

Университет ИТМО
Факультет КТиУ
Кафедра ВТ

Моделирование
Домашняя работа №1
«Исследование однородных СМО»
Вариант 29:15

Выполнил:
студенты гр. Р3317
Сироткин Георгий

СПБ
2015

Цель работы

Изучение метода Марковских случайных процессов и его применение для исследования простейших моделей – систем массового обслуживания (СМО) с однородным потоком заявок.

Основные этапы исследования

- 1) Разработка Марковских моделей исследуемых систем.
- 2) Освоение программы по расчету Марковских моделей.
- 3) Проведение расчетов по разработанным моделям и обработка результатов.
- 4) Анализ полученных результатов.
- 5) Выбор наилучшего варианта организации системы из двух вариантов в соответствии с заданным критерием эффективности.

Исходные данные

Параметры структурной и функциональной организации систем

| Вариант | Система 1 | | Система 2 | | Критерий эффективности |
|---------|-----------|-----|-----------|-------|---|
| | П | ЕН | П | ЕН | |
| 29 | 2 | 1/1 | 3 | 1/1/0 | минимальное время пребывания в системе заявок |

Параметры нагрузки

| Вариант | Интенс. потока | Ср. длит. Обслуж. | Вероятности занятия прибора | | |
|---------|-----------------|-------------------|-----------------------------|-----|-----|
| | $\lambda (1/c)$ | $B(c)$ | П1 | П2 | П3 |
| 15 | 0,5 | 10 | 0,5 | 0,4 | 0,1 |

Описание исходной системы

Система 1 содержит 2 идентичных обслуживающих прибора. Перед каждым прибором стоит накопитель с емкостью равной 1. Вероятность поступления заявки на 1 прибор составляет 0,5, на второй – тоже 0,5.

Система 2 содержит 3 идентичных обслуживающих прибора. Перед первыми двумя приборами стоят накопители с емкостью 1. Третий прибор не имеет накопителя. Вероятность поступления заявки на 1 прибор составляет 0,5, на 2 – 0,4, на 3 – 0,1.

Способ кодирования и перечень состояний Марковского процесса для исследуемой системы

В качестве параметра, описывающего состояние случайного процесса, будем рассматривать количество заявок, поступивших на разные приборы.

Перечень состояний для системы 1:

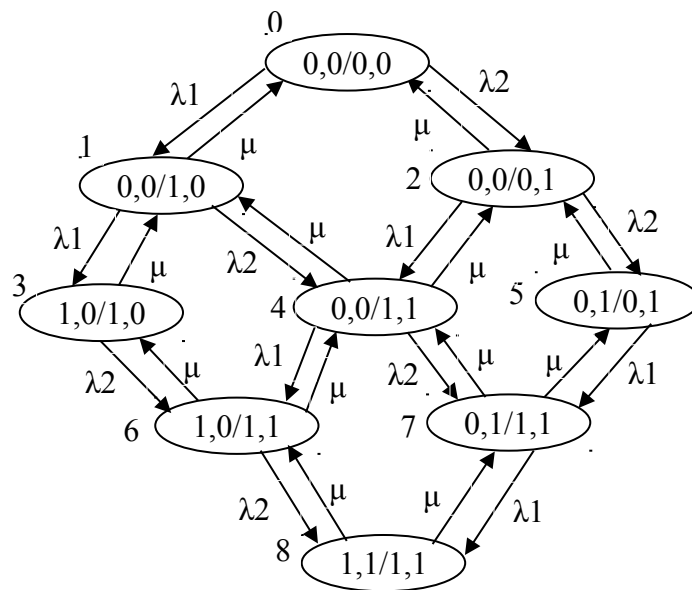
- E0 0,0/0,0
- E1 0,0/1,0
- E2 0,0/0,1
- E3 1,0/1,0
- E4 0,0/1,1
- E5 0,1/0,1
- E6 1,0/1,1
- E7 0,1/1,1
- E8 1,1/1,1

Перечень состояний для системы 2:

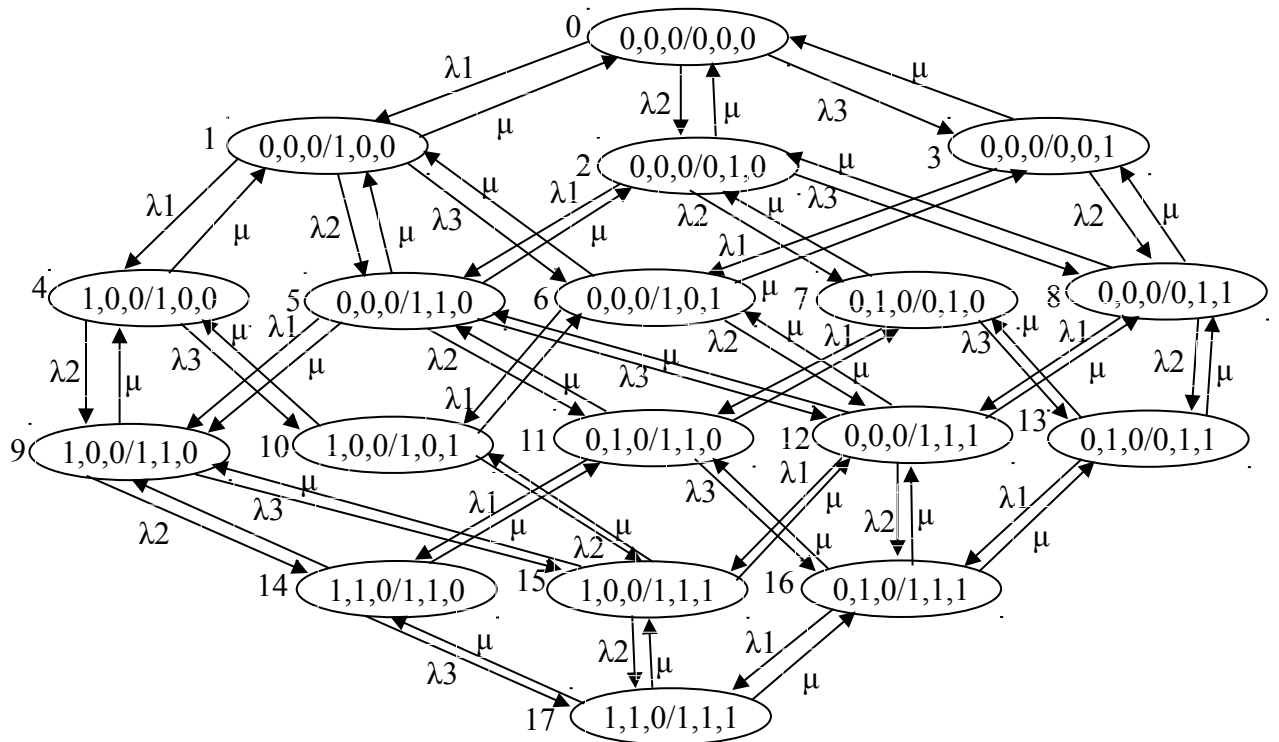
- E0 0,0,0/0,0,0
- E1 0,0,0/1,0,0
- E2 0,0,0/0,1,0
- E3 0,0,0/0,0,1
- E4 1,0,0/1,0,0
- E5 0,0,0/1,1,0
- E6 0,0,0/1,0,1
- E7 0,1,0/0,1,0
- E8 0,0,0/0,1,1
- E9 1,0,0/1,1,0
- E10 1,0,0/1,0,1
- E11 0,1,0/1,1,0
- E12 0,0,0/1,1,1
- E13 0,1,0/0,1,1
- E14 1,1,0/1,1,0
- E15 1,0,0/1,1,1
- E16 0,1,0/1,1,1
- E17 1,1,0/1,1,1

Результаты работы

Размеченный граф переходов Марковского процесса для системы 1



Размеченный граф переходов Марковского процесса для системы 2



Матрица интенсивностей переходов для системы 1

| Список элементов матрицы | | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|--------------------------|----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Имя | Значение | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| l1 | 0.2500 | 0 | l1 | l2 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| l2 | 0.2500 | m | 1 | 0.0000 | l1 | l2 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| m | 0.1000 | m | 0.0000 | 2 | 0.0000 | l1 | l2 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| | | 0.0000 | m | 0.0000 | 3 | 0.0000 | l2 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| | | 0.0000 | m | m | 0.0000 | 4 | 0.0000 | l1 | l2 | 0.0000 |
| | | 0.0000 | 0.0000 | m | 0.0000 | 0.0000 | 5 | 0.0000 | l1 | 0.0000 |
| | | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | m | m | 0.0000 | 6 | 0.0000 | l2 |
| | | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | m | m | 0.0000 | 7 | l1 |
| | | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | m | m | 8 |

