}\text{ нм (ф)}$$ (а)

$$h''' = \frac{5\lambda_2}{4n} = \frac{2500}{4n}\text{ нм (з)}$$

$$h''' = \frac{5\lambda_3}{4n} = \frac{3000}{4n}\text{ нм (ж)}$$ (б)

$$h''' = \frac{5\lambda_4}{4n} = \frac{3500}{4n}\text{ нм (кр)} +$$

Интерф. спектр 3^его порядка

$$h^{IV} = \frac{7\lambda_1}{4n} = \frac{2800}{4n}\text{ нм (ф)} +$$ (б)

$$h^{IV} = \frac{7\lambda_2}{4n} = \frac{3500}{4n}\text{ нм (з)} +$$

$$h^{IV} = \frac{7\lambda_3}{4n} = \frac{4200}{4n}\text{ нм (ж)} +$$

$$h^{IV} = \frac{7\lambda_4}{4n} = \frac{4900}{4n}\text{ нм (кр)} +$$

Интерф спектр 4^го порядка

И т. д. ....

Если учесть, что пленка освещается сплошным спектром, то в интервалах толщин обозначенных буквами (а) и (б) Δ такова, что ней укладывается помимо указанных длин волн, ещё и другие (находящиеся в промежутках между обозначенными). В этом случае окраска уже не монохроматическая. По мере увеличения толщины пленки Δ растет и в ней может укладываться по несколько разных длин волн, которые в совокупности могут делать пленку просто светлой.

Примеры такой картины:

1) Мыльные пузыри
2) Пленка масла или бензина на лужах

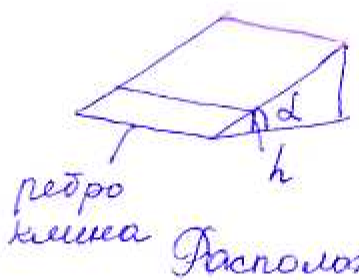
Из-за разной толщины они окрашены цветами радуги, или просто светлые.

P.S. Обратите внимание на то, что картина интерференции наблюдается в очень тонких пленках $h \leq 1$ мкм, 10 мкм.

Инт. Задача 5. Прозрачный клин с малым углом при вершине α освещается параллельным пучком лучей белого света области длин волн $\lambda_1 \div \lambda_4$. Свет падает на клин нормально к поверхности. Найти длину интерференционного спектра к-того порядка, если показатель преломления вещества клина равен n и клин находится в воздухе.

Из предыдущей задачи: по мере нарастания толщины пленки мы наблюдаем интерференционные спектры.

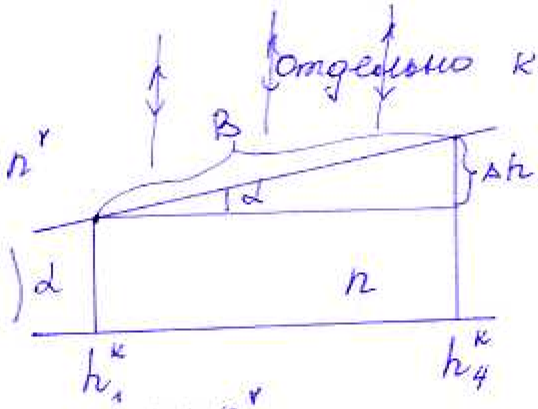
Клин - это пленка переменной толщины. Угол α клина может быть постоянным, или переменным (кольца Ньютона).
В данной задаче он постоянен, значит толщина растет линейно.
К тому же очень мал: порядка 10-12 угл. сек.



