

3. Трёхфазные цепи

Трёхфазные цепи являются основным видом электрических цепей, используемых при производстве, передаче и распределении электрической энергии. Они являются частным случаем симметричных многофазных цепей, под которыми понимают совокупность электрических цепей с источниками синусоидальных ЭДС, имеющими одинаковые амплитуды и частоты и смещёнными по фазе относительно друг друга на одинаковый угол. В технике используются также другие многофазные цепи. Шести и двенадцатифазные – в силовых выпрямительных установках, двухфазные – в автоматике, но наибольшее распространение имеют именно трёхфазные системы питания. Это связано с тем, что трёхфазная система является минимально возможной симметричной системой*, обеспечивающей:

- экономически эффективное производство, передачу и распределение электроэнергии;
- эффективное преобразование электрической энергии в механическую посредством машин с вращающимся магнитным полем;
- возможность использования потребителем двух различных напряжений питания без дополнительных преобразований.

3.1. Получение трёхфазной системы ЭДС

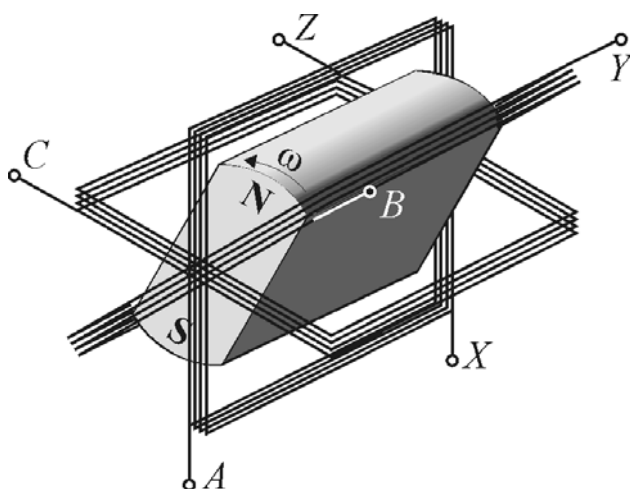


Рис. 3.1

Для создания трёхфазной электрической цепи требуются три источника ЭДС с одинаковыми амплитудами и частотами и смещёнными по фазе на 120° . Простейшим техническим устройством, обеспечивающим выполнение этих условий, является синхронный генератор, функциональная схема которого приведена на рис. 3.1. Ротор (вращающаяся часть) генератора представляет собой электромагнит или постоянный магнит. На статоре (неподвижной части) генератора

расположены три одинаковые обмотки, смещённые в пространстве друг относительно друга на 120° . При вращении ротора его магнитное поле меняет своё положение относительно обмоток и в них наводятся синусоидальные ЭДС. Частота и амплитуда ЭДС обмоток определяется частотой вращения ротора ω , которая в промышленных генераторах поддерживается строго постоянной. Равенство ЭДС обмоток обеспечивается идентичностью их конст-

* Двухфазные системы с фазовым смещением 90° не являются симметричными, т.к. в них сумма мгновенных значений фазных напряжений не равна нулю, а симметричная двухфазная система с фазовым смещением 180° не позволяет сформировать круговое вращающееся магнитное поле.

руктивных параметров, а фазовое смещение – смещением обмоток в пространстве.

Начала обмоток генератора обозначаются буквами латинского алфавита A, B, C , а их концы X, Y, Z . Последовательность, в которой фазные ЭДС проходят через одинаковые состояния, например, через нулевые значения, называется *порядком чередования фаз*. В электрических сетях этот порядок жёстко соблюдается, т.к. его нарушение может привести к серьёзным экономическим последствиям и к угрозе жизни и здоровью людей. В отечественной литературе принято обозначать ЭДС источников индексами, соответствующими обозначению начал обмоток, т.е. $A-B-C$.

Пусть начальная фаза ЭДС e_A равна нулю, тогда мгновенные значения ЭДС обмоток генератора равны:

$$e_A = E_m \sin \omega t; \quad e_B = E_m \sin(\omega t - 2\pi/3);$$

$$e_C = E_m \sin(\omega t - 4\pi/3) = E_m \sin(\omega t + 2\pi/3)$$

или в комплексной форме:

$$\underline{E}_A = Ee^{j0} = E(1 + j0); \quad \underline{E}_B = Ee^{-j2\pi/3} = E\left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right);$$

$$\underline{E}_C = Ee^{-j4\pi/3} = Ee^{j2\pi/3} = E\left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right).$$
(3.1)