Матрица интенсивностей переходов для системы 2

| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 |
|----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0 | 0 | l1 | l2 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 1 | m | 1 | 0.0000 | 0.0000 | l1 | l2 | l3 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 2 | m | 0.0000 | 2 | 0.0000 | 0.0000 | l1 | l2 | l3 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 3 | m | 0.0000 | 0.0000 | 3 | 0.0000 | l1 | l2 | l3 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 4 | 0.0000 | m | 0.0000 | 0.0000 | 4 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | l2 | l3 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 5 | 0.0000 | m | m | 0.0000 | 0.0000 | 5 | 0.0000 | 0.0000 | l1 | 0.0000 | l2 | l3 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 6 | 0.0000 | m | 0.0000 | m | 0.0000 | 0.0000 | 6 | 0.0000 | 0.0000 | l1 | 0.0000 | l2 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 7 | 0.0000 | 0.0000 | m | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 7 | 0.0000 | 0.0000 | l1 | 0.0000 | l3 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 8 | 0.0000 | 0.0000 | m | m | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 8 | 0.0000 | 0.0000 | l1 | l2 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 9 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | m | m | 0.0000 | 0.0000 | 9 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | l2 | l3 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 10 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | m | 0.0000 | m | 0.0000 | 0.0000 | 10 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | l2 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 |
| 11 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | m | 0.0000 | m | 0.0000 | 0.0000 | 11 | 0.0000 | l1 | 0.0000 | l3 | 0.0000 | 0.0000 |
| 12 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | m | m | 0.0000 | m | 0.0000 | 0.0000 | 12 | 0.0000 | 0.0000 | l1 | l2 | 0.0000 |
| 13 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | m | m | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 13 | 0.0000 | 0.0000 | l1 | 0.0000 |
| 14 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | m | 0.0000 | m | 0.0000 | 0.0000 | 14 | 0.0000 | 0.0000 | l3 |
| 15 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | m | m | 0.0000 | m | 0.0000 | 0.0000 | 15 | 0.0000 | l2 |
| 16 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | m | m | m | 0.0000 | 0.0000 | 16 | l1 |
| 17 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0000 | m | m | m | 17 |

Стационарные вероятности состояний

| Номер состояния | Система 1 | | Система 2 | |
|-----------------|-----------|--------|-----------|--------|
| | Обозн. | Вер-ть | Обозн. | Вер-ть |
| 1 | P0 | 0.0105 | P0 | 0.0098 |
| 2 | P1 | 0.0263 | P1 | 0.0244 |
| 3 | P2 | 0.0263 | P2 | 0.0195 |
| 4 | P3 | 0.0657 | P3 | 0.0049 |
| 5 | P4 | 0.0657 | P4 | 0.0611 |
| 6 | P5 | 0.0657 | P5 | 0.0488 |
| 7 | P6 | 0.1644 | P6 | 0.0122 |
| 8 | P7 | 0.1644 | P7 | 0.0391 |
| 9 | P8 | 0.4109 | P8 | 0.0098 |
| 10 | | | P9 | 0.1221 |
| 11 | | | P10 | 0.0305 |
| 12 | | | P11 | 0.0977 |
| 13 | | | P12 | 0.0244 |
| 14 | | | P13 | 0.0195 |
| 15 | | | P14 | 0.2442 |
| 16 | | | P15 | 0.0611 |
| 17 | | | P16 | 0.0488 |
| 18 | | | P17 | 0.1221 |

Формулы, используемые для расчета характеристик систем и значения характеристик систем, сведенные в таблицы

| Х-ка | Прибор | Расчётная формула | СИСТ. 1 |
|--------------------|--------|-----------------------------|---------|
| Нагрузка | П1 | $y1=\lambda*П1*b$ | 2.5 |
| | П2 | $y2=\lambda*П2*b$ | 2.5 |
| | Сумм. | $y = y1 + y2 + y3$ | 5 |
| Загрузка | П1 | $p1=1-p0-p2-p5$ | 0.8975 |
| | П2 | $p2=1-p0-p1-p3$ | 0.8975 |
| | Сумм. | $p=(p1+p2)/2$ | 0.8975 |
| Длина очереди | П1 | $l1=p3+p6+p8$ | 0.641 |
| | П2 | $l2=p5+p7+p8$ | 0.641 |
| | Сумм. | $l=l1+l2$ | 1.282 |
| Число заявок | П1 | $m1=p1+p4+p7+2*(p3+p6+p8)$ | 1.5384 |
| | П2 | $m2=p2+p4+p6+2*(p5+p7+p8)$ | 1.5384 |
| | Сумм. | $m=m1+m2$ | 3.0768 |
| Время ожидания | П1 | $w1=l1/Proiz1$ | 7.1421 |
| | П2 | $w2=l2/Proiz2$ | 7.1421 |
| | Сумм. | $w=l1/Proiz+l2/Proiz$ | 7.1421 |
| Время пребывания | П1 | $u1=m1/Proiz1$ | 17.141 |
| | П2 | $u2=m2/Proiz2$ | 17.141 |
| | Сумм. | $u=m/Proiz$ | 17.141 |
| Вер-ть потери | П1 | $P1=p3+p6+p8$ | 0.641 |
| | П2 | $P2=p5+p7+p8$ | 0.641 |
| | Сумм. | $P=П1*P1+П2*P2$ | 0.641 |
| Производительность | П1 | $Proiz1= \lambda*П1*(1-P1)$ | 0.08975 |
| | П2 | $Proiz2= \lambda*П2*(1-P2)$ | 0.08975 |
| | Сумм. | $Proiz=Proiz1+Proiz2$ | 0.1795 |

