

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ  
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ**

**КАФЕДРА ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ**

**Домашняя работа №1  
По курсу «Моделирование»**

**Студент:**

Хабаров Ю.А.

Гр. Р3301

**Преподаватель:**

Муравьева-Витковская Л.А.

Санкт-Петербург, 2015

## **Цель работы**

Изучение метода Марковских случайных процессов и его применение для исследования простейших моделей – систем массового обслуживания (СМО) с однородным потоком заявок.

## **Этапы исследования**

1. Разработка Марковских моделей исследуемых систем
2. Освоение программы по расчету Марковских моделей
3. Проведение расчетов по разработанным моделям и обработка результатов
4. Анализ полученных результатов
5. Выбор наилучшего варианта организации системы из двух вариантов в соответствии с заданным критерием эффективности

## **Исходные данные**

Вариант 21/1

Система 1:

$P=2; E_n=0/4$

Система 2:

$P=3; E_n=0/0/1$

Критерием эффективности служит максимальная производительность системы.

Интенсивность потока заявок –  $\lambda=0.1$  (1/с)

Средняя длительность обслуживания –  $V=25$  (с)

Вероятность занятия прибора –  $P_1=1/3, P_2=1/3, P_3=1/3$

## **Описание исследуемой системы**

### Система 1:

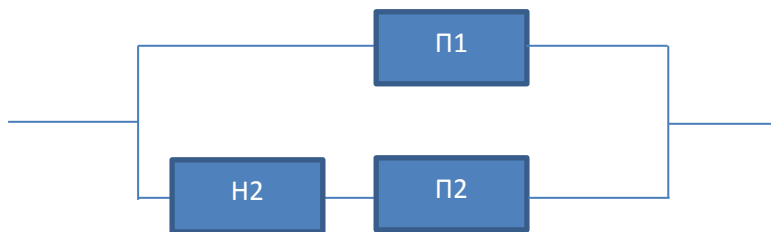
Система содержит два обслуживающих прибора П1, П2 (двухканальная). Поток поступающих заявок однородный. Длительность обслуживания заявок в приборе – случайная величина. Перед вторым прибором имеется накопитель Н2 для заявок ограниченной ёмкости ( $EH=4$ ).

### Система 2:

Система содержит три обслуживающих прибора П1, П2, П3 (трехканальная). Поток поступающих заявок однородный. Длительность обслуживания заявок в приборе – случайная величина. Перед третьим прибором имеется накопитель Н3 для заявок ограниченной ёмкости ( $EH=1$ ).

## Рассмотрим первую систему

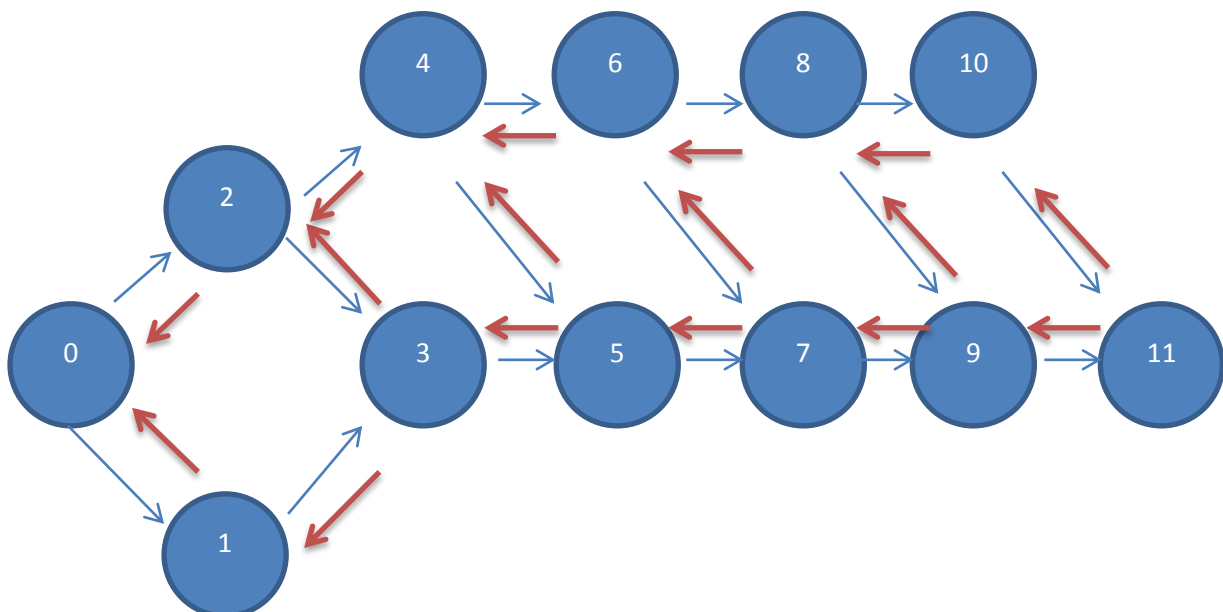
Ёмкость накопителя равна 4.