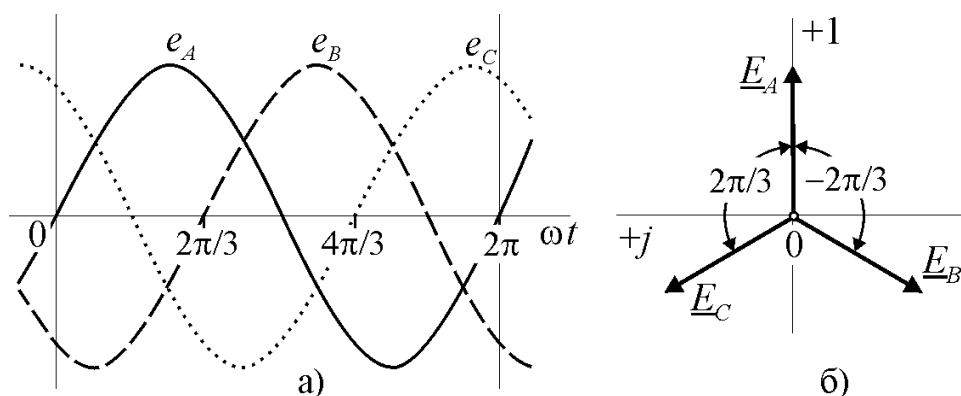


Рис. 3.2

На рис. 3.2 показаны графики мгновенных значений и векторная диаграмма ЭДС. Вектор \underline{E}_A направлен по вещественной оси**, вектор \underline{E}_B отстаёт от него по фазе на 120° , а вектор \underline{E}_C опережает \underline{E}_A на такой же угол.

Основным свойством симметрии многофазных систем является равенство нулю суммы мгновенных значений ЭДС, напряжений и токов, т.е.

$$e_A + e_B + e_C = 0 \Leftrightarrow \underline{E}_A + \underline{E}_B + \underline{E}_C = 0. \quad (3.2)$$

В этом можно удостовериться, сложив комплексные числа в выражениях (3.1). Обеспечение симметрии системы является необходимым условием её эффективной работы.

** Ось вещественных чисел в теории трёхфазных цепей принято направлять вверх.

Вопросы для самопроверки

1. Какими преимуществами обладают трёхфазные системы энерго-снабжения?
2. Как получают трёхфазную систему ЭДС?
3. Каким свойством обладают симметричные многофазные системы?
4. Что такое порядок чередования фаз?
5. Что такое симметричная система ЭДС (токов, напряжений)?

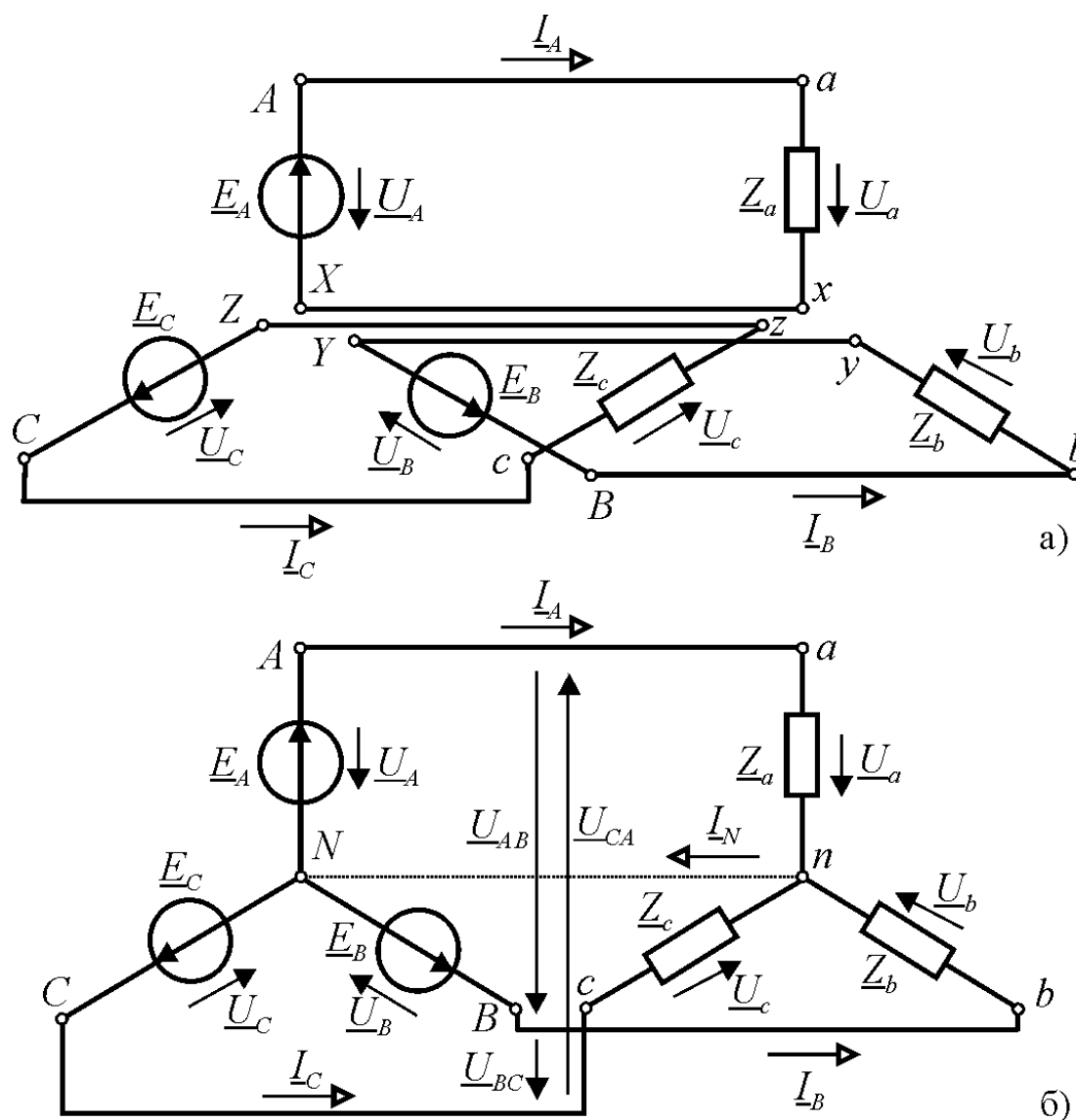
3.2. Связывание цепей трёхфазной системы

