Университет ИТМО

Лабораторная работа по дисциплине «Надежность и отказоустойчивость вычислительных сетей и систем»

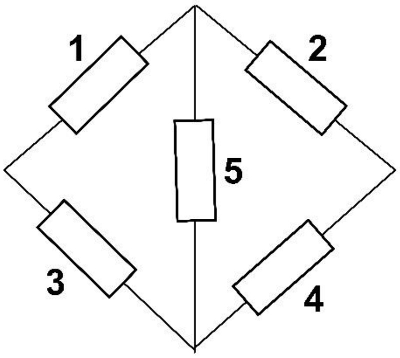
Выполнили:
Припадчев Артём
Кунцова Анастасия
Логунов Илья
Чурсин Никита

группа 3125

Санкт-Петербург
2014

Задание №1

Дано:



Закон распределения вероятности безотказной работы:

$p(t) := e^{-\lambda \cdot t}$

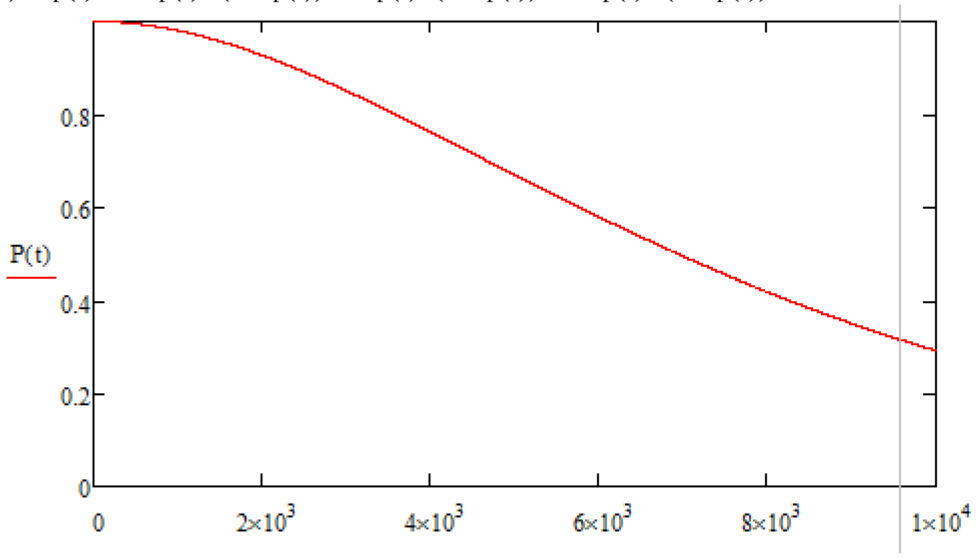
Интенсивность отказов: $\lambda := 10^{-4}$

Время: $t := 0, 1 .. 20000$

Требуется различными методами составить уравнения для нахождения вероятности безотказной работы, построить их графики.

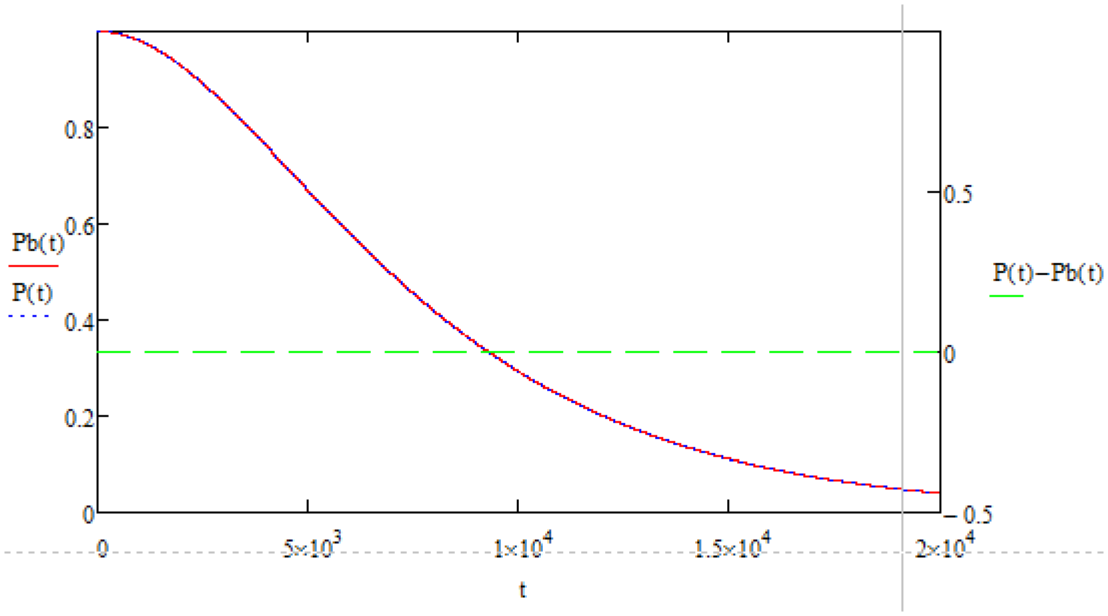
1) Метод перебора

$P(t) := p(t)^5 + 5 \cdot p(t)^4 \cdot (1 - p(t)) + 8 \cdot p(t)^3 (1 - p(t))^2 + 2 \cdot p(t)^2 \cdot (1 - p(t))^3$