### Перечень состояний

- Без заявок
- П1
- П2
- П1+П2
- П2+Н2
- П1+П2+Н2
- П2+2\*Н2
- П1+П2+2\*Н2
- П2+3\*Н2
- П1+П2+3\*Н2
- П2+4\*Н2
- П1+П2+4\*Н2

Заявок в системе	Состояние	П1	Н2	П2
0	0	0	0	0
1	1	1	0	0
	2	0	0	1
2	3	1	0	1
	4	0	1	1
3	5	1	1	1
	6	0	2	1
4	7	1	2	1
	8	0	3	1
5	9	1	3	1
	10	0	4	1
6	11	1	4	1

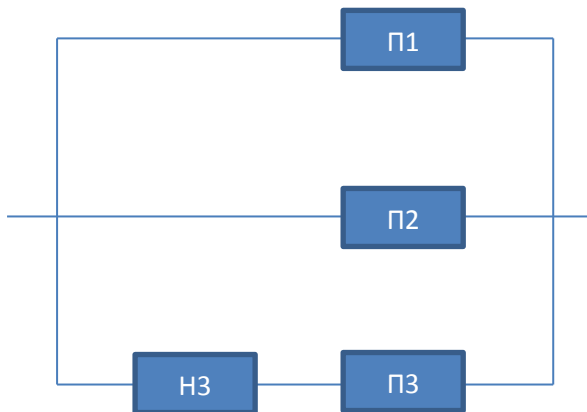


## Матрица интенсивностей переходов

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0		$0.33\lambda$	$0.67\lambda$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	$\mu$		0	$0.67\lambda$	0	0	0	0	0	0	0	0
2	$\mu$	0		$0.33\lambda$	$0.67\lambda$	0	0	0	0	0	0	0
3	0	$\mu$	$\mu$		0	$0.67\lambda$	0	0	0	0	0	0
4	0	0	$\mu$	0		$0.33\lambda$	$0.67\lambda$	0	0	0	0	0
5	0	0	0	$\mu$	$\mu$		0	$0.67\lambda$	0	0	0	0
6	0	0	0	0	$\mu$	0		$0.33\lambda$	$0.67\lambda$	0	0	0
7	0	0	0	0	0	$\mu$	$\mu$		0	$0.67\lambda$	0	0
8	0	0	0	0	0	0	$\mu$	0		$0.33\lambda$	$0.67\lambda$	0
9	0	0	0	0	0	0	0	$\mu$	$\mu$		0	$0.67\lambda$
10	0	0	0	0	0	0	0	0	$\mu$	0		$0.33\lambda$
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\mu$	$\mu$	