Рис. 3.3

Если к каждой обмотке трёхфазного генератора подключить нагрузку, то три отдельные электрические цепи (рис. 3.3, а^{***}) образуют *трёхфазную не-*

*** Обмотки генератора на схемах замещения показаны как источники ЭДС. Здесь и далее на рисунках положительные направления ЭДС, напряжений и токов показаны так, как они приняты в теории трёхфазных цепей.

связанную систему. Каждая электрическая цепь, включающая источник ЭДС и нагрузку, называется *фазой*^{****} трёхфазной цепи. Напряжения между началами и концами обмоток генератора и напряжения между началами (a, b, c) и концами (x, y, z) нагрузки называются *фазными напряжениями*. Если сопротивлением соединительных проводов можно пренебречь, то $\underline{U}_A = -\underline{E}_A = \underline{U}_a$, $\underline{U}_B = -\underline{E}_B = \underline{U}_b$, $\underline{U}_C = -\underline{E}_C = \underline{U}_c$. Токи $\underline{I}_A, \underline{I}_B, \underline{I}_C$, протекающие в фазах называются *фазными токами*.

В несвязанной трёхфазной системе источники электрической энергии и нагрузка соединены шестью проводами (рис. 3.3, а) и представляют собой три независимые электрические цепи. Очевидно, что такая система ничем не отличается от трёх однофазных цепей. Если же обмотки генератора и нагрузки фаз соединить между собой, то образуется связанная трёхфазная цепь. На рис. 3.3, б показана трёхфазная цепь, в которой фазы генератора и нагрузка соединены звездой. Узлы соединений обмоток генератора и фаз нагрузки называются *нейтральными (нулевыми) точками* или *нейтралями* (N, n на 3.3, б), а провод, соединяющий эти точки – *нейтральным (нулевым) проводом*.

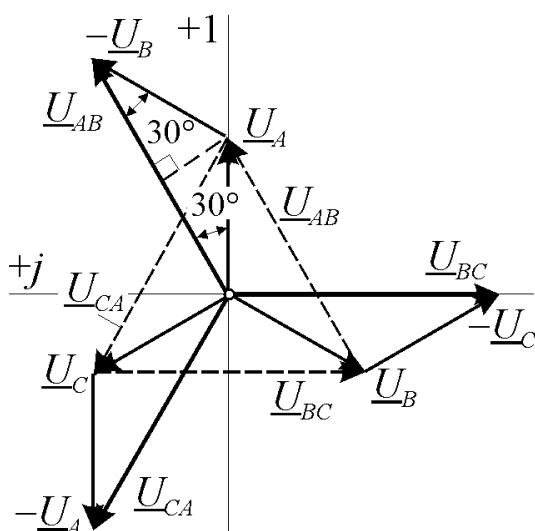


Рис. 3.4

Проводники, соединяющие генератор и нагрузку, называются *линейными проводами*, а напряжения между линейными проводами (U_{AB}, U_{BC}, U_{CA} на рис. 3.3, б) – *линейными напряжениями*.

В связанной системе генератор и нагрузка соединены только четырьмя проводами и такая система называется *четырёхпроводной*. В некоторых случаях, как мы увидим далее, число проводов может быть уменьшено до трёх. Уменьшение числа проводов существенно снижает стоимость и эксплуатационные расходы линий передачи и распределения электроэнергии.

