Университет ИТМО

Реферат

РАСЧЕТ НАДЕЖНОСТИ СИСТЕМЫ С ПОСТОЯННЫМ РЕЗЕРВИРОВАНИЕМ

Выполнил:
студент III курса
группы 3125
Припадчев Артём

Санкт-Петербург, 2014

Теоретические сведения

При постоянном резервировании резервные элементы 1,2, … соединены параллельно с основным (рабочим) элементом в течение всего периода работы системы. Все элементы соединены постоянно, перестройка схемы при отказах не происходит, отказавший элемент не отключается.

Вероятность отказа системы $q_c(t)$ определяется формулой

$$q_c(t) = \prod_{j=0}^{m} q_j(t),$$

где $q_j(t)$ - вероятность отказа j-го элемента.

Вероятность безотказной работы системы

$$P_c(t) = 1 - \prod_{j=0}^{m} \left[1 - P_j(t)\right],$$

где $P_j(t)$ - вероятность безотказной работы j-го элемента.

Если $P_j(t) = P(t)$, $j = 0, 1, \ldots, m$, то

$$\left.\begin{aligned} q_c(t) &= q^{m+1}(t); \\ P_c(t) &= 1 - \left[1 - P(t)\right]^{m+1}. \end{aligned}\right\}$$

При экспоненциальном законе надежности отдельных элементов имеем

$$\left.\begin{aligned} P_j(t) &= P(t) = e^{-\lambda t}; \\ q_c(t) &= (1 - e^{-\lambda t})^{m+1}; \\ P_c(t) &= 1 - \left(1 - e^{-\lambda t}\right)^{m+1}; \\ m_{tc} &= \frac{1}{\lambda} \sum_{i=0}^{m} \frac{1}{1+i}. \end{aligned}\right\}$$

Резервирование называется общим, если резервируется вся система, состоящая из последовательного соединения n элементов. Основная цепь содержит n элементов. Число резервных цепей равно m, т. е. кратность резервирования равна m.

Определим количественные характеристики надежности системы с общим резервированием (резервные цепи включены постоянно).

Запишем вероятность безотказной работы j - ой цепи

$$P_j(t) = \prod_{i=1}^{n} P_{ij}(t);\ j = 0,1,\ldots,m,$$

где $P_{ij}(t)$, j=0,1,2,...m; i=1,2,3,...,n - вероятность безотказной работы элемента $Э_{ij}$.

Вероятность отказа j-ой цепи

$$q_j(t) = 1 - \prod_{i=1}^{n} P_{ij}(t)$$

Вероятность отказа системы с общим резервированием

$$q_c(t) = \prod_{j=0}^{m} \left[1 - \prod_{i=1}^{n} P_{ij}(t) \right]$$

Вероятность безотказной работы системы с общим резервированием

$$P_c(t) = 1 - \prod_{j=0}^{m} \left[1 - \prod_{i=1}^{n} P_{ij}(t) \right]$$

Частный случай: основная и резервные цепи имеют одинаковую надежность, т.е. $P_{ij}(t)=P_i(t)$. Тогда

$$p_c(t) = 1 - \left[1 - \prod_{i=1}^{n} p_i(t) \right]^{m+1}.$$

$$q_c(t) = \left[1 - \prod_{i=1}^{n} P_i(t) \right]^{m+1};$$

Рассмотрим экспоненциальный закон надежности, т. е.

$$P_i(t)=e^{-\lambda i\, t}$$

В этом случае формулы выше примут вид

$$P_c(t)=1-(1-e^{-0t})^{m+1}$$

$$q_c(t)=(1-e^{-0t})^{m+1}$$

$$\lambda_0 = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i$$

где λ_0 - интенсивность отказов цепи, состоящей из n элементов.

Частота отказов системы с общим резервированием

$$f_c(t) = -\frac{dp_c(t)}{dt} = \lambda_0 \cdot (m+1) e^{-\lambda_0 t} \cdot \left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^{m}$$

Интенсивность отказов системы с общим резервированием

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{p_c(t)} = \frac{\lambda_0 (m+1) e^{-\lambda_0 t} \cdot \left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^{m}}{1 - \left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^{m+1}}.$$

Среднее время безотказной работы резервированной системы

$$m_{tc} = T_0 \sum_{j=0}^{m} \frac{1}{1+j}$$

где $T_0 = 1/\lambda_0$ - среднее время безотказной работы нерезервированной системы.

Задача

Система состоит из 10 равнонадежных элементов, среднее время безотказной работы элемента $m_t = 1000$ час. Предполагается, что справедлив экспоненциальный закон надежности для элементов системы и основная и резервная системы равнонадежны. Необходимо найти среднее время безотказной работы системы m_{tc}, а также частоту отказов $f_c(t)$ и интенсивность отказов $\lambda_c(t)$ в момент времени $t = 50$ час в следующих случаях:

а) нерезервированной системы,

б) дублированной системы при постоянно включенном резерве.

Решение

а)

$$\lambda_c = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i$$

где λ_c - интенсивность отказов системы; λ_i - интенсивность отказов i - го элемента ; n = 10.

$$\lambda_i = 1/m_{ti} = 1/1000=0{,}001;\ i = 1,2, \ldots, n;$$

$$\lambda_c=n=0{,}001*10=0{,}01 \text{ 1/час};$$

$$m_{tc}=1/\lambda_c=100 \text{ час};$$

$$f_c(t) = \lambda_c(t)\, P_c(t);$$

$$\lambda_c(50) = \lambda_c;\ P_c(t)= e^{-\lambda ct};$$

$$f_c(50) = \lambda_c e^{-\lambda ct} = 0{,}01*e^{-0.01*506*10\wedge(-3)} \text{ 1/час};$$

$$\lambda_c(50)=0{,}01 \text{ 1/час}.$$

б) $m_{tc} = \dfrac{1}{\lambda_c}\sum_{j=0}^{m}\dfrac{1}{1+j}$ m = 1 $m_{tc} = \dfrac{1}{0.01}\left(1+\dfrac{1}{2}\right) = 150$ час

$$p_c(t) = 1 - \left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^{m+1}$$; $\lambda_0 = \lambda_c$ =0.01 1/час ;

$$p_c = 1 - \left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)^2 = 2e^{-\lambda_0 t} - e^{-2\lambda_0 t}$$;

$$f_c(t) = -\frac{dp_c(t)}{dt} = 2\lambda_0 e^{-\lambda_0 t} \cdot \left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)$$;

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{p_c(t)} = \frac{2\lambda_0\left(1 - e^{-\lambda_0 t}\right)}{2 - e^{-\lambda_0 t}}$$;

$f_c(50)=4.810^{-3}$ 1/час; $\lambda_c(50)=5.710^{-3}$ 1/час