

Университет ИТМО
Кафедра ВТ

Моделирование
Курсовая работа
«Исследование сетей массового обслуживания»
Вариант 13/9

Выполнил: Хайруллин Вадим
Гр. Р3315
Преподаватель: Муравьева - Витковская Л.А.

СПб 2015 г.

1. Цель работы:

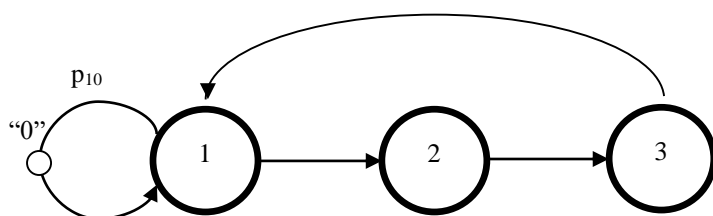
Комплексное исследование характеристик функционирования замкнутых и разомкнутых сетей массового обслуживания (СеМО) с однородным потоком заявок с использованием методов аналитического, численного и имитационного моделирования и изучение свойств и закономерностей, присущих процессам, протекающим в них.

2. Исходные данные:

К-во узлов n	Кол-во приборов в узлах			К-во заявок M	Номер узла	Тип модели	К-во состояний
	У1	У2	У3				
3	1	1	2	4	1	M2	15

Для неэкспоненциальной модели СеМО распределение длительности обслуживания заменяется на Эрланга 2-го порядка

Модель M2:



Вероятности передач	Средние длительности обслуживания, с			
	p_{10}	b_1	b_2	b_3
	0,25	0,25	0,25	0,5

3. Разработка моделей

3.1. Разработка аналитических моделей замкнутой СеМО (ЗСеМО) и разомкнутой СеМО (РСеМО)

Разработка аналитических моделей ЗСеМО и РСеМО заключается в подготовке следующих исходных данных (параметров) для проведения расчетов аналитическими методами:

- 1) Количество узлов СеМО: $n=3$
- 2) Количество обслуживающих приборов в узлах СеМО: $Y_1=1$ $Y_2=1$ $Y_3=2$
- 3) Матрица вероятностей передач и рассчитанные по этой матрице коэффициенты:

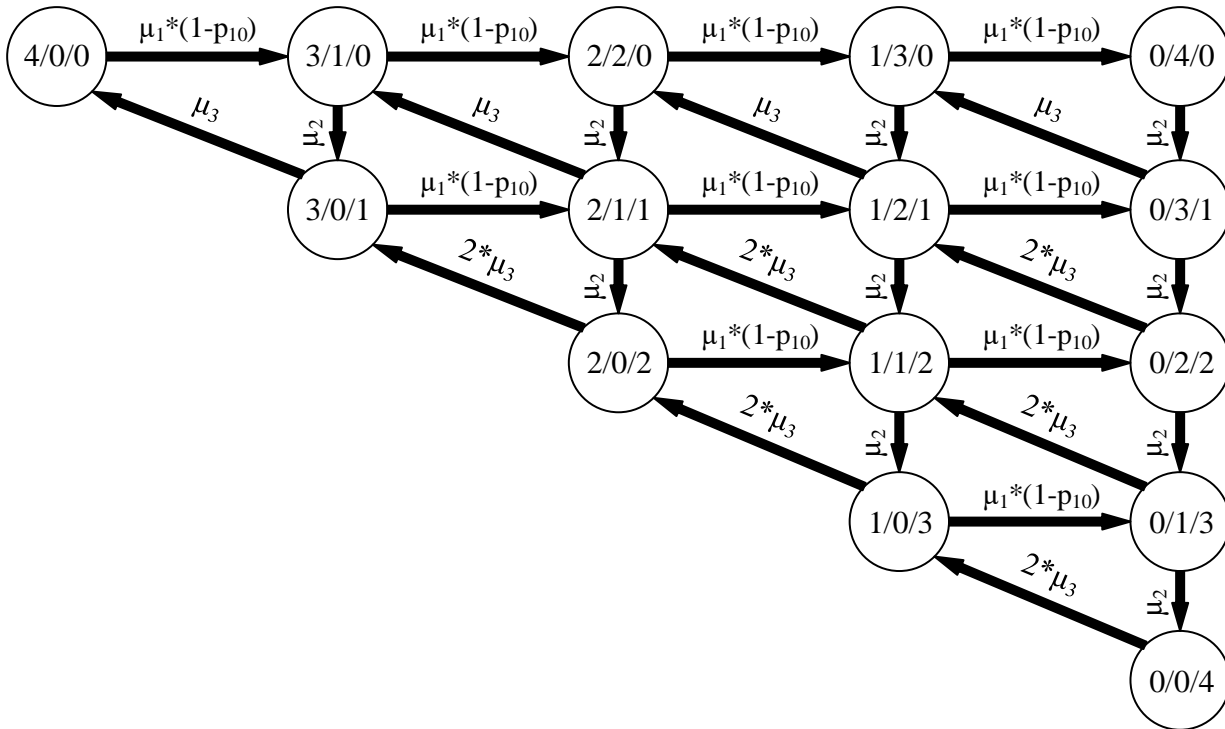
	0	1	2	3	Σ
0	0.0	1.0	0.0	0.0	1.0
1	0.25	0.0	0.75	0.0	1.0
2	0.0	0.0	0.0	1.0	1.0
3	0.0	1.0	0.0	0.0	1.0