Связать отдельные цепи можно также треугольником, но обмотки генераторов обычно соединяют звездой. В этом случае с помощью второго закона Кирхгофа можно установить соотношения между комплексными фазными и линейными напряжениями генератора (рис. 3.3, б):

$$\underline{U}_{AB} = \underline{U}_A - \underline{U}_B; \quad \underline{U}_{BC} = \underline{U}_B - \underline{U}_C; \quad \underline{U}_{CA} = \underline{U}_C - \underline{U}_A. \quad (3.3)$$

В симметричной трёхфазной системе фазные напряжения одинаковы

$$U_A = U_B = U_C = U_{\text{ф}}.$$

**** Это название совпадает с термином «фаза», как состояние или аргумент синусоидальной функции, поэтому различить их можно только по контексту.

Подставляя комплексные фазные напряжения в первое уравнение (3.3), получим:

$$\underline{U}_{AB} = U_{\phi} - U_{\phi} \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \frac{U_{\phi}}{2} (3 + j\sqrt{3})$$

$$\Downarrow$$

$$|\underline{U}_{AB}| = \frac{U_{\phi}}{2} \sqrt{3^2 + (\sqrt{3})^2} = U_{\phi} \sqrt{3}$$

Это соотношение можно получить также геометрическими построениями в треугольнике векторов \underline{U}_{AB} , \underline{U}_A , \underline{U}_B на рис. 3.4. Отсюда, с учётом равенства линейных напряжений:

$$U_{AB} = U_{BC} = U_{CA} = U_{\text{л}} = U_{\phi} \sqrt{3}. \quad (3.4)$$

1. Что понимают под фазой трёхфазной сети?
2. Дайте определения фазных, линейных и нейтральных (нулевых) проводов.
3. Дайте определения фазных и линейных токов и напряжений.
4. Сколько существует способов связи источников и нагрузки в трёхфазной сети?
5. Как соотносятся между собой фазные и линейные напряжения симметричного трёхфазного источника?

3.3. Расчёт цепи при соединении нагрузки звездой

В случае соединения нагрузки звездой фазные токи равны линейным, т.е. $\underline{I}_{\phi} = \underline{I}_{\text{л}}$.

3.3.1. Соединение нагрузки звездой с нейтральным проводом

При наличии в цепи нейтрального провода, т.е. в четырёхпроводной сети, фазные напряжения нагрузки и генератора равны $\underline{U}_A = \underline{U}_a$; $\underline{U}_B = \underline{U}_b$; $\underline{U}_C = \underline{U}_c$ и комплексные фазные токи можно определить по закону Ома

$$\underline{I}_a = \underline{U}_A / \underline{Z}_a; \quad \underline{I}_b = \underline{U}_B / \underline{Z}_b; \quad \underline{I}_c = \underline{U}_C / \underline{Z}_c. \quad (3.5)$$

Фазные токи объединяются в узлах N и n с током нейтрального провода и по закону Кирхгофа с учётом направлений токов можно составить уравнение:

$$\underline{I}_a + \underline{I}_b + \underline{I}_c = \underline{I}_N. \quad (3.6)$$

Нагрузка, у которой комплексные сопротивления фаз одинаковы $\underline{Z}_a = \underline{Z}_b = \underline{Z}_c = \underline{Z}_{\phi} = Z_{\phi} e^{j\varphi}$, называется *симметричной*. В случае симметрии нагрузки фазные токи образуют симметричную систему (рис. 3.5, а), вследствие чего ток в нейтральном проводе отсутствует $\underline{I}_N = 0$.

При несимметричной нагрузке ток нейтрального провода $\underline{I}_N \neq 0$ и может значительных величин. На рис. 3.5, б приведён пример векторной диаграммы

для случая активно-индуктивной нагрузки в фазах a и c и активно-ёмкостной в фазе b . Векторы токов в первых двух фазах смещены в сторону запаздывания по отношению к соответствующим напряжениям на углы φ_a и φ_c , а в фазе b – в сторону опережения на угол φ_b . Суммируя все три вектора, мы получим вектор тока нейтрального провода \underline{I}_N , с модулем, превосходящим модули фазных токов.