| Х-ка | Прибор | Расчётная формула | СИСТ. 2 |
|---------------------|--------|---|---------|
| Нагрузка | П1 | $y1=\lambda*П1*b$ | 2.5 |
| | П2 | $y2=\lambda*П2*b$ | 2 |
| | П3 | $y3=\lambda*П3*b$ | 0.5 |
| | Сумм. | $y=y1+y2+y3$ | 5 |
| Загрузка | П1 | $p1=1-p0-p2-p3-p7-p8-p13$ | 0.8974 |
| | П2 | $p2=1-p0-p1-p3-p4-p6-p10$ | 0.8571 |
| | П3 | $p3=1-p0-p1-p2-p4-p5-p7-p9-p11-p14$ | 0.3333 |
| | Сумм. | $p=(p1+p2+p3)/3$ | 0.6959 |
| Длина очереди | П1 | $l1=p4+p9+p10+p14+p15+p17$ | 0.6411 |
| | П2 | $l2=p7+p11+p13+p14+p16+p17$ | 0.5714 |
| | П3 | | 0 |
| | Сумм. | $l=l1+l2+l3$ | 1.2125 |
| Число заявок | П1 | $m1=p1+p5+p6+p11+p12+p16+2*(p4+p9+p10+p14+p15+p17)$ | 1.5385 |
| | П2 | $m2=p2+p5+p8+p9+p12+p15+2*(p7+p11+p13+p14+p16+p17)$ | 1.4285 |
| | П3 | $m3=p3+p6+p8+p10+p12+p13+p15+p16+p17$ | 0.3333 |
| | Сумм. | $m=m1+m2+m3$ | 3.3003 |
| Время ожидания | П1 | $w1=l1/Proiz1$ | 7.1448 |
| | П2 | $w2=l2/Proiz2$ | 6.6659 |
| | П3 | | 0 |
| | Сумм. | $w=l1/Proiz+l2/Proiz$ | 5.8073 |
| Время пребывания | П1 | $u1=m1/Proiz1$ | 17.146 |
| | П2 | $u2=m2/Proiz2$ | 16.665 |
| | П3 | $u3=m3/Proiz3$ | 9.997 |
| | Сумм. | $u=m/Proiz$ | 15.807 |
| Вер-ть потери | П1 | $P1=p4+p9+p10+p14+p15+p17$ | 0.6411 |
| | П2 | $P2=p7+p11+p13+p14+p16+p17$ | 0.5714 |
| | П3 | $P3=1-p0-p1-p2-p4-p5-p7-p9-p11-p14$ | 0.3333 |
| | Сумм. | $P=П1*P1+П2*P2+П3*P3$ | 0.58244 |
| Производи-тельность | П1 | $Proiz1=\lambda*П1*(1-P1)$ | 0.08973 |
| | П2 | $Proiz2=\lambda*П2*(1-P2)$ | 0.08572 |
| | П3 | $Proiz3=\lambda*П3*(1-P3)$ | 0.03334 |
| | Сумм. | $Proiz=Proiz1+Proiz2+Proiz3$ | 0.20879 |

Выводы

Сравнивая характеристики первой и второй системы, можно заметить, что вторая система превосходит первую по длине очереди (1.2125 против 1.282), времени ожидания (5.8073 против 7.1421), времени пребывания (15.807 против 17.141), вероятности потери (0.5824 против 0.641) и производительности (0.2088 против 0.1795).

Критерием эффективности является минимальное время пребывания заявок в системе. Для первой системы время пребывания равняется 17.141, а для второй – 15.807. Таким образом, по данному критерию эффективности вторая система лучше.