Расположение интерференционных спектров:

Вид сбоку:

Отдельно к-тый пор-к **в отраженном свете!**



$n > n^в$

B – ширина спектра к-того пор-ка
Из геометрии:

$$B = \frac{\Delta h}{\sin\alpha} \quad \text{где } \Delta h = h_4^k - h_1^k$$

h_1^k и h_4^k найдем из условий наблюдения интерференции:

Запишем выражения для оптич. разн. хода и усл. набл. интерф.

$$\Delta_1^k = 2h_1^k n + \frac{\lambda_1}{2} = k\lambda_1$$

Вычтем из 2^го рав-ва 1^ое

$$-\;\Delta_4^k = 2h_4^k n + \frac{\lambda_4}{2} = k\lambda_4$$

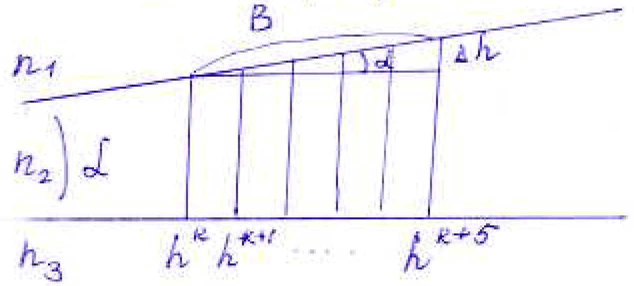
$$h_4^k - h_1^k = \frac{(2k-1)(\lambda_4 - \lambda_1)}{4n}$$

и тогда:

$$B = \frac{(2k-1)(\lambda_4 - \lambda_1)}{4n\sin\alpha}$$

P.S. так как α очень мал $\operatorname{tg}\alpha = \sin\alpha = \alpha$, выраженному в радианах!

Инт. Задача 6. На водяной пленке, растекшейся по стеклянной пластине клином с перепадом толщины 0,03мм на 10см длины клина в отраженном свете наблюдается картина интерференции при освещении клина светом с $\lambda = 500$нм. (Падение лучей перпендикулярно поверхности клина). Определить ширину 5 интерференционных полос.



Свет отраженный!

B – ширина 5 полос

Из геометрии:

$$\underbrace{B = \frac{\Delta h}{\sin\alpha} = \frac{\Delta h}{\alpha},}$$ (*) α – мал.

Поскольку нас интересует картина интерференции, которая зависит от распределения оптической разности хода в оптической системе, Δh найдем из выражений для оптической разности хода при толщинах h^k и h^{k+5} (как и в предыдущей задаче.)

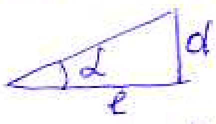
В данной задаче соотношение показателей преломления $n_1 < n_2 < n_3$, поэтому интерферирующие лучи при отражении от верхней границы клина и от нижней испытывают изменение фазы колебаний на π. Поэтому в оптической разности хода отсутствует $\frac{\lambda}{2}$. Итак, $\Delta h = h^{k+5} - h^k$, найдем из оптических разностей хода при этих толщинах:

$$\Delta_k = 2h^k n_2 = k\lambda \text{ – и в ней укладывается } k\lambda$$

$$- \ \Delta_{k+5} = 2h^{k+5} n_2 = (k+5)\lambda \text{ – и в ней укладывается } (k+5)\lambda$$

$$\underbrace{h^{k+5} - h^k = \frac{5\lambda}{2n_2},}$$ (Вычтем из 2го рав-ва 1ое)

Угол клина в задаче задан перепадом толщин



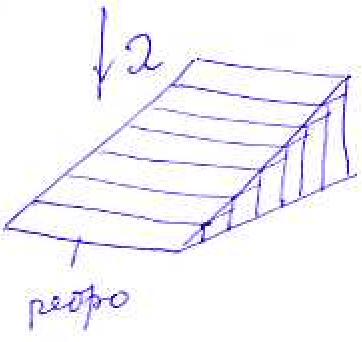
$\alpha = tg\,\alpha = \sin\alpha = \frac{d}{\ell}$, тогда (*)

$$\underline{B} = \frac{5\lambda\,\ell}{2n_2\,d} = \frac{5\cdot10^{-4}\cdot5\cdot10^{2}\cdot3}{2\cdot4\cdot3\cdot10^{-2}} = \frac{25}{8} = \underline{3{,}125\text{мм}}$$

Дано:
$d = 3\cdot10^{-2}$мм
$\ell = 1\cdot10^{2}$мм
$\alpha =$
$B = ?$
$\lambda = 5\cdot10^{-4}$мм
$n_2 = \frac{4}{3}$

Инт. Продолжение задачи №6.