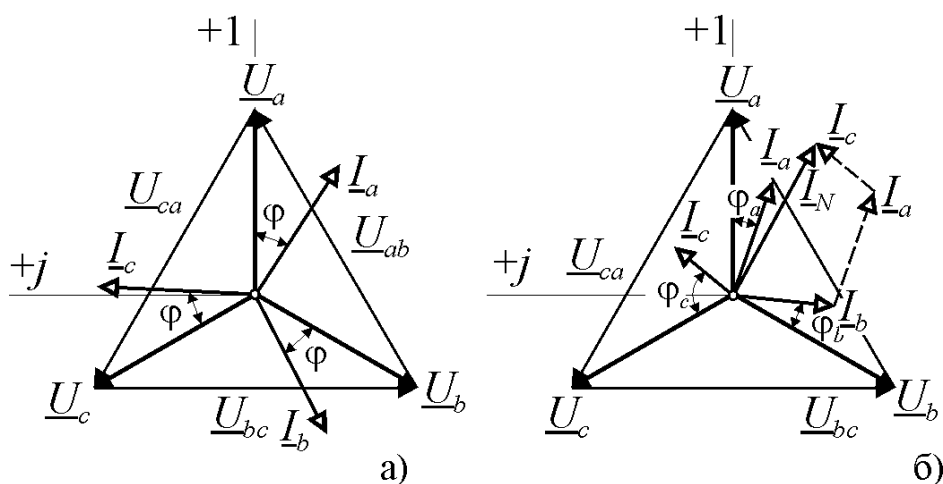


Рис. 3.5

Трёхфазные сети проектируют и эксплуатируют таким образом, чтобы нагрузка в них была по возможности симметричной. В этом случае ток нейтрального провода не-

значителен и его сечение можно существенно уменьшить по сравнению с сечением линейных проводов.

3.3.2. Соединение нагрузки звездой без нейтрального провода

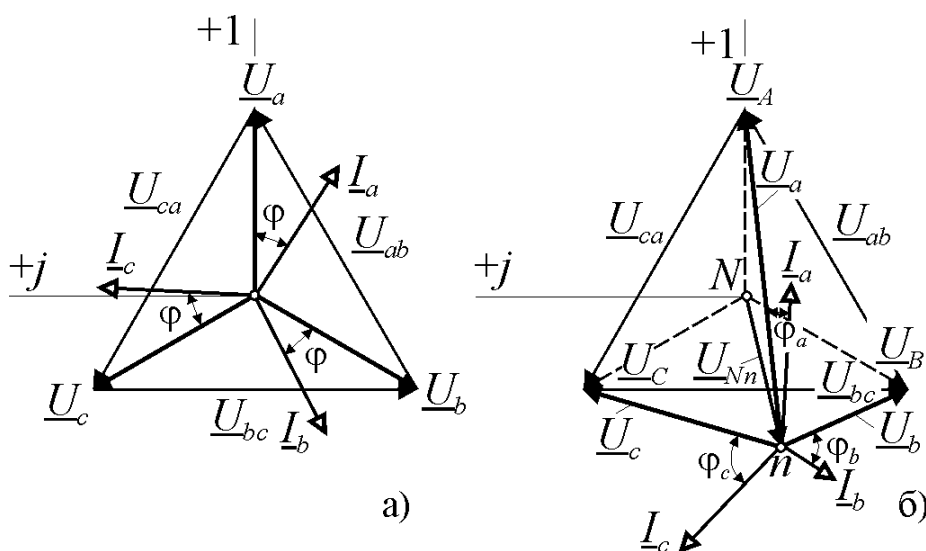


Рис. 3.6

Отсутствие тока в нейтральном проводе при симметричной нагрузке означает, что этот провод вообще можно исключить и тогда трёхфазная сеть становится *трёхпроводной*.

Если нагрузку сети мысленно охватить замкнутой поверхностью, то по первому закону Кирхгофа для линейных проводов трёхпроводной сети, входящих в эту поверхность, можно составить уравнение

$$i_A + i_B + i_C = 0 \Leftrightarrow \underline{I}_A + \underline{I}_B + \underline{I}_C = 0. \quad (3.7)$$

Расчёт токов в трёхпроводной сети при симметричной нагрузке ничем не отличается от расчёта в сети с нейтральным проводом

$$\underline{I}_a = \frac{\underline{U}_A}{\underline{Z}_\phi} = \frac{U_\phi e^{j0}}{Z_\phi e^{j\varphi}} = I_\phi e^{-j\varphi}.$$

Идентичны в этом случае и векторные диаграммы токов и напряжений (рис. 3.6, а).

Отсутствие симметрии нагрузки нарушает симметрию фазных токов и напряжений, в то время как фазные и линейные напряжения генератора остаются симметричными (рис. 3.6, б). В результате этого изменяется потенциал нейтральной точки n и между нейтральными генератора и нагрузки возникает разность потенциалов \underline{U}_{Nn} , называемая *смещением нейтрали*.

