

Домашняя работа по Моделированию № 1
На тему:
“Исследование однородных СМО”

Выполнил студент
Группы 3121
Шестель В. Р.

Вариант 17 / 18

1. Постановка задачи и исходные данные

В ходе данной работы требуется изучить метод Марковских случайных процессов и его применение для исследования систем массового обслуживания с однородным потоком заявок. Основными этапами исследования являются разработка моделей исследуемых систем, проведение расчетов по разработанным моделям и обработка результатов. В итоге следует сделать выбор наилучшего варианта организации системы из двух вариантов в соответствии с заданным критерием эффективности.

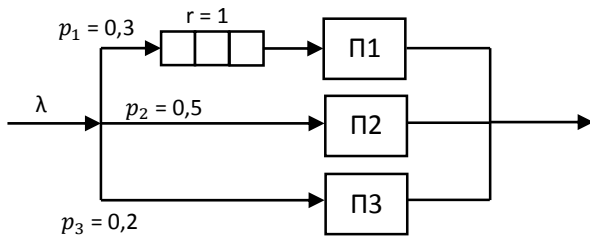
Параметры структурной и функциональной организации систем

Вариант	СИСТЕМА_1		СИСТЕМА_2		Критерий эффективности
	П	ЕН	П	ЕН	
17	3	1/0/0	2	2/1	(б)

Параметры нагрузки

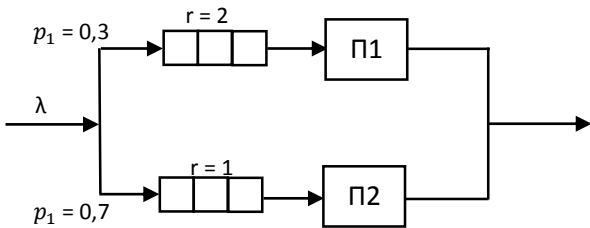
Вариант	Интенсивность потока	Ср. длит. Обслуж.	Вероятности занятия прибора		
	λ (1/с)	В (с)	П1	П2	П3
18	0,8	4	0,3	0,5	0,2

2. Описание исследуемых систем



СИСТЕМА_1

- ® Многоканальная СеМО: 3 обслуживающих прибора;
- ® Поток поступления заявок однородный;
- ® Емкость накопителя первого прибора равна 1, у остальных приборов накопители отсутствуют;



СИСТЕМА_2

- ® Многоканальная СеМО: 3 обслуживающих прибора;
- ® Поток поступления заявок однородный;
- ® Емкость накопителя первого прибора равна 2, у второго равна 1;

3. Способ кодирования и перечень состояний

СИСТЕМА_1

Код	П1/П2/П3	Код	П1/П2/П3
E_0	0/0/0	E_6	1/1/0
E_1	0/0/1	E_7	1/1/1
E_2	0/1/0	E_8	2/0/0
E_3	0/1/1	E_9	2/0/1
E_4	1/0/0	E_{10}	2/1/0
E_5	1/0/1	E_{11}	2/1/1