## Рассмотрим вторую систему

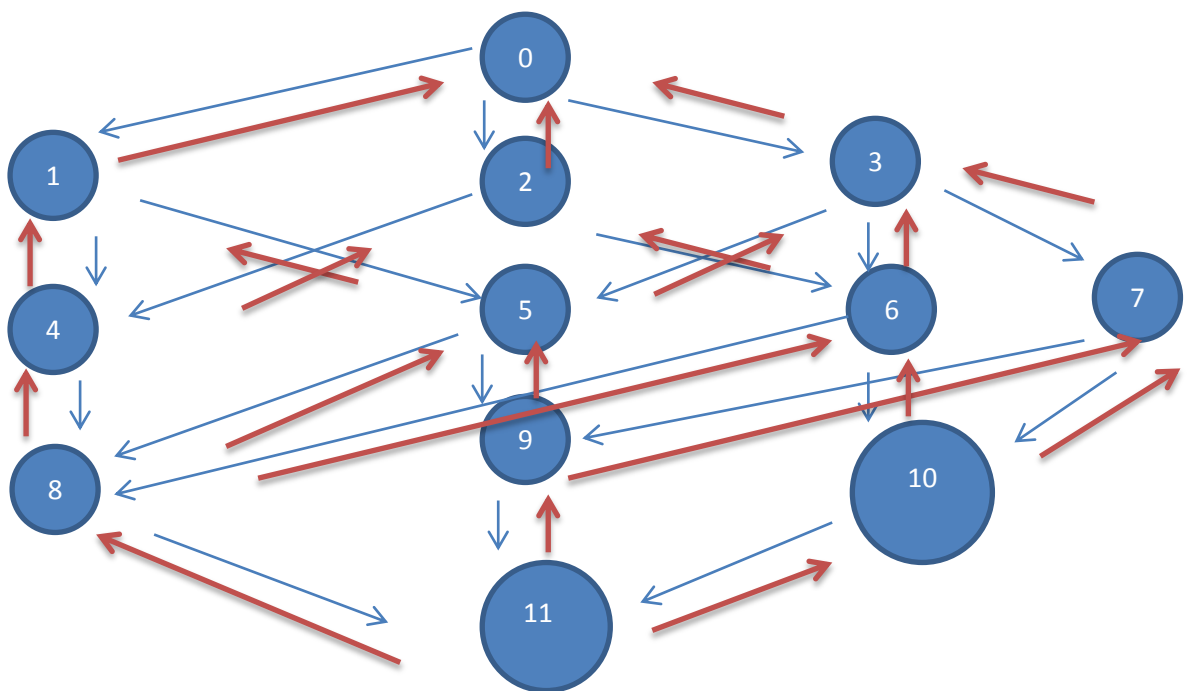
Ёмкость накопителя равна 1.



## Перечень состояний

- Без заявок
- П1
- П2
- П3
- П1+П2
- П1+П3
- П2+П3
- П3+НЗ
- П1+П2+П3
- П1+П3+НЗ
- П2+П3+НЗ
- П1+П2+П3+НЗ

Заявок в системе	Состояние	П1	П2	Н3	П3
0	0	0	0	0	0
1	1	1	0	0	0
	2	0	1	0	0
	3	0	0	0	1
2	4	1	1	0	0
	5	1	0	0	1
	6	0	1	0	1
	7	0	0	1	1
3	8	1	1	0	1
	9	1	0	1	1
	10	0	1	1	1
4	11	1	1	1	1



### Матрица интенсивностей переходов

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0		0.33λ	0.33λ	0.33λ	0	0	0	0	0	0	0	0
1	μ		0	0	0.33λ	0.33λ	0	0	0	0	0	0
2	μ	0		0	0.33λ	0	0.33λ	0	0	0	0	0
3	μ	0	0		0	0.33λ	0.33λ	0.33λ	0	0	0	0
4	0	μ	μ	0		0	0	0	0.33λ	0	0	0
5	0	μ	0	μ	0		0	0	0.33λ	0.33λ	0	0
6	0	0	μ	μ	0	0		0	0.33λ	0	0.33λ	0
7	0	0	0	μ	0	0	0		0	0.33λ	0.33λ	0
8	0	0	0	0	μ	μ	μ	0		0	0	0.33λ
9	0	0	0	0	0	μ	0	μ	0		0	0.33λ
10	0	0	0	0	0	0	μ	μ	0	0		0.33λ
11	0	0	0	0	0	0	0	0	μ	μ	μ	