Эту разность потенциалов можно найти методом двух узлов

$$\underline{U}_{Nn} = \frac{\underline{U}_A \underline{Y}_a + \underline{U}_B \underline{Y}_b + \underline{U}_C \underline{Y}_c}{\underline{Y}_a + \underline{Y}_b + \underline{Y}_c}, \quad (3.8)$$

где $\underline{U}_A, \underline{U}_B, \underline{U}_C$ – комплексные фазные напряжения генератора, а $\underline{Y}_a, \underline{Y}_b, \underline{Y}_c$ – комплексные проводимости фаз нагрузки.

Отсюда можно найти фазные напряжения нагрузки

$$\underline{U}_a = \underline{U}_A - \underline{U}_{Nn}; \quad \underline{U}_b = \underline{U}_B - \underline{U}_{Nn}; \quad \underline{U}_c = \underline{U}_C - \underline{U}_{Nn}, \quad (3.9)$$

а затем по закону Ома фазные токи

$$\underline{I}_a = \underline{Y}_a \underline{U}_a; \quad \underline{I}_b = \underline{Y}_b \underline{U}_b; \quad \underline{I}_c = \underline{Y}_c \underline{U}_c. \quad (3.10)$$

На рис. 3.6, б приведён пример векторной диаграммы токов и напряжений в трёхфазной сети с активно-индуктивной нагрузкой фаз a и b и активно-ёмкостной фазы c . Вследствие асимметрии нейтральная точка нагрузки n сместилась относительно нейтральной точки генератора N . Однако линейные напряжения нагрузки, определяемые ЭДС генератора, остались неизменными $\underline{U}_{ab} = \underline{U}_{AB}, \underline{U}_{bc} = \underline{U}_{BC}, \underline{U}_{ca} = \underline{U}_{CA}$. Поэтому векторы фазных напряжений нагрузки $\underline{U}_a, \underline{U}_b, \underline{U}_c$ приходят в те же точки, что и векторы фазных напряжений генератора $\underline{U}_A, \underline{U}_B, \underline{U}_C$ *. Относительно векторов $\underline{U}_a, \underline{U}_b, \underline{U}_c$ строятся векторы токов $\underline{I}_a, \underline{I}_b, \underline{I}_c$ с учётом характера нагрузки в фазах.

Как следует из выражений (3.8)-(3.10), изменение нагрузки в любой фазе вызывает смещение нейтрали и изменение напряжений и токов в других фазах. Поэтому соединение звездой в трёхпроводной системе питания можно использовать только для симметричной нагрузки, например, для трёхфазных двигателей.

Вопросы для самопроверки

1. При каком условии наличие или отсутствие нулевого провода не влияет на режим работы нагрузки?

* На рисунке показаны штриховыми линиями

2. Почему нейтральный провод линий электропередачи имеет меньшее сечение, чем линейные провода?
3. В каком случае можно использовать трёхпроводную сеть вместо четырёхпроводной?
4. Что такое смещение нейтрали?
5. Как определяется величина смещения нейтрали?
6. Как рассчитываются фазные напряжения при наличии смещения нейтрали?
7. Почему в трёхпроводной системе изменение нагрузки одной фазы влияет на режим работы двух других?

3.4. Расчёт цепи при соединении нагрузки треугольником

В случае соединения нагрузки треугольником сопротивления фаз подключаются к линейным проводам (рис. 3.7, а). Фазные напряжения при этом оказываются равными линейным напряжениям генератора:

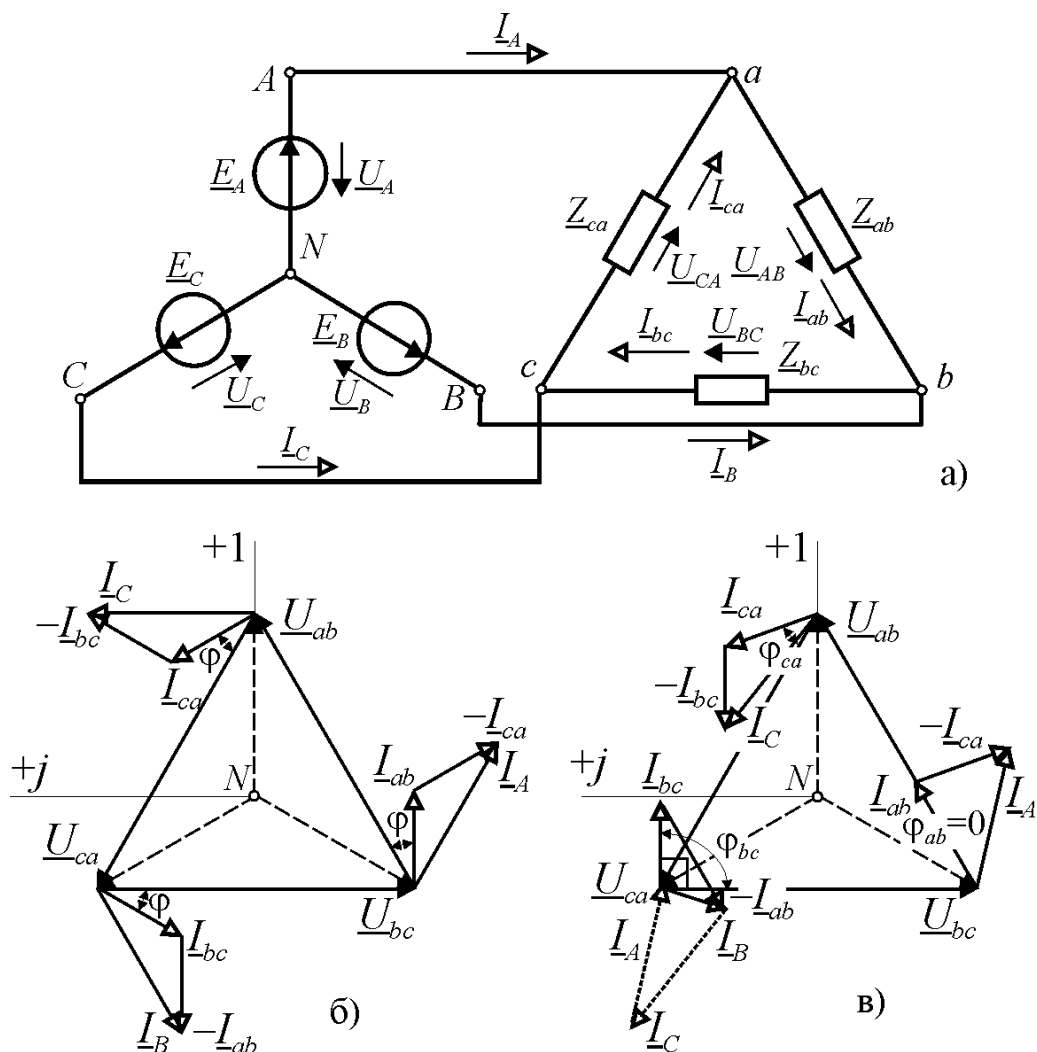


Рис. 3.7

$$\underline{U}_{ab} = \underline{U}_{AB}; \quad \underline{U}_{bc} = \underline{U}_{BC}; \quad \underline{U}_{ca} = \underline{U}_{CA}.$$

Фазные токи рассчитываются по закону Ома:

$$\underline{I}_{ab} = \underline{U}_{AB} / \underline{Z}_{ab}; \quad \underline{I}_{bc} = \underline{U}_{BC} / \underline{Z}_{bc}; \quad \underline{I}_{ca} = \underline{U}_{CA} / \underline{Z}_{ca}. \quad (3.11)$$

Линейные токи определяются через фазные по закону Кирхгофа для узлов a, b, c :

$$\underline{I}_A = \underline{I}_{ab} - \underline{I}_{ca}; \quad \underline{I}_B = \underline{I}_{bc} - \underline{I}_{ab}; \quad \underline{I}_C = \underline{I}_{ca} - \underline{I}_{bc} \quad (3.12)$$

При симметричной нагрузке $\underline{Z}_{ab} = \underline{Z}_{bc} = \underline{Z}_{ca} = \underline{Z}_\phi = Z_\phi e^{j\phi}$ фазные токи смещены относительно фазных напряжений на одинаковый угол ϕ (рис. 3.7, б). Подставим в первое уравнение (3.11) фазные токи из (3.10)

$$\underline{I}_A = (\underline{U}_{AB} - \underline{U}_{CA}) / \underline{Z}_\phi.$$

Тогда, с учётом того, что $\underline{U}_{AB} = U_\phi e^{j30^\circ} = U_\phi \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + j \frac{1}{2} \right)$; $\underline{U}_{CA} = U_\phi e^{j150^\circ} = U_\phi \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + j \frac{1}{2} \right)$ получим:

$$I_A = I_\phi = U_\phi \sqrt{3} / Z_\phi = I_\phi \sqrt{3}, \quad (3.13)$$

т.е. при симметричной нагрузке соединённой треугольником линейные токи в трёхфазной цепи в $\sqrt{3}$ раз больше фазных.

В случае несимметричной нагрузки уравнения (3.11)-(3.12) остаются в силе, но расчёты по ним нужно вести для конкретных параметров.

В общем виде амплитудные и фазовые соотношения можно проследить на векторных диаграммах рис. 3.7. При симметричной активно-индуктивной нагрузке (рис. 3.7, б) векторы фазных токов $\underline{I}_{ab}, \underline{I}_{bc}, \underline{I}_{ca}$ смещены относительно векторов фазных напряжений $\underline{U}_{ab}, \underline{U}_{bc}, \underline{U}_{ca}$ на угол ϕ . Векторы линейных токов $\underline{I}_A, \underline{I}_B, \underline{I}_C$ строятся в соответствии с выражениями (3.12) и образуют симметричную систему.