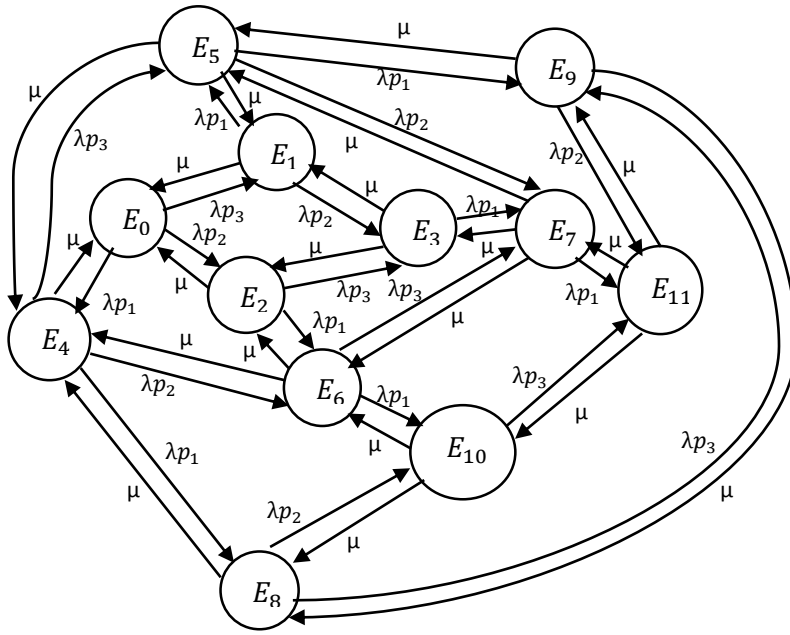
СИСТЕМА_2

Код	П1/П2	Код	П1/П2
E_0	0/0	E_6	2/0
E_1	0/1	E_7	2/1
E_2	0/2	E_8	2/2
E_3	1/0	E_9	3/0
E_4	1/1	E_{10}	3/1
E_5	1/2	E_{11}	3/2

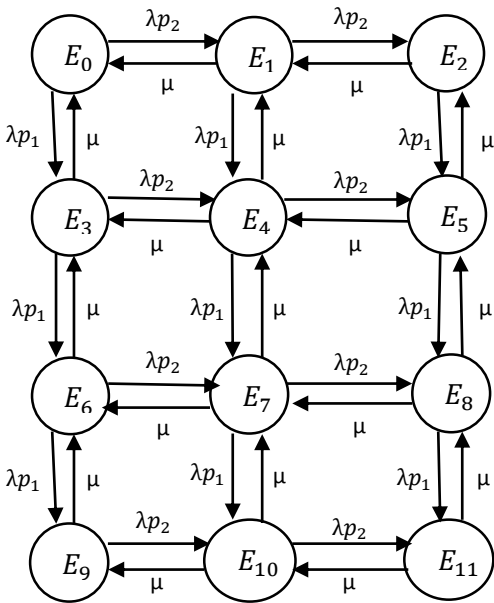
4. Результаты работы

Размеченный граф переходов

СИСТЕМА_1



СИСТЕМА_2



Матрицы интенсивностей переходов

СИСТЕМА_1

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	S_0	λp_3	λp_2	0	λp_1	0	0	0	0	0	0	0
1	μ	S_1	0	λp_2	0	λp_1	0	0	0	0	0	0
2	μ	0	S_2	λp_3	0	0	λp_1	0	0	0	0	0
3	0	μ	μ	S_3	0	0	0	λp_1	0	0	0	0
4	μ	0	0	0	S_4	λp_3	λp_2	0	λp_1	0	0	0
5	0	μ	0	0	μ	S_5	0	λp_2	0	λp_1	0	0
6	0	0	μ	0	μ	0	S_6	λp_3	0	0	λp_1	0
7	0	0	0	μ	0	μ	μ	S_7	0	0	0	λp_1
8	0	0	0	0	μ	0	0	0	S_8	λp_3	λp_2	0
9	0	0	0	0	0	μ	0	0	μ	S_9	0	λp_2
10	0	0	0	0	0	0	μ	0	μ	0	S_{10}	λp_3
11	0	0	0	0	0	0	0	μ	0	μ	μ	S_{11}

$$\begin{aligned}
S_0 &= -\lambda(p_3 + p_2 + p_1) = -\lambda; & S_1 &= -(\mu + \lambda(p_2 + p_1)); & S_2 &= -(\mu + \lambda(p_3 + p_1)); \\
S_3 &= -(2\mu + \lambda p_1); & S_4 &= -(\mu + \lambda); & S_5 &= -(2\mu + \lambda(p_2 + p_1)); \\
S_6 &= -(2\mu + \lambda(p_3 + p_1)); & S_7 &= -(3\mu + \lambda p_1); & S_8 &= -(\mu + \lambda(p_3 + p_2)); \\
S_9 &= -(2\mu + \lambda p_2); & S_{10} &= -(2\mu + \lambda p_3); & S_{11} &= -3\mu;
\end{aligned}$$