Узел сети	1	2	3
Коэффициент передачи $[\alpha]$	4.00	3.00	3.00

- 4) Для замкнутой СеМО - число заявок, циркулирующих в сети, $M=4$
 Для разомкнутой СеМО - интенсивность входящего потока заявок, поступающих в сеть $\lambda_0=0,133$
 5) Средние длительности обслуживания заявок в узлах СеМО:
 $b_1=0,25$
 $b_2=0,25$
 $b_3=0,5$

3.2. Разработка марковских моделей ЗСеМО.

3.2.1. Экспоненциальная ЗСеМО (ЭЗСеМО), в которой длительности обслуживания заявок во всех узлах СеМО распределены по экспоненциальному закону.



Пояснение:

первое число – количество заявок в первом узле

второе – во втором

третье – в третьем узле

$$\mu_1=1/b_1 = 4$$

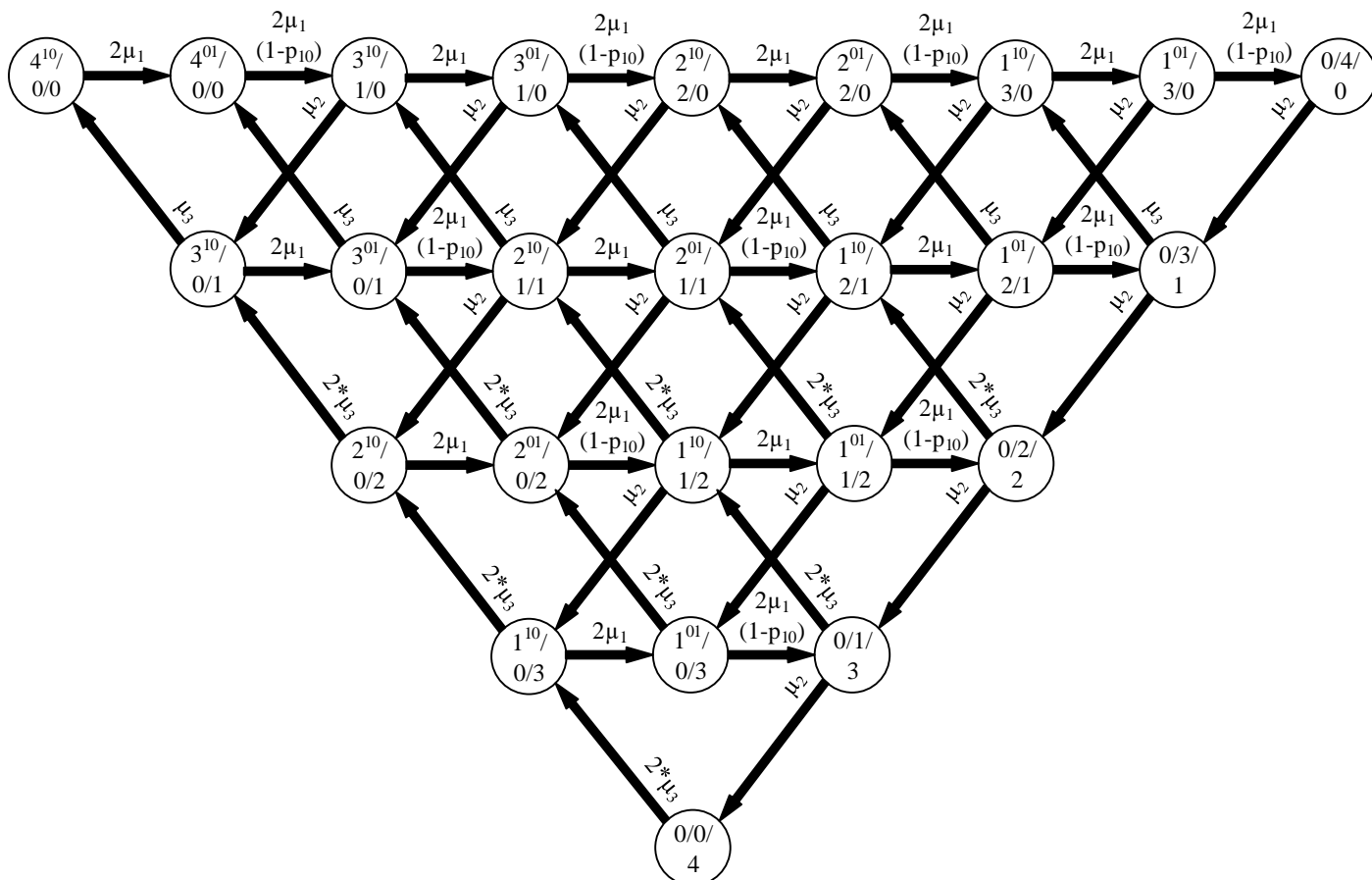
$$\mu_2=1/b_2 = 4$$

$$\mu_3=1/b_3 = 2$$

Перечень состояний для марковского процесса:

Номер состояния	Код	Номер состояния	Код
0	4/0/0	8	0/3/1
1	3/1/0	9	2/0/2
2	2/2/0	10	1/1/2
3	1/3/0	11	0/2/2
4	0/4/0	12	1/0/3
5	3/0/1	13	0/1/3
6	2/1/1	14	0/0/4
7	1/2/1		

3.2.2. неэкспоненциальной ЗСеМО (НЗСеМО), в которой длительность обслуживания заявок в одном из указанных узлов ЗСеМО распределена по закону Эрланга 2-го порядка (согласно варианту: 13 – нечетный).



