Университет ИТМО
Кафедра вычислительной техники

Моделирование

Домашнее задание 1

Вариант 31/10

Выполнил:
студент гр. P3315
Фомин Евгений

Санкт-Петербург
2015

1 Цель работы

Изучение метода Марковских случайных процессов и его применение для исследования простейших моделей — систем массового обслуживания (СМО) с однородным потоком заявок.

1.1 Исходные данные

Система №1:

- 2 обслуживающих прибора;
- емкость накопителя 2/2

Система №2:

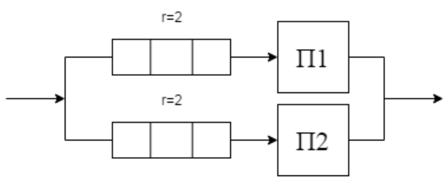
- 2 обслуживающих прибора;
- емкость накопителя 6.

Параметры загрузки:

- интенсивность потока $\lambda = 0.1$ 1/с;
- средняя длительность обслуживания В = 2 с
- вероятности занятия прибора:
  - П1 = 0.6;
  - П2 = 0.4.

Критерий эффективности — максимальная производительность системы.

2 Система №1



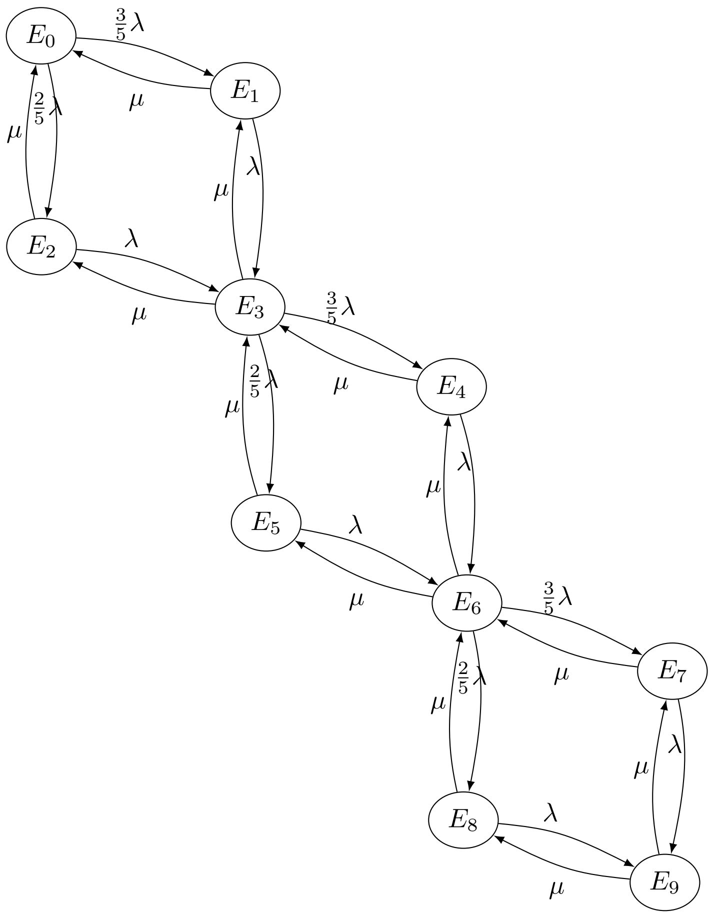
2.1 Кодирование состояний Марковского процесса

Для описания состояний будем использовать распределение заявок между приборами и накопителями. Закодируем состояния следующим образом: $(\Pi_1/\text{O}_1, \Pi_2/\text{O}_2)$, где O_i — количество заявок к прибору i, Π_1 и Π_2 — состояния приборов 1 и 2 соответственно (0 — прибор свободен, 1 — прибор обрабатывает заявку).

1. E_0 (0/0, 0/0);

2. E_1 (1/0, 0/0);
3. E_2 (0/0, 1/0);
4. E_3 (1/0, 1/0);
5. E_4 (1/1, 1/0);
6. E_5 (1/0, 1/1);
7. E_6 (1/1, 1/1);
8. E_7 (1/2, 1/1);
9. E_8 (1/1, 1/2);
10. E_9 (1/2, 1/2);

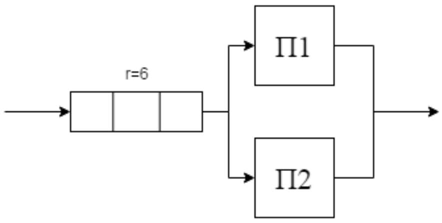
2.2 Размеченный граф переходов случайного процесса



2.3 Матрица интенсивностей переходов

E_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	$-\lambda$	$\frac{3}{5}\lambda$	$\frac{2}{5}\lambda$	0	0	0	0	0	0	0
1	μ	$-(\lambda+\mu)$	0	λ	0	0	0	0	0	0
2	μ	0	$-(\lambda+\mu)$	λ	0	0	0	0	0	0
3	0	μ	μ	$-(2\mu+\lambda)$	$\frac{3}{5}\lambda$	$\frac{2}{5}\lambda$	0	0	0	0
4	0	0	0	μ	$-(\lambda+\mu)$	0	λ	0	0	0
5	0	0	0	μ	0	$-(\lambda+\mu)$	λ	0	0	0
6	0	0	0	0	μ	μ	$-(2\mu+\lambda)$	$\frac{3}{5}\lambda$	$\frac{2}{5}\lambda$	0
7	0	0	0	0	0	0	μ	$-(\lambda+\mu)$	0	λ
8	0	0	0	0	0	0	μ	0	$-(\lambda+\mu)$	λ
9	0	0	0	0	0	0	0	μ	μ	-2μ