Немного теории: мы имеем дело с клином постоянного угла при вершине. Если падает на пов-сть монохром. свет

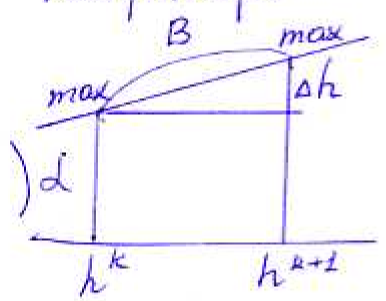


max и min располагаются на равном расстоянии (т.е. ширина интерференционной полосы постоянна) и параллельно ребру клина.

Это происходит потому, что в данном случае оптическая разность хода наращивается линейно с ростом толщины клина.

В предыдущей задаче можно найти ширину интерференционной полосы, а затем эту величину умножить на количество полос, ширину которых нужно определить.

Например:



B - ширина интерференционной полосы.

$B = \frac{\Delta h}{\alpha}$, где Δh из записи Δ

$$\left.\begin{array}{l} \Delta_k = 2hn_2 = k\lambda \\ \Delta_{k+1} = 2hn_2 = (k+1)\lambda \end{array}\right\} \Delta h = \frac{\lambda}{2n_2} \text{ и}$$

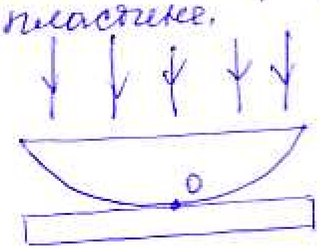
$$B = \frac{\lambda \, \ell}{2n_2 d} = 0{,}625 \text{мм.}$$

Инт.

Кольца Ньютона

Одним из особых случаев наблюдения картины интерференции (при амплитудном делении пучка) является система: линза большого радиуса кривизны, лежащая на плоской стеклянной пластинке.

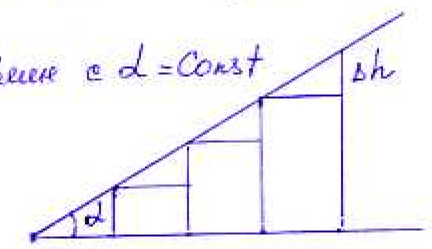
(1)



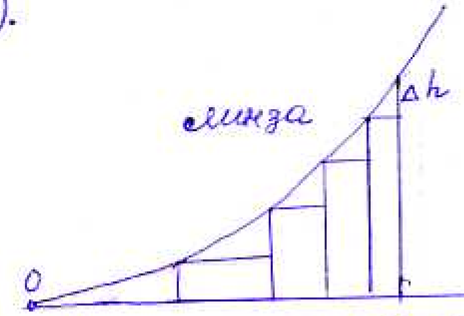
В такой системе под микроскопом наблюдал картину интерференции Исаак Ньютон.

В этом случае аналогом пленки является зазор между линзой и пластиной. В отраженном свете картина интерференции наблюдается на нижней поверхности линзы, в проходящем – на верхней поверхности пластины в виде колец переменной толщины. Данная система, если смотреть на неё сбоку, представляется клином с переменным углом при вершине. Для того, чтобы произошла смена интерференционной картины, надо, чтобы приращение толщины было постоянным (если приращение толщины Const, то и приращение $\Delta = Const$).