Пример векторных диаграмм для активной, активно-индуктивной и ёмкостной нагрузки фаз ab, bc и ca приведён на рис. 3.7, в. В соответствии с характером нагрузки построены векторы фазных токов $\underline{I}_{ab}, \underline{I}_{bc}, \underline{I}_{ca}$ по отношению к векторам фазных напряжений $\underline{U}_{ab}, \underline{U}_{bc}, \underline{U}_{ca}$. После чего построены векторы линейных токов $\underline{I}_A, \underline{I}_B, \underline{I}_C$ в соответствии с выражениями (3.12). В точке c штриховыми линиями показан треугольник линейных токов, иллюстрирующий выполнение условия (3.7) в трёхпроводной сети.

Так как в случае соединения треугольником напряжения на фазах нагрузки равны линейным напряжениям генератора и не зависят от напряжений других фаз, то изменение режима работы любой фазы не оказывает влияния на другие.

Вопросы для самопроверки

1. Как определяются линейные токи?
2. Как соотносятся между собой фазные и линейные токи при симметричной нагрузке?

3. При каком условии сумма мгновенных значений линейных токов будет равна нулю?
4. Почему при соединении нагрузки треугольником в трёхпроводной сети отсутствует взаимное влияние фазной нагрузки?

3.5. Мощность трёхфазной цепи

3.5.1. Мощность при несимметричной нагрузке

Каждая фаза нагрузки представляет собой отдельный элемент электрической цепи, в котором происходит преобразование энергии или её обмен с источником питания. Поэтому активная и реактивная мощности трёхфазной цепи равны суммам мощностей отдельных фаз:

$$P = P_a + P_b + P_c; \quad Q = Q_a + Q_b + Q_c \quad \text{— для соединения звездой;}$$

$$P = P_{ab} + P_{bc} + P_{ca}; \quad Q = Q_{ab} + Q_{bc} + Q_{ca} \quad \text{— для соединения треугольником.}$$

Активная и реактивная мощности каждой фазы определяются так же, как в однофазной цепи:

$$P_\phi = U_\phi I_\phi \cos \varphi_\phi = R_\phi I_\phi^2; \quad Q_\phi = U_\phi I_\phi \sin \varphi_\phi = X_\phi I_\phi^2. \quad (3.14)$$

Полная мощность трёхфазной цепи равна:

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2},$$

причём $S \neq S_a + S_b + S_c$; $S \neq S_{ab} + S_{bc} + S_{ca}$.

Полную мощность можно представить также в комплексной форме. Например, для соединения нагрузки звездой:

$$\begin{aligned} \underline{S} &= P + jQ = (P_a + P_b + P_c) + j(Q_a + Q_b + Q_c) = \\ &= \underline{S}_a + \underline{S}_b + \underline{S}_c = \underline{U}_a^* \underline{I}_a + \underline{U}_b^* \underline{I}_b + \underline{U}_c^* \underline{I}_c \end{aligned}$$

3.5.2. Мощность при симметричной нагрузке

При симметричной нагрузке мощности всех фаз одинаковы, поэтому её можно определить, умножив на три выражения (3.14):

$$\begin{aligned} P &= 3P_\phi = 3U_\phi I_\phi \cos \varphi_\phi = 3R_\phi I_\phi^2; \\ Q &= 3Q_\phi = 3U_\phi I_\phi \sin \varphi_\phi = 3X_\phi I_\phi^2; \\ S &= 3S_\phi = 3U_\phi I_\phi. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Фазные токи и напряжения в (3.15) можно выразить через линейные с учётом того, что при симметричной нагрузке и соединении её звездой $U_\phi = U_\perp / \sqrt{3}$; $I_\phi = I_\perp$, а при соединении треугольником — $U_\phi = U_\perp$; $I_\phi = I_\perp / \sqrt{3}$. Подставляя эти соотношения в (3.15), мы получим для обеих схем соединения одинаковые выражения для мощности:

$$\begin{aligned} P &= \sqrt{3} U_\perp I_\perp \cos \varphi_\phi; \quad Q = \sqrt{3} U_\perp I_\perp \sin \varphi_\phi; \\ S &= \sqrt{3} U_\perp I_\perp. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Вопросы для самопроверки

1. Как определяется мощность трёхфазной сети при несимметричной нагрузке?
2. Какое условие выполняется для активной и реактивной мощности трёхфазной сети и не выполняется для полной?
3. Какими величинами нужно воспользоваться для вычисления мощности, чтобы выражения не зависели от схемы соединения симметричной нагрузки?