## Значения стационарных вероятностей

Номер состояния	Система 1		Система 2	
	Обозначение	Вероятность	Обозначение	Вероятность
0	0	0.0175	0	0.1198
1	1	0.0145	1	0.0989
2	2	0.0294	2	0.0989
3	3	0.0242	3	0.0989
4	4	0.0492	4	0.0816
5	5	0.0406	5	0.0816
6	6	0.0824	6	0.0816
7	7	0.068	7	0.0816
8	8	0.1381	8	0.0673
9	9	0.1139	9	0.0673
10	10	0.2313	10	0.0673
11	11	0.1908	11	0.0555

**Формулы, используемые для расчета характеристик системы и значения характеристик системы, сведенные в таблицы**

Система 1:

Характеристика	Прибор	Расчетная формула	Значения
Нагрузка ( $\gamma$ )	П1	$\gamma_1 = \rho_1 * \lambda * b$	0.825
	П2	$\gamma_2 = \rho_2 * \lambda * b$	1.675
	Сумм.	$\gamma = \lambda * b$	2.5
Загрузка ( $\rho$ )	П1	$\rho_1 = P_1 + P_3 + P_5 + P_7 + P_9 + P_{11}$	0.452
	П2	$\rho_2 = P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 + P_7 + P_8 + P_9 + P_{10} + P_{11}$	0.9679
	Сумм.	$\rho = (\rho_1 + \rho_2) / 2$	0.70995
Длина очереди (L)	П1	-	0
	П2	$L_2 = P_4 + P_5 + 2 * P_6 + 2 * P_7 + 3 * P_8 + 3 * P_9 + 4 * P_{10} + 4 * P_{11}$	2.835
	Сумм.	$L = L_2 = P_4 + P_5 + 2 * P_6 + 2 * P_7 + 3 * P_8 + 3 * P_9 + 4 * P_{10} + 4 * P_{11}$	2.835
Число заявок (m)	П1	$m_1 = L_1 + \rho_1$	0.452
	П2	$m_1 = L_2 + \rho_2$	3.8029
	Сумм.	$m = m_1 + m_2$	4.2549
Время ожидания ( $\omega$ )	П1	-	0
	П2	$\omega_2 = L_2 / \lambda' 2$	59.00138
	Сумм.	$\omega = L / \lambda'$	36.16164
Время пребывания (v)	П1	$v_1 = \omega_1 + b$	25
	П2	$v_2 = \omega_2 + b$	84.00138
	Сумм.	$v = m / \lambda' = \omega + b$	61.16164
Вероятность потери ( $\pi$ )	П1	$\pi_1 = \sum \rho_1 * P(\max k(\text{П1}))$	0.1492
	П2	$\pi_2 = \sum \rho_2 * P(\max k(\text{П2}))$	0.28284
	Сумм.	$\pi = (\pi_1 + \pi_2) / 2$	0.21602
Производительность ( $\lambda'$ )	П1	$\lambda' 1 = \lambda * \rho_1 * (1 - \pi_1)$	0.028076
	П2	$\lambda' 2 = \lambda * \rho_2 * (1 - \pi_2)$	0.04805
	Сумм.	$\lambda' = \lambda * (1 - \pi)$	0.078398