Пояснение:

первое число означает количество заявок в первом узле

второе – количество заявок во втором

третье – количество заявок в третьем

Верхний индекс у первого числа означает соответствие экспоненциальному распределению (для реализации Эрланга 2-го порядка).

$$\mu_1 = 1/b_1 = 4$$

$$\mu_2 = 1/b_2 = 4$$

$$\mu_3 = 1/b_3 = 2.$$

$$b_1^{10} = b_1^{01} = b_1/2.$$

Перечень состояний для марковского процесса:

Номер состояния	Код	Номер состояния	Код
0	4 ¹⁰ /0/0	13	1 ¹⁰ /2/1
1	4 ⁰¹ /0/0	14	1 ⁰¹ /2/1
2	3 ¹⁰ /1/0	15	0/3/1
3	3 ⁰¹ /1/0	16	2 ¹⁰ /0/2
4	2 ¹⁰ /2/0	17	2 ⁰¹ /0/2
5	2 ⁰¹ /2/0	18	1 ¹⁰ /1/2
6	1 ¹⁰ /3/0	19	1 ⁰¹ /1/2
7	1 ⁰¹ /3/0	20	0/2/2
8	0/4/0	21	1 ¹⁰ /0/3
9	3 ¹⁰ /0/1	22	1 ⁰¹ /0/3
10	3 ⁰¹ /0/1	23	0/1/3
11	2 ¹⁰ /1/1	24	0/0/4

12	2 ⁰¹ /1/1		
----	----------------------	--	--

3.2.3. Разработка имитационных моделей разомкнутой СеМО

1) РСeМО-1 – разомкнутая сеть с экспоненциальным распределением длительностей обслуживания заявок в узлах и простейшим потоком заявок, поступающих в сеть

