САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ

Кафедра информатики и прикладной математики

Лабораторная работа №3
«Нахождение минимального остова графа»

Выполнил:
студент II курса группы 2125
Припадчев Артём

Проверил:
Зинчик А.А.

Санкт-Петербург
2014

Задание: требуется найти минимальный остов графа, то есть минимальное по весу поддерево графа G, содержащее все его вершины. Использовать алгоритмы Борувки и Прима.
Провести эксперимент на основе следующих данных: $n=10^4+1$, $m=0,\ldots,10^7$ с шагом 10^5, $q=1$, $r=10^6$. Нарисовать полученные графики времени выполнения от количества ребер.

Описание алгоритма

Алгоритм Прима

Построение начинается с дерева, включающего в себя одну (произвольную) вершину. В течение работы алгоритма дерево разрастается, пока не охватит все вершины исходного графа. На каждом шаге алгоритма к текущему дереву присоединяется самое лёгкое из рёбер, соединяющих вершину из построенного дерева и вершину не из дерева.

Время работы $O(V^2)$

Алгоритм Борувки

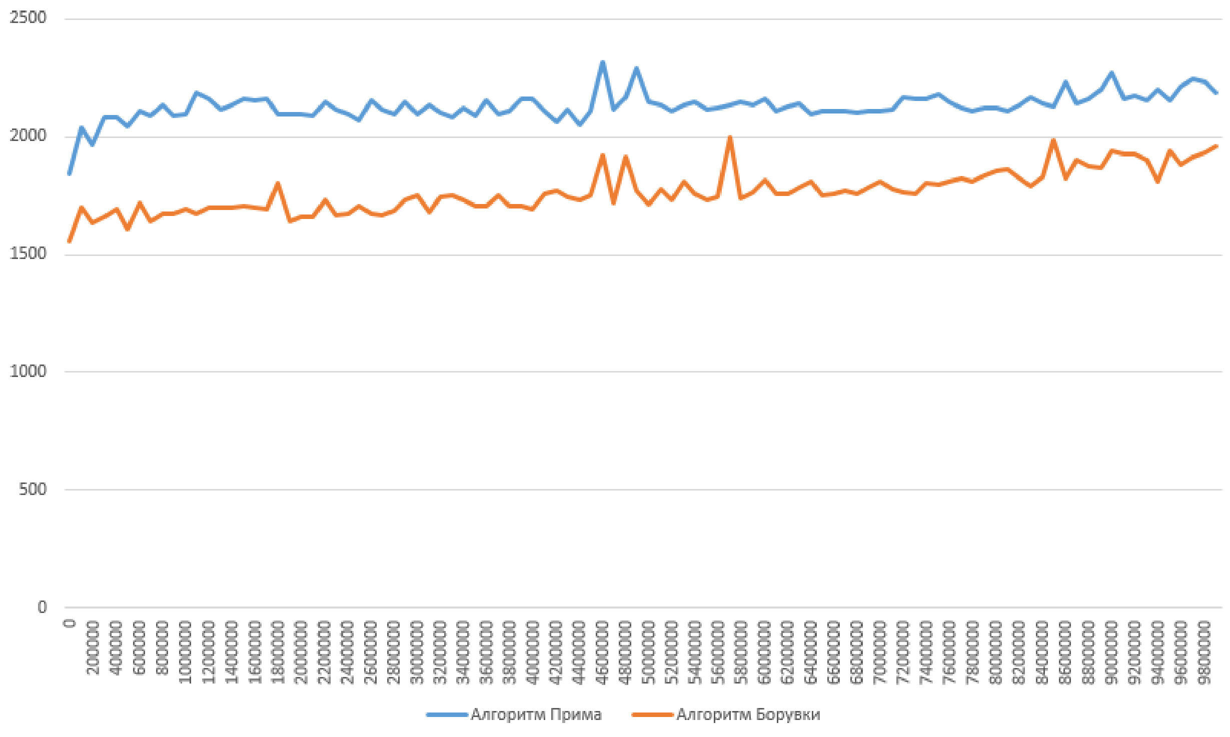
Работа алгоритма состоит из нескольких итераций, каждая из которых состоит в последовательном добавлении рёбер к остовному лесу графа, до тех пор, пока лес не превратится в дерево, то есть, лес, состоящий из одной компоненты связности.

В псевдокоде, алгоритм можно описать так:

1. Изначально, пусть T — пустое множество ребер (представляющее собой остовный лес, в который каждая вершина входит в качестве отдельного дерева).
2. Пока T не является деревом (что эквивалентно условию: пока число рёбер в T меньше, чем $V-1$, где V — число вершин в графе):
   - Для каждой компоненты связности (то есть, дерева в остовном лесе) в подграфе с рёбрами T, найдём самое дешёвое ребро, связывающее эту компоненту с некоторой *другой* компонентой связности. (Предполагается, что веса рёбер различны, или как-то дополнительно упорядочены так, чтобы всегда можно было найти единственное ребро с минимальным весом).
   - Добавим все найденные рёбра в множество T.
3. Полученное множество рёбер T является минимальным остовным деревом входного графа.

Общее время работы алгоритмы составляет $O(E\log V)$

Результат работы



Вывод: экспериментальные данные тестирования алгоритмов Борувки и Прима подтвердили теоретические. Алгоритм Борувки действительно работает быстрее алгоритма Прима.