## Система 2:

Характеристика	Прибор	Расчетная формула	Значения
Нагрузка ( $\gamma$ )	П1	$\gamma_1 = \rho_1 * \lambda * b$	0.825
	П2	$\gamma_2 = \rho_2 * \lambda * b$	0.825
	П3	$\gamma_3 = \rho_3 * \lambda * b$	0.825
	Сумм.	$\gamma = \lambda * b$	2.5
Загрузка ( $\rho$ )	П1	$\rho_1 = P_1 + P_4 + P_5 + P_8 + P_9 + P_{11}$	0.4522
	П2	$\rho_2 = P_2 + P_4 + P_6 + P_8 + P_{10} + P_{11}$	0.4522
	П3	$\rho_3 = P_3 + P_5 + P_6 + P_7 + P_8 + P_9 + P_{10} + P_{11}$	0.6011
	Сумм.	$\rho = (\rho_1 + \rho_2 + \rho_3) / 3$	0.501833
Длина очереди (L)	П1	-	0
	П2	-	0
	П3	$L_3 = P_7 + P_9 + P_{10} + P_{11}$	0.2717
	Сумм.	$L = L_3 = P_7 + P_9 + P_{10} + P_{11}$	0.2717
Число заявок (m)	П1	$m_1 = L_1 + \rho_1$	0.4522
	П2	$m_2 = L_2 + \rho_2$	0.4522
	П3	$m_3 = L_3 + \rho_3$	0.8728
	Сумм.	$m = m_1 + m_2 + m_3$	1.7772
Время ожидания ( $\omega$ )	П1	-	0
	П2	-	0
	П3	$\omega_3 = L_3 / \lambda' 3$	9.043246
	Сумм.	$w = L / \lambda'$	4.440362
Время пребывания ( $v$ )	П1	$v_1 = \omega_1 + b$	25
	П2	$v_2 = \omega_2 + b$	25
	П3	$v_3 = \omega_3 + b$	34.04325
	Сумм.	$v = m / \lambda' = \omega + b$	28.12036
Вероятность потери ( $\pi$ )	П1	$\pi_1 = \sum \rho_1 * P(\max k(\text{П1}))$	0.14912
	П2	$\pi_2 = \sum \rho_2 * P(\max k(\text{П2}))$	0.14912
	П3	$\pi_3 = \sum \rho_3 * P(\max k(\text{П3}))$	0.08956
	Сумм.	$\pi = (\pi_1 + \pi_2 + \pi_3) / 2$	0.129267
Производительность ( $\lambda'$ )	П1	$\lambda' 1 = \lambda * \rho_1 * (1 - \pi_1)$	0.028079
	П2	$\lambda' 2 = \lambda * \rho_2 * (1 - \pi_2)$	0.028079
	П3	$\lambda' 3 = \lambda * \rho_3 * (1 - \pi_3)$	0.030045
	Сумм.	$\lambda' = \lambda * (1 - \pi)$	0.087073



## Сравнение характеристик систем

Характеристика	Прибор	Система 1	Система 2
Нагрузка ( $\gamma$ )	П1	0.825	0.825
	П2	1.675	0.825
	П3		0.825
	Сумм.	2.5	2.5
Загрузка ( $\rho$ )	П1	0.452	0.4522
	П2	0.9679	0.4522
	П3		0.6011
	Сумм.	0.70995	0.501833
Длина очереди ( $L$ )	П1	0	0
	П2	2.835	0
	П3		0.2717
	Сумм.	2.835	0.2717
Число заявок ( $m$ )	П1	0.452	0.4522
	П2	3.8029	0.4522
	П3		0.8728
	Сумм.	4.2549	1.7772
Время ожидания ( $\omega$ )	П1	0	0
	П2	59.00138	0
	П3		9.043246
	Сумм.	36.16164	4.440362
Время пребывания ( $\nu$ )	П1	25	25
	П2	84.00138	25
	П3		34.04325
	Сумм.	61.16164	28.12036
Вероятность потери ( $\pi$ )	П1	0.1492	0.14912
	П2	0.28284	0.14912
	П3		0.08956
	Сумм.	0.21602	0.129267
Производительность ( $\lambda'$ )	П1	0.028076	0.028079
	П2	0.04805	0.028079
	П3		0.030045
	Сумм.	0.078398	0.087073

### Обоснование выбора наилучшего варианта организации системы в соответствии с заданным критерием эффективности

Вторая система оказалась лучше первой по максимальной производительности, превысив по этому показателю её на 0.009. Кроме этого, первая система значительно уступает второй по длине очереди, времени ожидания, вероятности потери и времени пребывания.