СИСТЕМА_2

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	S_0	λp_2	0	λp_1	0	0	0	0	0	0	0	0
1	μ	S_1	λp_2	0	λp_1	0	0	0	0	0	0	0
2	0	μ	S_2	0	0	λp_1	0	0	0	0	0	0
3	μ	0	0	S_3	λp_2	0	λp_1	0	0	0	0	0
4	0	μ	0	μ	S_4	λp_2	0	λp_1	0	0	0	0
5	0	0	μ	0	μ	S_5	0	0	λp_1	0	0	0
6	0	0	0	μ	0	0	S_6	λp_2	0	λp_1	0	0
7	0	0	0	0	μ	0	μ	S_7	λp_2	0	λp_1	0
8	0	0	0	0	0	μ	0	μ	S_8	0	0	λp_1
9	0	0	0	0	0	0	μ	0	0	S_9	λp_2	0
10	0	0	0	0	0	0	0	μ	0	μ	S_{10}	λp_2
11	0	0	0	0	0	0	0	0	μ	0	μ	S_{11}

$$\begin{aligned}
S_0 &= -\lambda; & S_1 &= -(\mu + \lambda); & S_2 &= -(\mu + \lambda p_1); & S_3 &= -(\mu + \lambda); \\
S_4 &= -(2\mu + \lambda); & S_5 &= -(2\mu + \lambda p_1); & S_6 &= -(\mu + \lambda); & S_7 &= -(2\mu + \lambda); \\
S_8 &= -(2\mu + \lambda p_1); & S_9 &= -(\mu + \lambda p_2); & S_{10} &= -(2\mu + \lambda p_2); & S_{11} &= -2\mu;
\end{aligned}$$

Стационарные вероятности состояний

Номер состояния	СИСТЕМА_1		СИСТЕМА_2	
	Обозначение	Вероятность	Обозначение	Вероятность
0	P_0	0.0814	P_0	0.0322
1	P_1	0.0522	P_1	0.072
2	P_2	0.1302	P_2	0.1613
3	P_3	0.0833	P_3	0.0309
4	P_4	0.0781	P_4	0.0691
5	P_5	0.0500	P_5	0.1549
6	P_6	0.1250	P_6	0.0296
7	P_7	0.0800	P_7	0.0664
8	P_8	0.0750	P_8	0.1487
9	P_9	0.0480	P_9	0.0284
10	P_{10}	0.1200	P_{10}	0.0637
11	P_{11}	0.0768	P_{11}	0.1427

Характеристики СИСТЕМЫ_1

Характеристика	Прибор	Расчетная формула	Результат
Нагрузка	П1	$y_1 = \lambda * b * p_1$	0.96
	П2	$y_2 = \lambda * b * p_2$	1.6
	П3	$y_3 = \lambda * b * p_3$	0.64
	Сумма	$y = y_1 + y_2 + y_3$	3.2
Загрузка	П1	$\rho_1 = P_4 + P_5 + P_6 + P_7 + P_8 + P_9 + P_{10} + P_{11}$	0.6529
	П2	$\rho_2 = P_2 + P_3 + P_6 + P_7 + P_{10} + P_{11}$	0.6153
	П3	$\rho_3 = P_1 + P_3 + P_5 + P_7 + P_9 + P_{11}$	0.3903
	Сумма	$\rho = (\rho_3 + \rho_2 + \rho_1)/3$	0.5528
Длина очереди	П1	$l_1 = P_8 + P_9 + P_{10} + P_{11}$	0.3198
	П2	$l_2 = 0$	0
	П3	$l_3 = 0$	0
	Сумма	$l = l_1 + l_2 + l_3$	0.3198
Число заявок	П1	$m_1 = P_4 + P_5 + P_6 + P_7 + 2P_8 + 2P_9 + 2P_{10} + 2P_{11}$	1.8367
	П2	$m_2 = P_2 + P_3 + P_6 + P_7 + P_{10} + P_{11}$	0.6153
	П3	$m_3 = P_1 + P_3 + P_5 + P_7 + P_9 + P_{11}$	0.3903
	Сумма	$m = m_1 + m_2 + m_3$	2.8423
Вероятность потери	П1	$\pi_1 = P_8 + P_9 + P_{10} + P_{11}$	0.3198
	П2	$\pi_2 = P_2 + P_3 + P_6 + P_7 + P_{10} + P_{11}$	0.6153
	П3	$\pi_3 = P_1 + P_3 + P_5 + P_7 + P_9 + P_{11}$	0.3903
	Сумма	$\pi = \pi_1 * p_1 + \pi_2 * p_2 + \pi_3 * p_3$	0.48165
Производительность	П1	$\lambda'_1 = \lambda * p_1 * (1 - \pi_1)$	0.163248
	П2	$\lambda'_2 = \lambda * p_2 * (1 - \pi_2)$	0.15388
	П3	$\lambda'_3 = \lambda * p_3 * (1 - \pi_3)$	0.097552
	Сумма	$\lambda' = \lambda'_1 + \lambda'_2 + \lambda'_3$	0.41468
Время ожидания	П1	$\omega_1 = l_1 / \lambda'_1$	1.95898
	П2	$\omega_2 = l_2 / \lambda'_2$	0
	П3	$\omega_3 = l_3 / \lambda'_3$	0
	Сумма	$\omega = \frac{\lambda'_1}{\lambda'} * \omega_1 + \frac{\lambda'_2}{\lambda'} * \omega_2 + \frac{\lambda'_3}{\lambda'} * \omega_3$	0.7712
Время пребывания	П1	$u_1 = m_1 / \lambda'_1$	11.251
	П2	$u_2 = m_2 / \lambda'_2$	3.9986
	П3	$u_3 = m_3 / \lambda'_3$	4.0009
	Сумма	$u = m / \lambda'$	6.8542