Клин с $\alpha = Const$



ребро

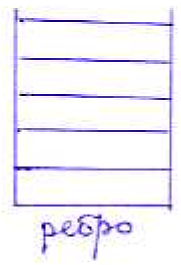


точка оптического контакта

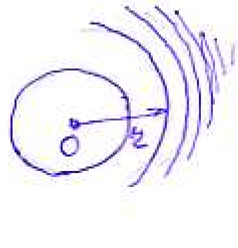
пластина

В этой системе Δh наращивается быстрее

Вид картин сверху



ребро



Использование для наблюдения картины интерференции системы линза-пластина позволяет определить на каком расстоянии от точки оптического контакта будут располагаться max и min интерференции, т.е. найти связь радиусов колец с параметрами системы.

Вывод такой зависимости для простейшей системы: линза и пластина в воздухе можно посмотреть: или в лабораторной работе №8, или в учебнике Ландсберга.

Инт. Система интерференционных колец может наблюдаться ещё в 2х случаях:

② Две выпуклые линзы большого радиуса кривизны, сложенные выпуклыми поверхностями друг к другу. Большие радиусы кривизны для того, чтобы толщина зазора достаточно долго оставалась очень малой.

③ Выпуклая линза, вложенная в вогнутую, тоже больших радиусов кривизны.

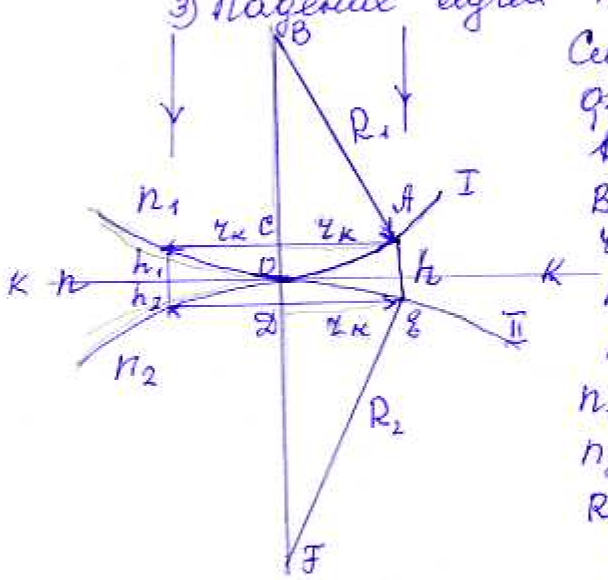
Итак: во всех трех случаях картина интерференции представляет собой систему чередования светлых (max интерф.) и темных (min интерф.) колец с центром в точке оптического контакта линз. (0).

Почему картина в виде колец — вопрос Вам.

Решение задачи о распределении картины интерференции в оптической системе должно заключаться в определении связи Δ с параметрами системы и геометрическом решении.

Пример: Система ②

1) В отраженном свете
2) Распределение темных колец (min интерференции)
3) Падение лучей перпендикулярно к поверхности.



Смотря сверху, мы видим картину интерференции на границе I (поверхности верхней линзы.)

В точке A на расстоянии r_k от оптической оси линз мы видим интерф. min k-того порядка. (·) A одна из точек k-того темного кольца.

n_1 - показатель преломления верхней линзы

n_2 - показатель преломления нижней линзы

R_1 и R_2 - радиусы кривизны соответствующих линз.

n - показатель преломления среды зазора (пленки)

h - толщина зазора в (·) A.

Учтем: $n_1 > n < n_2$

$\left.\begin{matrix} R_1 \\ R_2 \end{matrix}\right\} \gg h$

Ищем радиус k-того темного кольца

$r_k = ?$

Инт. Оптическая разность хода лучей в зазоре при толщине

$h \rightarrow$ $\Delta = 2hn + \frac{\lambda}{2}$, поскольку мы ищем min интерференции, в этой Δ должно уложиться нечётное число длин волн:

$\Delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$, тогда:

$$2hn + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow 2hn = k\lambda, \text{ и}$$

толщина зазора в этом месте: $h = \frac{k\lambda}{2n}$ ⊛

Теперь надо геометрически связать h с r_k.