2) Метод разложения относительно особого элемента

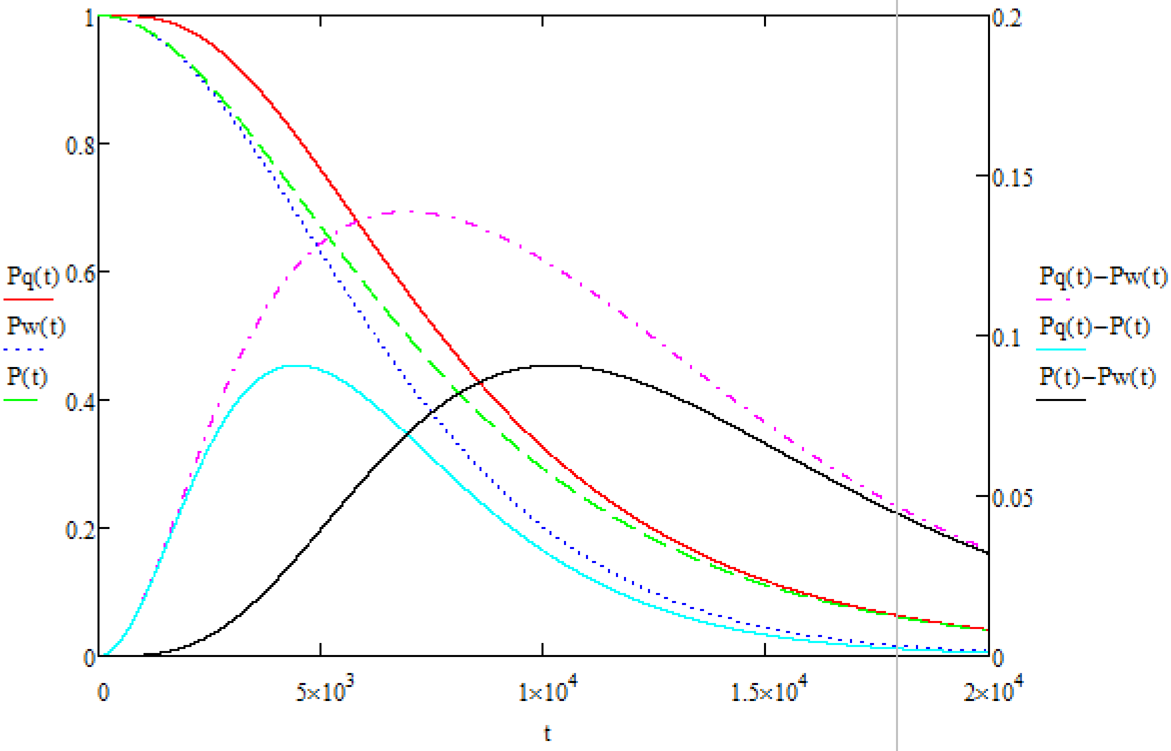
$Pb(t) := p(t)\left[1 - (1 - p(t))^2\right]^2 + (1 - p(t))\left[1 - \left(1 - p(t)^2\right)^2\right]$



3) Метод минимальных путей и минимальных сечений

$$Pq(t) := 1 - \left(1 - p(t)^2\right)^2 \left(1 - p(t)^3\right)^2$$

$$Pw(t) := \left[1 - (1 - p(t))^2\right]^2 \left[1 - (1 - p(t))^3\right]^2$$

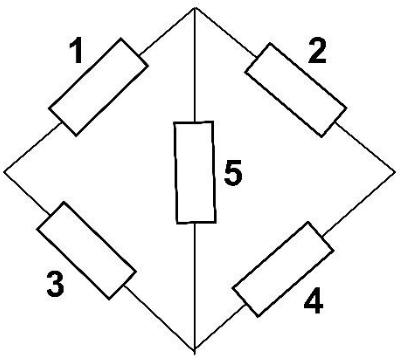


Таким образом, можно сделать следующие выводы:

1. **Метод перебора и метод разложения относительно особого элемента дают одинаковые результаты.**
2. **Метод минимальных путей задает верхнюю оценку вероятности безотказной работы, метод минимальных сечений – нижнюю оценку, а вероятность, рассчитанная по методу перебора (разложения относительно особого элемента) находится где-то между ними.**

Задание №2

Дано:



Закон распределения вероятности безотказной работы:

$p(t) := e^{-\lambda \cdot t}$

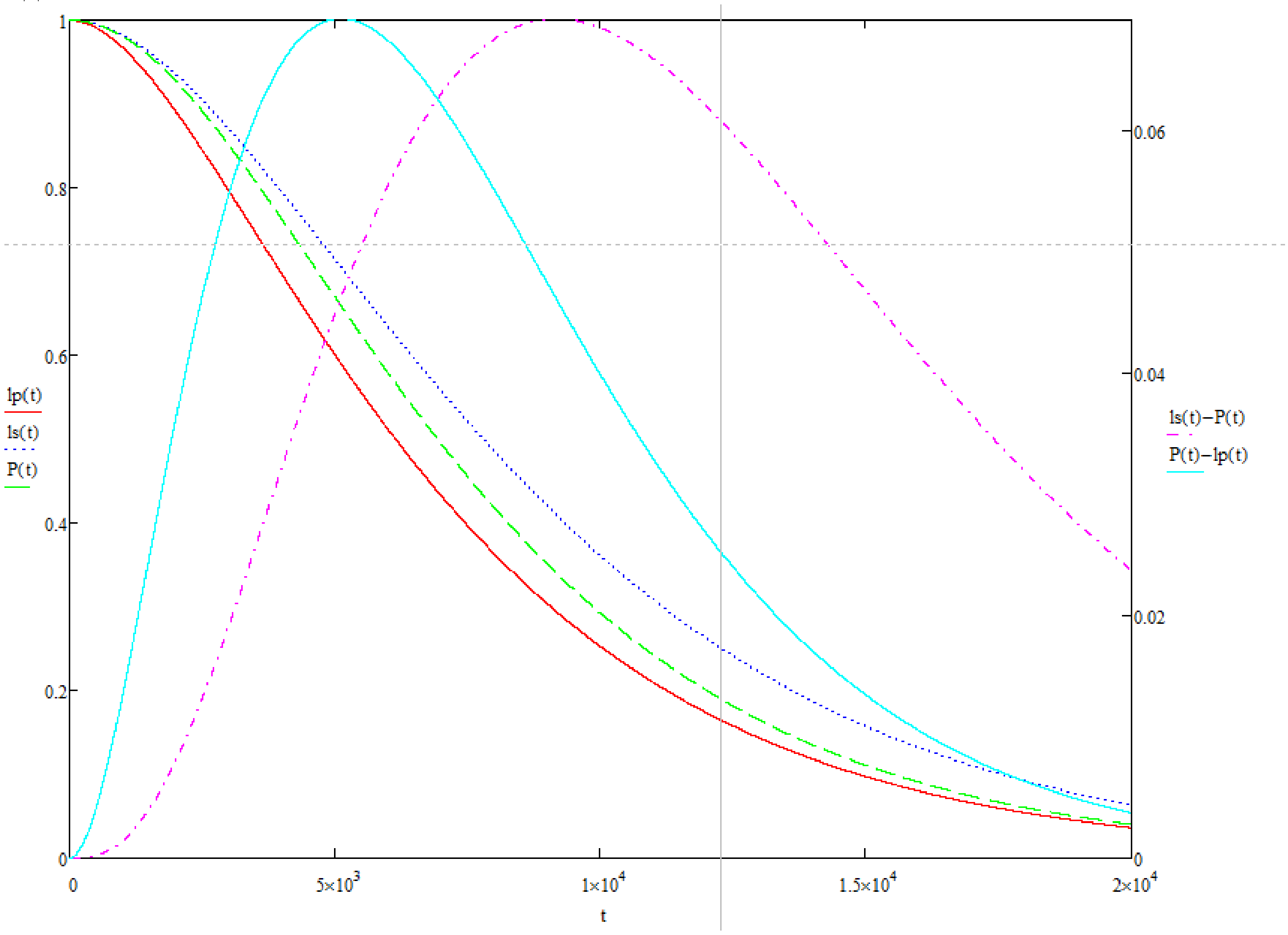
Интенсивность отказов: $\lambda := 10^{-4}$

Время: $t := 0, 1..2000($

Требуется найти вероятность безотказной работы методом Литвака по путям и Литвака по сечениям

Метод Литвака по путям: $lp(t) := 1 - \left(1 - p(t)^2\right)^2$

Метод Литвака по сечениям: $ls(t) := \left[1 - (1 - p(t))^2\right]^2$



По полученному графику можно сделать вывод, что метод Литвака по путям задает верхнюю оценку вероятности безотказной работы, метод Литвака по сечениям – нижнюю, а точное значение вероятности, рассчитанное ранее, находится между верхней и нижней оценкой.