3 Система №2

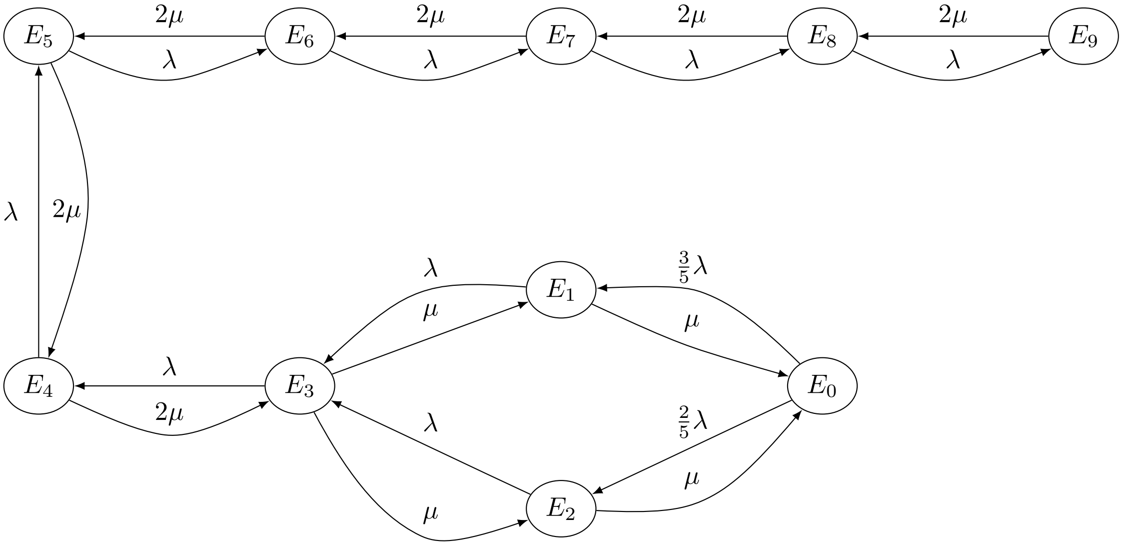


3.1 Кодирование состояний марковского процесса

Так как накопитель общий, а приборы одинаковые, состояния можно представить следующим образом: (П/О) — количество занятых приборов и длина очереди соответственно.

1. E_0: (0/0)
2. E_1: (1/0) (Занят первый прибор)
3. E_2: (1/0) (Занят второй прибор)
4. E_3: (2/0)
5. E_4: (2/1)
6. E_5: (2/2)
7. E_6: (2/3)
8. E_7: (2/4)
9. E_8: (2/5)
10. E_9: (2/6)

3.2 Размеченный граф переходов случайного процесса



3.3 Матрица интенсивностей перехода

E_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	$-\lambda$	$\frac{3}{5}\lambda$	$\frac{2}{5}\lambda$	0	0	0	0	0	0	0
1	μ	$-(\lambda+\mu)$	0	λ	0	0	0	0	0	0
2	μ	0	$-(\lambda+\mu)$	λ	0	0	0	0	0	0
3	0	μ	μ	$-(\lambda+2\mu)$	λ	0	0	0	0	0
4	0	0	0	2μ	$-(\lambda+2\mu)$	λ	0	0	0	0
5	0	0	0	0	2μ	$-(\lambda+2\mu)$	λ	0	0	0
6	0	0	0	0	0	2μ	$-(\lambda+2\mu)$	λ	0	0
7	0	0	0	0	0	0	2μ	$-(\lambda+2\mu)$	λ	0
8	0	0	0	0	0	0	0	2μ	$-(\lambda+2\mu)$	λ
9	0	0	0	0	0	0	0	0	2μ	-2μ

4 Расчетные таблицы

4.1 Расчет вероятностей

E_i	Система 1	Система 2
0	0.8167	0.8182
1	0.0953	0.0955
2	0.0681	0.0682
3	0.0163	0.0164
4	0.0019	0.0016
5	0.0014	0.0002
6	0.0003	0.0000
7	0.0000	0.0000
8	0.0000	0.0000
9	0.0000	0.0000

4.2 Расчет характеристик СМО

Хар – ка	Формула	Система 1	Система 2
Нагрузка	$y = \lambda/\mu$	0.2	0.2
Загрузка	$\rho = 1 - p_0$	0.1833	0.1818
Коэффициент простоя	$\eta = p_0$	0.8167	0.8182
Среднее число заявок в очереди	$l = \sum_{k=2}^{r+1}(k-1)p_k$	0.2255	0.1058
Среднее число заявок в системе	$m = l + \rho$	0.4088	0.2876
Вероятность потери заявок	$\pi = p_{r+1}$	0	0
Производительность системы	$\lambda' = \lambda(1-\pi)$	0.1	0.1
Интенсивность потока потерянных заявок	$\lambda'' = \lambda\pi$	0	0
Среднее время ожидания заявок	$w = l/\lambda'$	2.255	1.058
Среднее время пребывания заявок	$u = m/\lambda'$	4.088	2.876

5 Вывод

В ходе работы были рассчитаны основные характеристики двух СМО. Если принять за критерий эффективности производительность системы, то эффективными являются обе системы.