Поделим зазор прямой KK на 2 части, тогда $h = h_1 + h_2$, далее из треугольников: BAC и FDE по теореме Пифагора:

$$\left.\begin{aligned} r_k^2 &= R_1^2 - (R_1 - h_1)^2 = \cancel{R_1^2} - \cancel{R_1^2} + 2R_1 h_1 - \cancel{h_1^2} = 2R_1 h_1 \\ r_k^2 &= R_2^2 - (R_2 - h_2)^2 = \cancel{R_2^2} - \cancel{R_2^2} + 2R_2 h_2 - \cancel{h_2^2} = 2R_2 h_2 \end{aligned}\right\}$$

величины h_1^2 и h_2^2 величины второго порядка малости.

тогда

$$\left.\begin{aligned} h_1 &= \frac{r_k^2}{2R_1} \\ h_2 &= \frac{r_k^2}{2R_2} \end{aligned}\right\} \text{ учтя, что } h = h_1 + h_2 = \frac{r_k^2}{2}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \ ⊙$$

Приравняем ⊛ и ⊙: $\frac{k\lambda}{2n} = \frac{r_k^2}{2}\left(\frac{R_2 + R_1}{R_1 R_2}\right)$ откуда

$$r_k^2 = \frac{k\lambda}{n}\left(\frac{R_1 R_2}{R_2 + R_1}\right)$$ — связь r_k с параметрами в данной системе.

Если интерференционная картина наблюдается в системе ③ при тех же условиях 1), 2), 3), то

выражение для $r_k^2 = \frac{k\lambda}{n}\left(\frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}\right)$

Инт. Задача 7. Стеклянная симметричная двояковыпуклая линза с такой же (стеклянной и симметричной) двояковогнутой, причем получившаяся система имеет оптическую силу 0,2 диоптрии. Между линзами в центре имеется контакт, вокруг которого в отраженном свете наблюдается картина интерференции. Определить радиус пятого темного кольца, если длина волны света 600 нм, показатель преломления обеих линз одинаков и равен 1,5.

Дано:

$D = 0{,}2$ дп

$\lambda = 600$ нм

$n_{ст} = 1{,}5$

$n = 1$

$r_к = ?$

Небольшой экскурс в область геометрической оптики: по условию задачи линзы тонкие и разных радиусов кривизны. Если линзы симметричные, то радиусы образующих данную линзу поверхностей одинаковы.

У выпуклой линзы оба радиуса R_1, у вогнутой — R_2

По определению оптическая сила тонкой линзы:

$$D = (n_л - n_{ср})\left(\frac{1}{R'} - \frac{1}{R''}\right),$$ с учетом правила знаков и параметров линз:

$$\left.\begin{aligned} D_1 &= (n'-1)\frac{2}{R_1} \\ D_2 &= -(n'-1)\frac{2}{R_2} \end{aligned}\right\}$$ учтя, что $n = 1$

Оптическая сила системы тонких линз равна сумме их оптических сил, тогда

$$D = D_1 + D_2 = 2(n'-1)\frac{R_2 - R_1}{R_1 R_2}$$

Из решения предыдущего примера:

$$r_к^2 = \frac{k\lambda}{n}\left(\frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}\right) = k\lambda\left(\frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}\right),$$ учтя $n = 1$

Выразим из обоих равенств $\frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}$ и приравняем:

$$\frac{r_к^2}{k\lambda} = \frac{2(n'-1)}{D},$$ отсюда

$$r_к^2 = \frac{2k\lambda(n'-1)}{D} = \frac{2\cdot 5\cdot 6\cdot 10^{-7}\cdot 1}{2\cdot 2\cdot 10^{-1}} = 0{,}15\cdot 10^{-4}\ м^2$$

$$r_к = 0{,}38\cdot 10^{-2}\ (м) = 3{,}8\ мм.$$