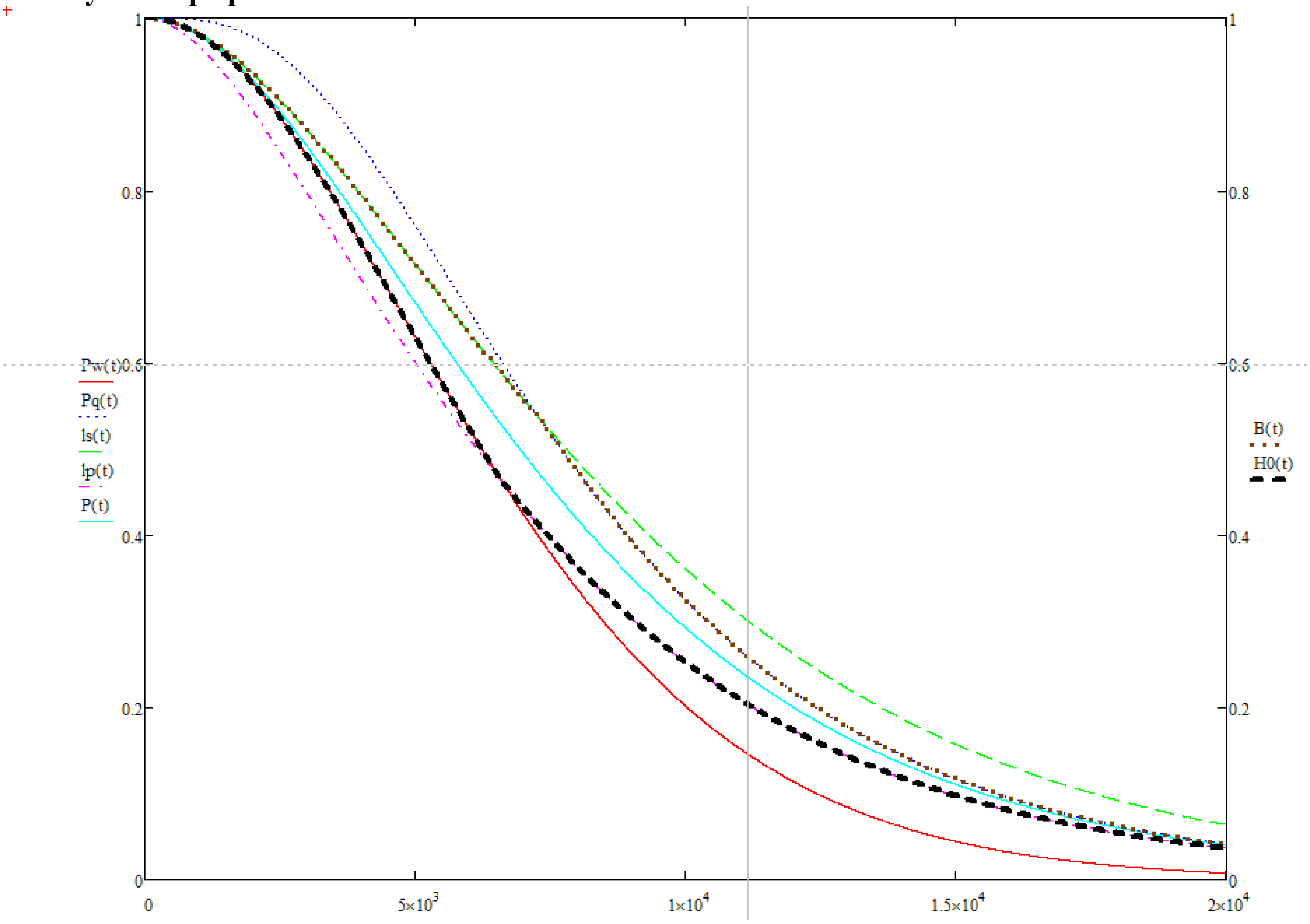
Теперь, на основе полученных результатов по методам минимальных путей, минимальных сечений, Литвака по путям, Литвака по сечениям, перебора, можно построить оценку Эзари-Прошана для распределения вероятности безотказной работы от времени.

Для этого задаем следующие условия:

$B(t) := \mathrm{if}(Pq(t) < ls(t), Pq(t), ls(t))$

$H0(t) := \mathrm{if}(Pw(t) > lp(t), Pw(t), lp(t))$

И получаем график:



Теперь, используя те же методы и оценки, можно построить графики отклонения каждого метода от точного значения вероятности:

$F1(t) := Pq(t) - P(t)$

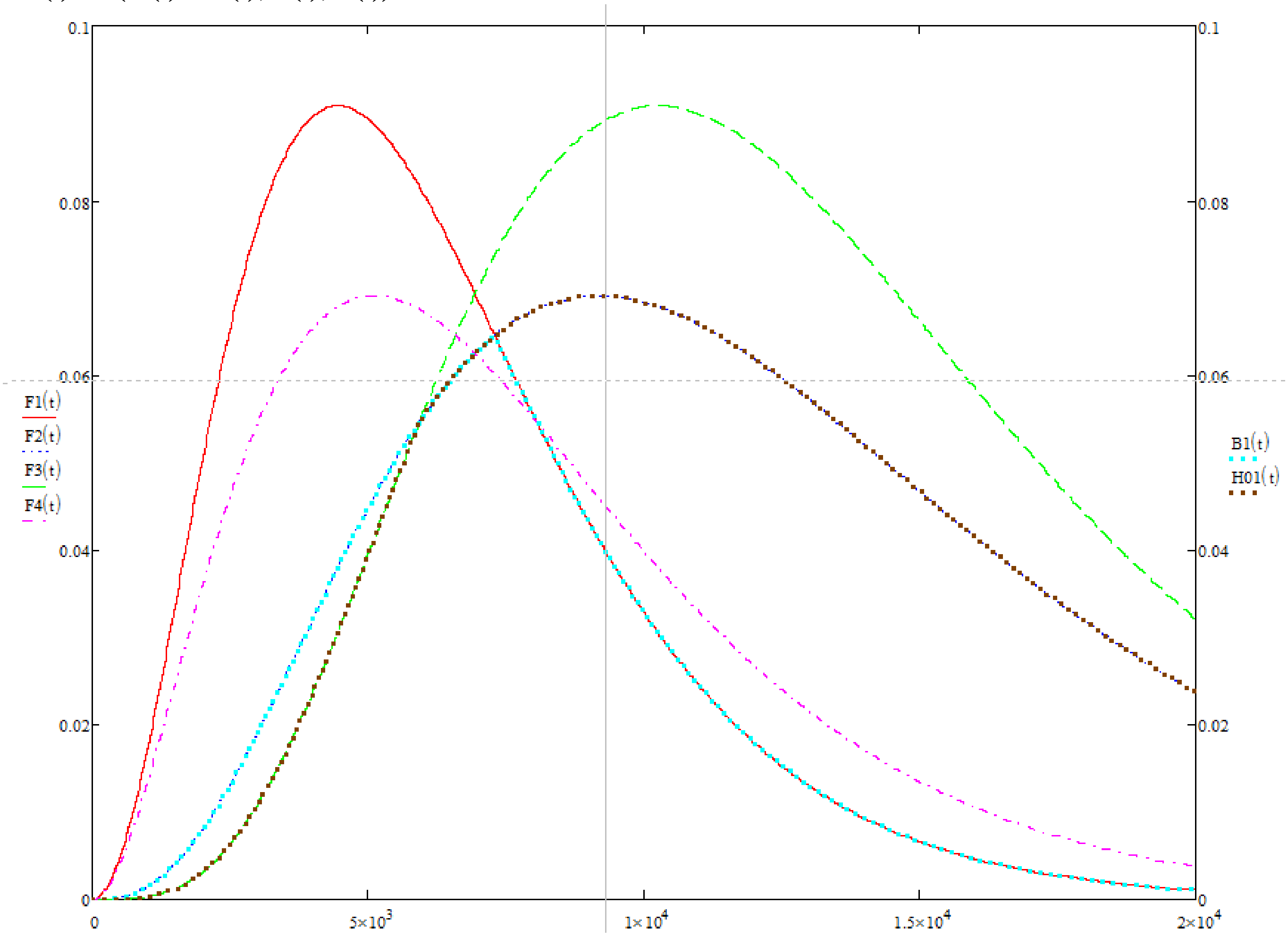
$F2(t) := ls(t) - P(t)$

$F3(t) := P(t) - Pw(t)$

$F4(t) := P(t) - lp(t)$

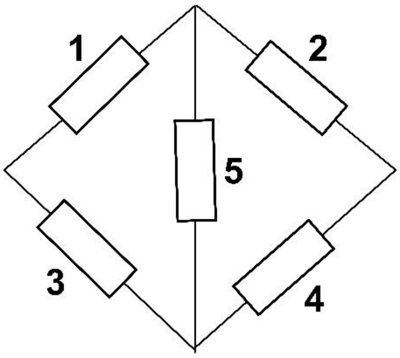
$B1(t) := if(F1(t) < F2(t), F1(t), F2(t))$

$H01(t) := if(F3(t) < F2(t), F3(t), F2(t))$



Задание №3

Дано:



Закон распределения вероятности безотказной работы:

$p(t) := e^{-\lambda \cdot t}$

Интенсивность отказов: $\lambda := 10^{-4}$

Для оценки надежности системы также применяется комбинаторно-вероятностный метод включения-исключения.
Требуется рассчитать надежность, используя различные приближения.

Для исходной системы получаем 4 приближения:

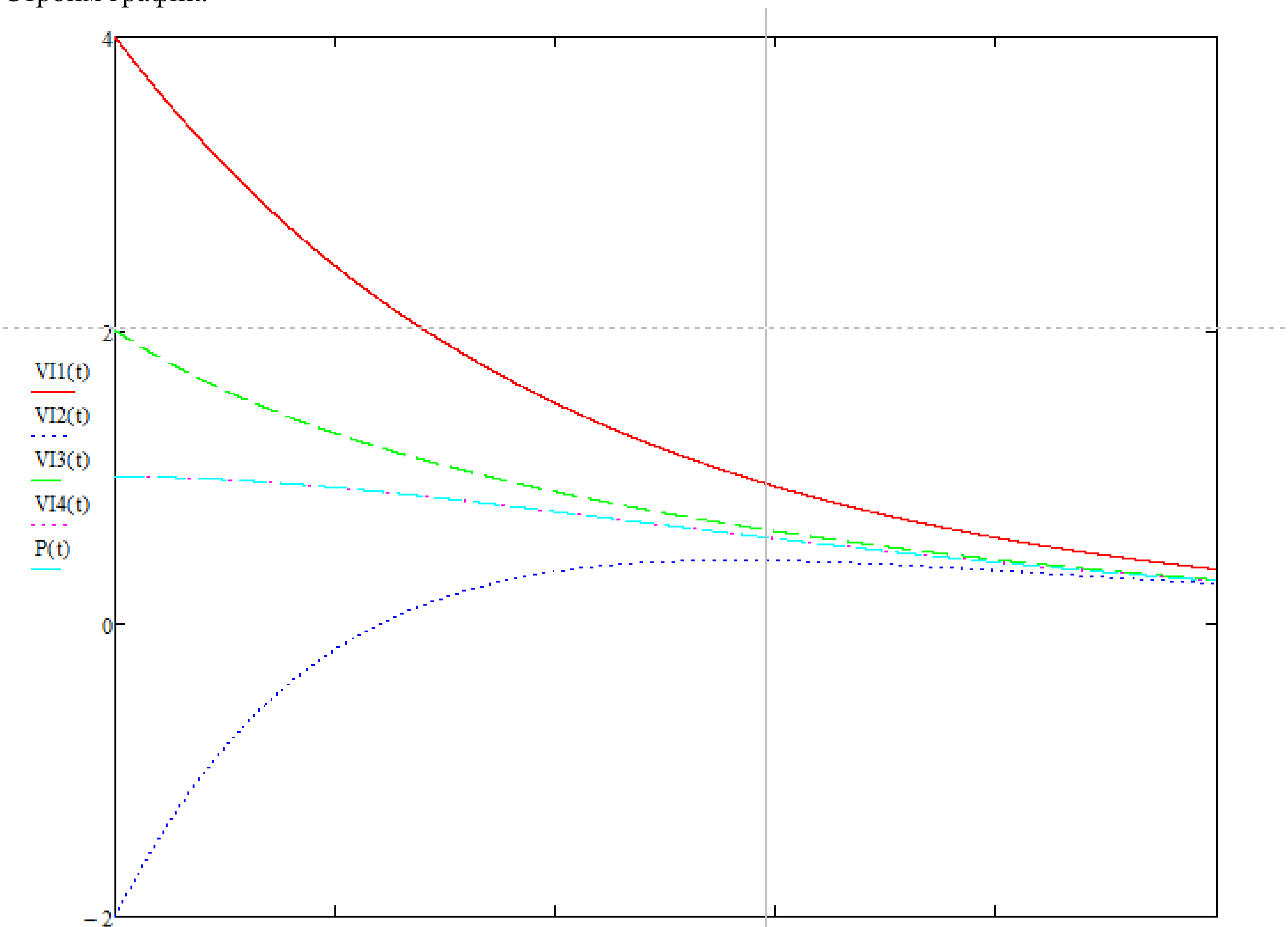
$VI1(t) := 2 \cdot p(t)^2 + 2 \cdot p(t)^3$