GPSS – модель:

```

UZEL_3 STORAGE 2
*****

GENERATE (EXPONENTIAL(13,0,1.316))
QUEUE Q_TOTAL
STATE_1 QUEUE Q_1
        QUEUE Q_TOT
        QUEUE Q_11
        SEIZE PR_1
        DEPART Q_1
        DEPART Q_TOT
        ADVANCE (EXPONENTIAL(13,0,.25))
        RELEASE PR_1
        DEPART Q_11
        TRANSFER 0.25,,FIN_ISH
STATE_2 QUEUE Q_2
        QUEUE Q_TOT
        QUEUE Q_21
        SEIZE PR_2
        DEPART Q_2
        DEPART Q_TOT
        ADVANCE (EXPONENTIAL(13,0,.25))
        RELEASE PR_2
        DEPART Q_21
STATE_3 QUEUE Q_3
        QUEUE Q_TOT
        QUEUE Q_31
        ENTER UZEL_3
        DEPART Q_3
        DEPART Q_TOT
        ADVANCE (EXPONENTIAL(13,0,.5))
        LEAVE UZEL_3
        DEPART Q_31
        TRANSFER ,STATE_1
FIN_ISH DEPART Q_TOTAL

TERMINATE 1

START 100000

```

2) РСeМО-2 – разомкнутая сеть с экспоненциальным распределением длительностей обслуживания заявок в узлах и детерминированным потоком заявок, поступающих в сеть

GPSS – модель:

```

UZEL_3 STORAGE 2
*****

GENERATE 1.316
QUEUE Q_TOTAL
STATE_1 QUEUE Q_1
        QUEUE Q_TOT
        QUEUE Q_11
        SEIZE PR_1
        DEPART Q_1
        DEPART Q_TOT
        ADVANCE (EXPONENTIAL(13,0,.25))
        RELEASE PR_1
        DEPART Q_11
        TRANSFER 0.25,,FIN_ISH

```

```

STATE_2  QUEUE Q_2
          QUEUE Q_TOT
          QUEUE Q_21
          SEIZE PR_2
          DEPART Q_2
          DEPART Q_TOT
          ADVANCE (EXPONENTIAL(13,0,.25))
          RELEASE PR_2
          DEPART Q_21
STATE_3  QUEUE Q_3
          QUEUE Q_TOT
          QUEUE Q_31
          ENTER UZEL_3
          DEPART Q_3
          DEPART Q_TOT
          ADVANCE (EXPONENTIAL(13,0,.5))
          LEAVE UZEL_3
          DEPART Q_31
          TRANSFER ,STATE_1
FIN_ISH  DEPART Q_TOTAL

          TERMINATE 1

```

START 100000

3) РСeMO-3 – разомкнутая сеть с неэкспоненциальным распределением (Эрланга 2-го порядка) длительности обслуживания заявок только в указанном узле (в том же, что и в марковской модели)

GPSS – модель:

```

UZEL_3   STORAGE   2
*****
          GENERATE (EXPONENTIAL(13,0,1.316))
          QUEUE Q_TOTAL
STATE_1  QUEUE Q_1
          QUEUE Q_TOT
          QUEUE Q_11
          SEIZE PR_1
          DEPART Q_1
          DEPART Q_TOT
          ADVANCE (EXPONENTIAL(13,0,.125)+EXPONENTIAL(13,0,.125))
          RELEASE PR_1
          DEPART Q_11
          TRANSFER 0.25,,FIN_ISH
STATE_2  QUEUE Q_2
          QUEUE Q_TOT
          QUEUE Q_21
          SEIZE PR_2
          DEPART Q_2
          DEPART Q_TOT
          ADVANCE (EXPONENTIAL(13,0,.25))
          RELEASE PR_2
          DEPART Q_21
STATE_3  QUEUE Q_3
          QUEUE Q_TOT
          QUEUE Q_31
          ENTER UZEL_3
          DEPART Q_3
          DEPART Q_TOT
          ADVANCE (EXPONENTIAL(13,0,.5))
          LEAVE UZEL_3
          DEPART Q_31
          TRANSFER ,STATE_1
FIN_ISH  DEPART Q_TOTAL

          TERMINATE 1

```

4. Проведение экспериментов на моделях

4.1. Расчет характеристик обслуживания заявок и изучение свойств СеМО на аналитических моделях

1) Расчет точных значений характеристик функционирования экспоненциальной ЗСеМО и РСеМО:

Точные значения характеристик ЗСеМО и РСеМО:

	Замкнутая СеМО				Разомкнутая СеМО			
	Уз. 1	Уз. 2	Уз. 3	Сеть	Уз. 1	Уз. 2	Уз. 3	Сеть
Загрузка [ρ]	0.760	0.570	0.570	-	0.760	0.570	0.570	-
Длина очереди заявок [l]	0.870	0.430	0.231	1.530	2.407	0.756	0.549	3.711
Число заявок [m]	1.629	1.000	1.371	4	3.167	1.326	1.689	6.181
Время ожидания [w]	0.286	0.188	0.101	2.013	0.791	0.331	0.240	4.883
Время пребывания [u]	0.536	0.438	0.601	5.263	1.041	0.581	0.740	8.133
Производительность [λ]	-	-	-	0.76	-	-	-	-

2) Изменяя число заявок в сети, определяем критическое число заявок, начиная с которого производительность ЗСеМО не изменяется с заданной точностью (прирост производительности не превосходит 1-5%).

Критическое число заявок – 6, прирост производительности при увеличении числа заявок – 3,6% и менее.

3) Анализируем сетевые характеристики функционирования СеМО при изменении числа заявок в ЗСеМО (см. Таблица (число заявок и интенсивность)).

4) Определяем узкое место и устраняем его:

Узкое место – первый узел. Устраним его, уменьшив среднее время обслуживания с 0,25 до 0,19. В таком случае загрузка всех узлов примерно уравниваются и соответственно равны 64%, 63% и 63%.

5) Определяем изменение сетевых характеристик ЗСеМО при устранении «узкого места» (см. Таблица (узкое место)).

6) Определяем предельную интенсивность поступления заявок в РСеМО, при которой в сети существует стационарный режим.

$$\lambda_0 < \min\left(\frac{K_1}{\alpha_1 b_1}, \frac{K_2}{\alpha_2 b_2}, \dots, \frac{K_n}{\alpha_n b_n}\right)$$

В нашем случае:

$$\lambda_0 < \min(1, 1,3, 1,3) = 1.$$

7) Анализируем сетевые характеристики функционирования РСеМО при изменении интенсивности входящего потока заявок от значения, при котором загрузка "узкого места" составляет 0,2 - 0,3, до значения, при котором его загрузка составляет 0,9 - 0,95 (см. Таблица (число заявок и интенсивность)).

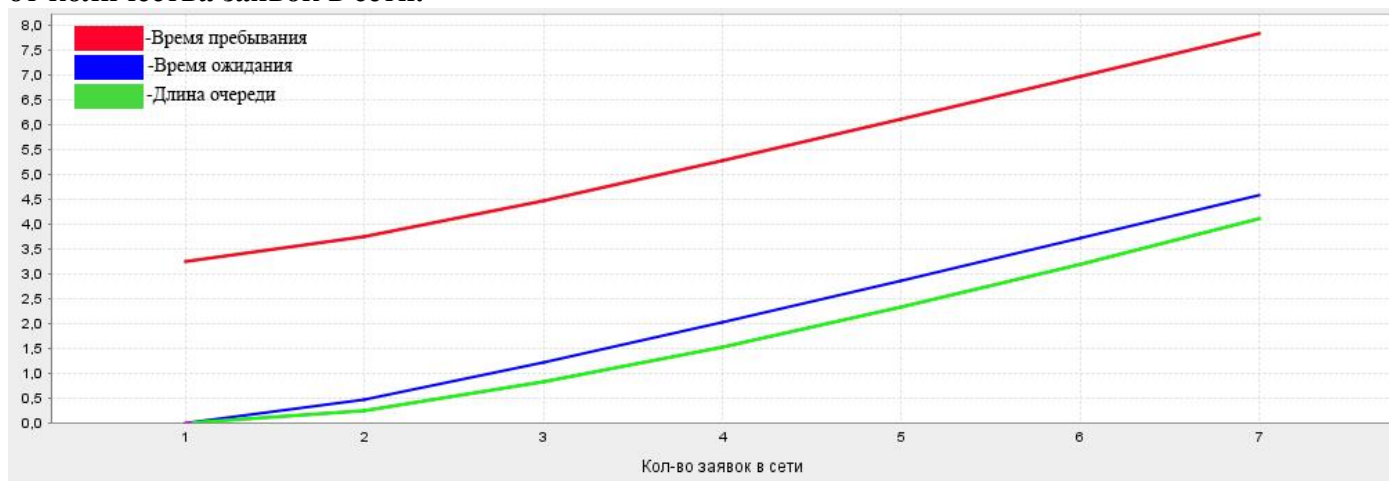
Число заявок и интенсивность:

	(Критич. число = 6) Число заявок в ЗСеМО						(Пред. интенсивность = 1) Интен. потока в РСемо					
	1	2	3	4	5	6	0.2	0.3	0.45	0.6	0.75	0.9
Длина очереди	0	0.258	0.815	1.530	2.336	3.198	0.083	0.218	0.627	1.497	3.494	10.632
Число заявок	1	2	3	4	5	6	0.733	1.193	2.089	3.447	5.931	13.557
Время ожидания	0	0.481	1.211	2.013	2.850	3.709	0.417	0.726	1.393	2.495	4.659	11.813
Время	3.25	3.731	4.461	5.263	6.100	6.959	3.667	3.976	4.643	5.745	7.909	15.063
Производительность	0.301	0.536	0.672	0.760	0.820	0.862	-	-	-	-	-	-

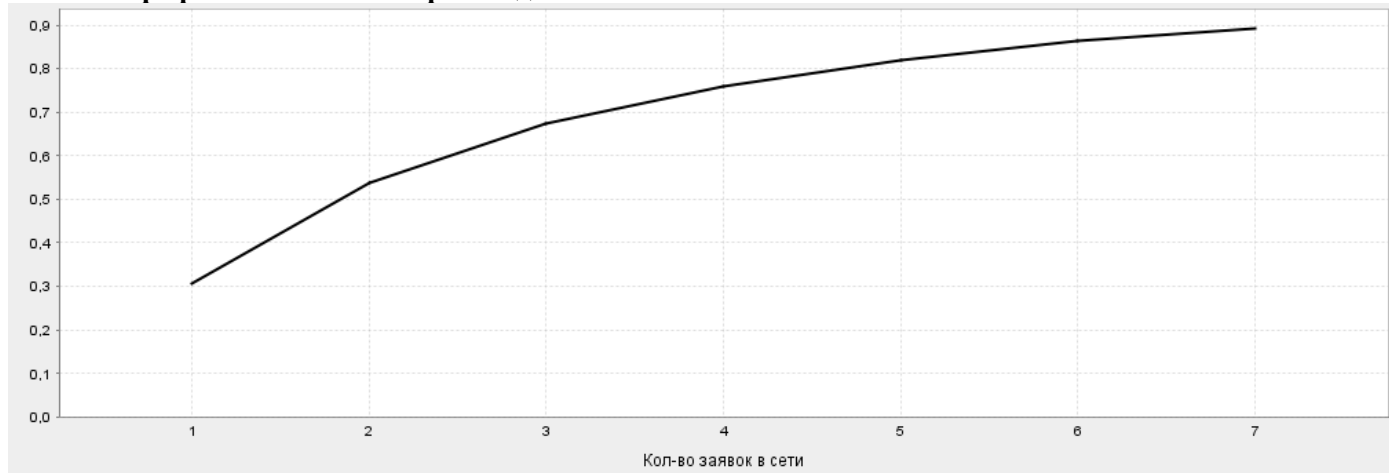
Узкое место:

	(Критич. число = 6) Число заявок в ЗСеМО			
	Old 4	New 4	Old 6	New
Длина очереди	1.530	1.443	3.198	3.065
Число заявок	4	4	6	6
Время ожидания	2.013	1.698	3.709	3.142
Время пребывания	5.263	4.708	6.959	6.152
Производительность	0.760	0.850	0.862	0.975