Характеристики СИСТЕМЫ_2

Характеристика	Прибор	Расчетная формула	Результат
Нагрузка	П1	$y_1 = \lambda * b * p_1$	0.96
	П2	$y_2 = \lambda * b * p_2$	2.24
	Сумма	$y = y_1 + y_2$	3.2
Загрузка	П1	$\rho_1 = P_3 + P_4 + P_5 + P_6 + P_7 + P_8 + P_9 + P_{10} + P_{11}$	0.7344
	П2	$\rho_2 = P_1 + P_2 + P_4 + P_5 + P_7 + P_8 + P_{10} + P_{11}$	0.8789
	Сумма	$\rho = \rho_1 + \rho_2$	0.8067
Длина очереди	П1	$l_1 = P_6 + P_7 + P_8 + 2P_9 + 2P_{10} + 2P_{11}$	0.7144
	П2	$l_2 = P_2 + P_5 + P_8 + P_{11}$	0.6077
	Сумма	$l = l_1 + l_2$	1.3221
Число заявок	П1	$m_1 = P_3 + P_4 + P_5 + 2P_6 + 2P_7 + 2P_8 + 3P_9 + 3P_{10} + 3P_{11}$	1.4489
	П2	$m_2 = P_1 + 2P_2 + P_4 + 2P_5 + P_7 + 2P_8 + P_{10} + 2P_{11}$	1.4866
	Сумма	$m = m_1 + m_2$	2.9355
Вероятность потери	П1	$\pi_1 = P_9 + P_{10} + P_{11}$	0.2348
	П2	$\pi_2 = P_2 + P_5 + P_8 + P_{11}$	0.6077
	Сумма	$\pi = \pi_1 * p_1 + \pi_2 * p_2$	0.49583

Производительность	П1	$\lambda'_1 = \lambda * p_1 * (1 - \pi_1)$	0.183648
	П2	$\lambda'_2 = \lambda * p_2 * (1 - \pi_2)$	0.219688
	Сумма	$\lambda' = \lambda'_1 + \lambda'_2$	0.403336
Время ожидания	П1	$\omega_1 = l_1 / \lambda'_1$	3.8901
	П2	$\omega_2 = l_2 / \lambda'_2$	2.7662
	Сумма	$\omega = \frac{\lambda'_1}{\lambda'} * \omega_1 + \frac{\lambda'_2}{\lambda'} * \omega_2$	3.2779
Время пребывания	П1	$u_1 = m_1 / \lambda'_1$	7.8895
	П2	$u_2 = m_2 / \lambda'_2$	6.7669
	Сумма	$u = m / \lambda'$	7.2781

Сравнительный анализ исследуемых систем

В ходе исследования моделей построенных систем можно сделать вывод, что оптимальной системой для заданного критерия является СИСТЕМА_1. Несмотря на то, что в СИСТЕМЕ_2 для каждого из 2 приборов есть накопитель, искомое распределение вероятностей и большее количество приборов в СИСТЕМЕ_1 дают незначительный прирост к вероятности потери заявки.

Вывод

Вероятность потери заявки СИСТЕМОЙ_2 в 0.03 раза больше, чем СИСТЕМОЙ_1, следовательно, СИСТЕМА_1 является оптимальной для заданного критерия эффективности.