$VI2(t) := VI1(t) - \left(5 \cdot p(t)^4 + p(t)^5\right)$

$VI3(t) := VI2(t) + 4 \cdot p(t)^5$

$VI4(t) := VI3(t) - p(t)^5$

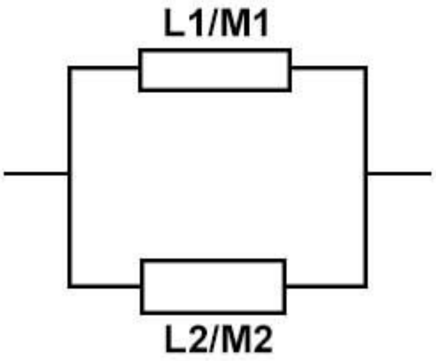
Строим график:



В результате с точным значением надежности совпало 4 приближение, являющееся самым полным.

Задание №4

Дано:



$L1 := 10^{-4}$

$L2 := 10^{-4}$

$M1 := 1.0$

$M2 := 1$

Требуется рассчитать надежность и коэффициенты готовности для следующих случаев:

1. **имеется 1 ремонтник**
2. **имеется 2 ремонтника**
3. **имеется 1 ремонтник, ремонт после полного отказа до полного восстановления**
4. **имеется 1 ремонтник, ремонт после полного отказа, запуск системы при первом работающем приборе**

Для первого случая:

Given

$-L1 \cdot P11 - L2 \cdot P11 + M2 \cdot P10 + M1 \cdot P01 = 0$

$-L2 \cdot P01 - M1 \cdot P01 + L1 \cdot P11 = 0$

$P00 + P01 + P10 + P11 = 1$

$$Find(P11, P01, P10, P00) \rightarrow \begin{pmatrix} 0.99980001999999960008 \\ 0.000099970004999500010007 \\ 0.000099989999000499910009 \\ 1.9996000399999992002e\text{-}8 \end{pmatrix} \quad a := \begin{pmatrix} 0.99980001999999960008 \\ 0.000099970004999500010007 \\ 0.000099989999000499910009 \\ 1.9996000399999992002e\text{-}8 \end{pmatrix}$$

$$KG1 := \sum_{i=0}^{2} a_i = 0.999999980004$$

Для второго случая:

Given

$-L1 \cdot P11 - L2 \cdot P11 + M2 \cdot P10 + M1 \cdot P01 = 0$

$-L1 \cdot P10 - M2 \cdot P10 + L2 \cdot P11 + M1 \cdot P00 = 0$

$-L2 \cdot P01 - M1 \cdot P01 + L1 \cdot P11 + M2 \cdot P00 = 0$

$P00 + P01 + P10 + P11 = 1$

$$Find(P11, P01, P10, P00) \rightarrow \begin{pmatrix} 0.99980002999600049994 \\ 0.000099980002999600049994 \\ 0.000099980002999600049994 \\ 9.9980002999600049994e\text{-}9 \end{pmatrix} \quad a := \begin{pmatrix} 0.99980002999600049994 \\ 0.000099980002999600049994 \\ 0.000099980002999600049994 \\ 9.9980002999600049994e\text{-}9 \end{pmatrix}$$

$$KG2 := \sum_{i=0}^{2} a_i = 0.999999990002$$

Для третьего случая:

Given

$-L1 \cdot P11 - L2 \cdot P11 + M1 \cdot P011 = 0$

$-L1 \cdot P10 + L2 \cdot P11 = 0$

$-L2 \cdot P01 + L1 \cdot P11 = 0$

$-M1 \cdot P011 + M2 \cdot P00 = 0$

$P00 + P01 + P10 + P11 = 1$

$$\mathrm{Find}(P11, P01, P10, P00, P011) \rightarrow \begin{pmatrix} 0.3333111125924938337 4 \\ 0.33331111259249383374 \\ 0.33331111259249383374 \\ 0.000066662222518498766749 \\ 0.000066662222518498766749 \end{pmatrix} \quad a := \begin{pmatrix} 0.33331111259249383374 \\ 0.33331111259249383374 \\ 0.33331111259249383374 \\ 0.000066662222518498766749 \\ 0.000066662222518498766749 \end{pmatrix}$$

$$KG3 := \sum_{i=0}^{2} a_i = 0.999933337777482$$

Для четвертого случая:

Given

$-L1 \cdot P11 - L2 \cdot P11 + M1 \cdot P011 = 0$

$-L1 \cdot P10 + L2 \cdot P11 = 0$

$-L2 \cdot P01 + L1 \cdot P11 = 0$

$-M1 \cdot P011 + M2 \cdot P00 - L2 \cdot P011 = 0$

$P00 + P01 + P10 + P11 + P011 = 1$

$$\mathrm{Find}(P11, P01, P10, P00, P011) \rightarrow \begin{pmatrix} 0.33328889259239506338 \\ 0.33328889259239506338 \\ 0.33328889259239506338 \\ 0.000066664444296330860576 \\ 0.000066657778518479012675 \end{pmatrix} \quad a := \begin{pmatrix} 0.33328889259239506338 \\ 0.33328889259239506338 \\ 0.33328889259239506338 \\ 0.000066664444296330860576 \\ 0.000066657778518479012675 \end{pmatrix}$$

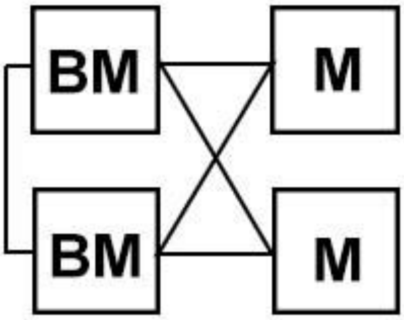
$$KG4 := \sum_{i=0}^{2} a_i = 0.999866677777185$$

$$Kd1 := \frac{\left(\frac{1}{L1}\right)}{\left(\frac{1}{M1} + \frac{1}{L1}\right)} = 0.999900009999 \qquad Kd2 := \frac{\left(\frac{1}{L2}\right)}{\left(\frac{1}{M2} + \frac{1}{L2}\right)} = 0.999900009999$$

$$KGI := 1 - (1 - Kd1) \cdot (1 - Kd2) = 0.999999990002$$

Задание №5

Дано:



2 вычислительных машины и 2 блока памяти

Интенсивность отказа ВМ - $h1 := 10^{-4}$

Интенсивность отказа памяти - $h2 := 10^{-4}$

Коэффициенты восстановления = 2

Требуется посчитать надежность системы при различных способах резервирования:

- **Холодном**
- **Теплом**
- **Горячем**

1) Рассчитаем коэффициенты готовности и надежность для горячего резервирования через систему алгебраических уравнений:

Given

$-2 \cdot p22 \cdot (h1 + h2) + m1 \cdot p12 + m2 \cdot p21 = 0$

$-p12 \cdot (h1 + 2 \cdot h2 + m1) + 2 \cdot h1 \cdot p22 + m1 \cdot p02 + m2 \cdot p11 = 0$

$-p02 \cdot m1 + h1 \cdot p12 = 0$

$-m1 \cdot p10 + p11 \cdot h1 = 0$

$-m2 \cdot p01 + h2 \cdot p11 = 0$

$-m2 \cdot p20 + h2 \cdot p21 = 0$

$-p21 \cdot (h2 + 2 \cdot h1 + m2) + p22 \cdot 2 \cdot h2 + m2 \cdot p20 + m1 \cdot p11 = 0$

$p22 + p21 + p20 + p12 + p02 + p11 + p10 + p01 = 1$

$$\begin{pmatrix} p22 \\ p21 \\ p20 \\ p12 \\ p02 \\ p11 \\ p10 \\ p01 \end{pmatrix} := \mathrm{Find}(p22, p21, p20, p12, p02, p11, p10, p01) \rightarrow \begin{pmatrix} \frac{1000000000000}{1000200020001} \\ \frac{100000000}{1000200020001} \\ \frac{5000}{1000200020001} \\ \frac{100000000}{1000200020001} \\ \frac{5000}{1000200020001} \\ \frac{10000}{1000200020001} \\ \frac{1}{2000400040002} \\ \frac{1}{2000400040002} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 9.998 \times 10^{-5} \\ 4.999 \times 10^{-9} \\ 9.998 \times 10^{-5} \\ 4.999 \times 10^{-9} \\ 9.998 \times 10^{-9} \\ 4.999 \times 10^{-13} \\ 4.999 \times 10^{-13} \end{pmatrix}$$

$$k1 := \frac{\frac{1}{h1}}{\frac{1}{h1} + \frac{1}{m1}} = 0.999950002 \qquad k2 := \frac{\frac{1}{h2}}{\frac{1}{h2} + \frac{1}{m2}} = 0.999950002$$

$$k := \left[1 - (1 - k1)^2\right] \cdot \left[1 - (1 - k2)^2\right] = 0.999999995$$

$$k0 := p22 + p21 + p12 + p11 = 0.99999999$$

2) Рассчитаем надежность системы через систему дифференциальных уравнений

$$Ps(t) := \left[1 - (1 - P1(t))^2\right]\left[1 - (1 - P2(t))^2\right]$$

- **для теплого резервирования**
  для этого типа резервирования интенсивность отказа резервного прибора меньше интенсивности отказа рабочего прибора

$$Pw(t,P) := \begin{bmatrix} -P_0 \cdot (h2 + h1 + h2r + h1r) \\ -P_1 \cdot (2h2 + h2r) + P_0 \cdot (h1 + h1r) \\ -P_2 \cdot (2h1 + h1r) + P_0 \cdot (h2 + h2r) \\ P_1 \cdot h1 + P_2 \cdot h2 + P_4 \cdot (h1 + h2) \\ -P_4 \cdot (h1 + h2) + P_1 \cdot (h2 + h2r) + P_2 \cdot (h1 + h1r) \end{bmatrix}$$