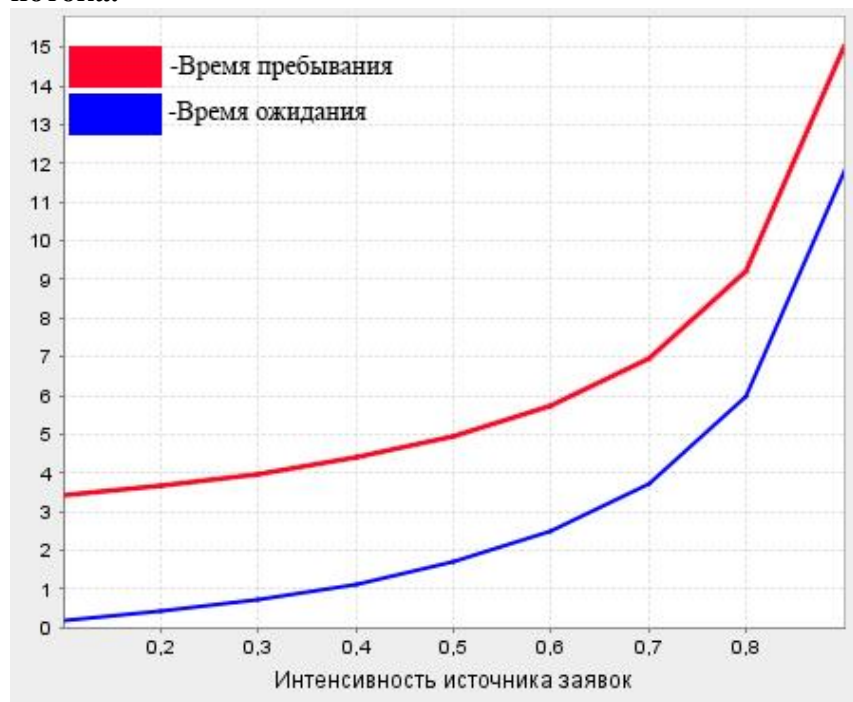
ЗСеМО. График зависимости времени ожидания, пребывания и количества заявок в очередях от количества заявок в сети.



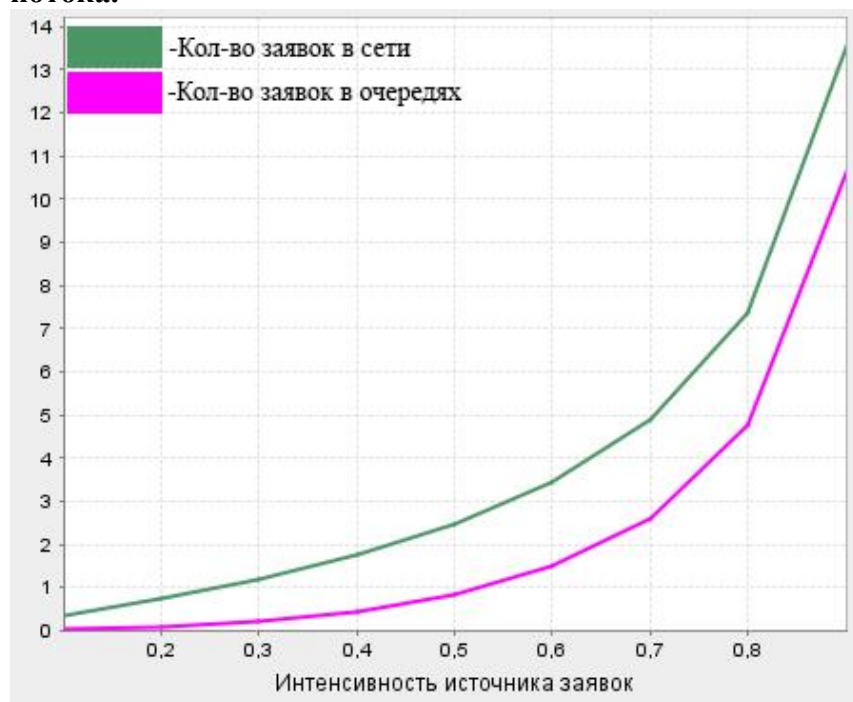
ЗСеМО. График зависимости производительности от количества заявок в сети.



РСеМО. График зависимости времени ожидания и пребывания от интенсивности входного потока.



РСеМО. График зависимости количества заявок в очередях и сети от интенсивности входного потока.



4.2. Расчет характеристик обслуживания заявок ЗСеМО на марковских моделях с использованием программы MARK

Матрица интенсивностей переходов для экспоненциальной ЗСеМО:

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0		3													
1			3					4							
2				3					4						
3					3					4					
4											4				
5	2						3								
6		2						3		4					
7			2						3		4				
8				2								4			
9						4					3				
10							4					3	4		
11								4						4	
12										4				3	
13											4				4
14													4		

Матрица интенсивностей переходов для неэкспоненциальной ЗСеМО:

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
0		8																							
1			6																						
2				8						4															
3					6						4														
4						8						4													
5							6						4												
6								8						4											
7									6						4										
8																4									
9	2										8														
10		2										6													
11			2										8				4								
12				2										6				4							
13					2										8				4						
14						2										6				4					
15							2														4				
16										4								8							
17											4								6						
18												4								8		4			
19													4								6		4		
20														4											4
21																	4						8		
22																		4						6	
23																			4						4
24																						4			

	Экспоненциальная ЗСеМО				Неэкспоненциальная ЗСеМО			
	Уз. 1	Уз. 2	Уз. 3	Сеть	Уз. 1	Уз. 2	Уз. 3	Сеть
Загрузка [ρ]	0.760	0.570	0.570	-	0.733	0.628	0.628	-
Длина очереди заявок [l]	0.870	0.430	0.231	1.530	0.646	0.457	0.579	1.382
Число заявок [m]	1.629	1.000	1.371	-	1.379	1.085	1.343	-
Время ожидания [w]	0.286	0.189	0.101	2.013	0.193	0.182	0.111	1.650
Время пребывания [u]	0.536	0.439	0.601	5.263	0.412	0.432	0.534	4.545
Производительность [λ]	-	-	-	0.76	-	-	-	0.733

В результате сравнения характеристик двух СеМО мы видим, что средняя длина очереди, время ожидания и время пребывания в неэкспоненциальной СеМО меньше, чем в экспоненциальной.

4.3 Проведение имитационных экспериментов на GPSS-моделях

При количестве транзактов равном 100000 относительные погрешности величин менее 1%

Длительность моделирования: 8с

Количество транзактов: 100000

Характеристики СеМО	PCeMO-1				PCeMO-2			
	Узловые			Сетевые	Узловые			Сетевые
	У1	У2	У3		У1	У2	У3	
Загрузка	0,755	0,564	0,566	-	0,753	0,567	0,565	-
	0,7%	1,1%	0,7%	-	0,9%	0,5%	0,9%	-
Длина очереди	2,353	0,740	0,533	3,626	1,488	0,601	0,410	2,499
	2,2%	2,1%	2,9%	2,3%	38,2%	20,5%	2,9%	33,4%
Число заявок	3,108	1,305	1,665	6,077	2,242	1,167	1,54	4,95
	1,9%	1,6%	1,4%	1,7%	29,2%	12,0%	8,8%	19,9%
Время ожидания	0,778	0,327	0,235	4,798	0,492	0,265	0,181	3,306
	1,6%	1,2%	2,1%	1,7%	37,8%	19,9%	24,6%	32,3%
Время пребывания	1,028	0,576	0,736	7,999	0,741	0,516	0,68	6,514
	1,2%	0,9%	0,5%	1,6%	28,8%	11,2%	8,1%	19,9%

Характеристики СеМО	PCeMO-3			
	Узловые			Сетевые
	У1	У2	У3	
Загрузка	0,755	0,564	0,565	-
	0,7%	1,1%	0,9%	-
Длина очереди	1,962	0,604	0,479	3,046
	18,5%	20,1%	12,8%	17,9%
Число заявок	2,717	1,169	1,609	5,495
	14,2%	11,8%	4,7%	11,1%
Время ожидания	0,649	0,267	0,212	4,033
	18,0%	19,3%	11,7%	17,4%
Время пребывания	0,899	0,516	0,711	7,233
	13,6%	11,2%	3,9%	11,1%

Минимальное число транзактов (заявок), обеспечивающее приемлемую точность результатов (погрешность в пределах 5%) находится в пределах 100000.

При детерминированном интервале между заявками (РСМО2), характеристики сети значительно улучшились, т.к. детерминированное значение интервала между заявками снижает вероятность появления очередей, поэтому уменьшаются и времена ожидания и пребывания.

При изменении экспоненциального распределения длительности обслуживания на распределение Эрланга характеристики также улучшаются, а происходит это из-за того, что распределение Эрланга ближе по параметрам к детерминированному распределению.

5. Вывод:

В результате экспериментов получаем, что наиболее точные результаты дает метод аналитического моделирования. Численный метод дает результаты очень близкие к аналитическому, но их погрешность обусловлена заменой сложных математических формул и отношений более простыми, а также погрешностью округления при выполнении расчетов. Имитационное моделирование дает менее точные результаты, чем аналитическое, так как точность результатов зависит от количества транзактов проходящих через моделируемую систему.