$Rw := rkfixed(P, 0, 1000, 10000, Pw)$

- **для горячего резервирования**
  для этого типа резервирования интенсивность отказа резервного прибора равна интенсивности отказа рабочего прибора

$$Ph(t,P) := \begin{bmatrix} -2P_0 \cdot (h2 + h1) \\ -3P_1 \cdot h2 + 2P_0 \cdot h1 \\ -3P_2 \cdot h1 + 2P_0 \cdot h2 \\ P_1 \cdot h2 + P_2 \cdot h1 + P_4 \cdot (h1 + h2) \\ -P_4 \cdot (h1 + h2) + 2P_1 \cdot h2 + 2P_2 \cdot h1 \end{bmatrix}$$

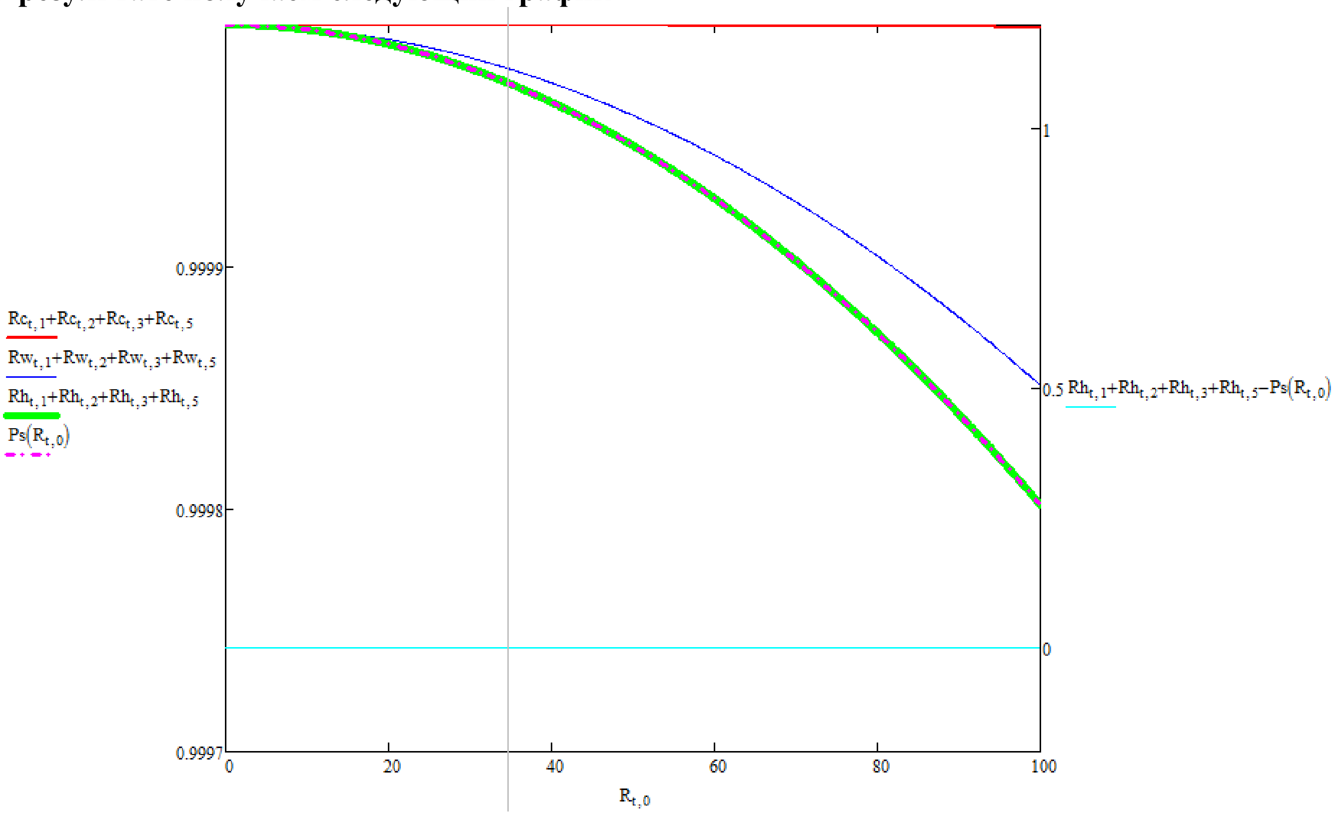
$Rh := rkfixed(P, 0, 1000, 10000, Ph)$

- **для холодного резервирования**
  для этого типа резервирования интенсивность отказа резервного прибора равна нулю

$$Pc(t,P) := \begin{bmatrix} -P_0 \cdot (h2 + h1) \\ -P_1 \cdot 2h2 + P_0 \cdot h1 \\ -P_2 \cdot 2h1 + P_0 \cdot h2 \\ P_1 \cdot h2 + P_2 \cdot h1 + P_4 \cdot (h1 + h2) \\ -P_4 \cdot (h1 + h2) + P_1 \cdot h2 + P_2 \cdot h1 \end{bmatrix}$$

$Rc := rkfixed(P, 0, 100, 10000, Pc)$

В результате получаем следующий график



из которого видно, что наилучшим случаем является холодное резервирование, но оно, к сожалению, практически не применимо к реальному миру. Далее следует теплое резервирование, а самая низкая надежность у горячего резервирования, значение которого также совпало с точным значением вероятности безотказной работы системы.