

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ, МЕХАНИКИ И ОПТИКИ**

КАФЕДРА ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ

**Домашняя работа №2
По курсу «Моделирование»**

Студент:

Хабаров Ю.А.

Гр. Р3301

Преподаватель:

Муравьева-Витковская Л.А.

Санкт-Петербург, 2015

Цель работы

Изучение метода Марковских случайных процессов и его применение для исследования приоритетных моделей – систем массового обслуживания (СМО) с неоднородным потоком заявок.

Этапы исследования

1. Построение и описание исследуемой системы массового обслуживания
2. Разработка Марковской модели исследуемой системы
3. Проведение расчетов разработанной модели и получение результатов
4. Анализ полученных результатов
5. Детальный анализ зависимостей характеристик системы при изменении нагрузки

Исходные данные

Вариант 21/1

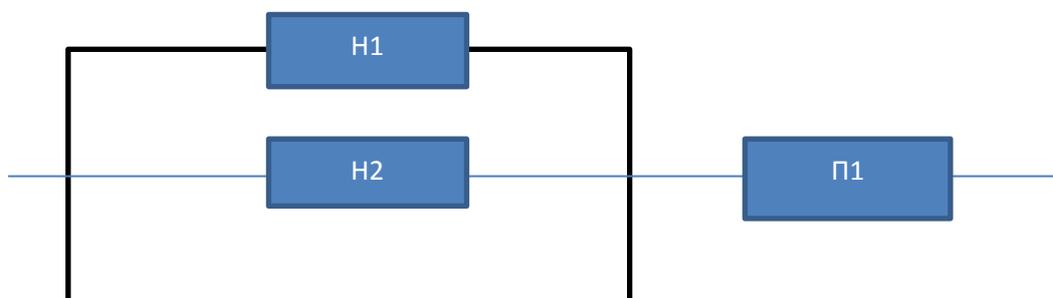
$K=3$; $P=1$; $EH=1/1/0$; $ДО=ОП$; $ПНП=1-2-3$; $ДБ=(в)$

Интенсивность потока заявок:

- $\lambda_1=0.1$ (1/с);
- $\lambda_2=0.2$ (1/с);
- $\lambda_3=0.2$ (1/с)

Средняя длительность обслуживания:

- $b_1=4.0$ (с);
- $b_2=2.0$ (с);
- $b_3=1.0$ (с)



Описание исследуемой системы

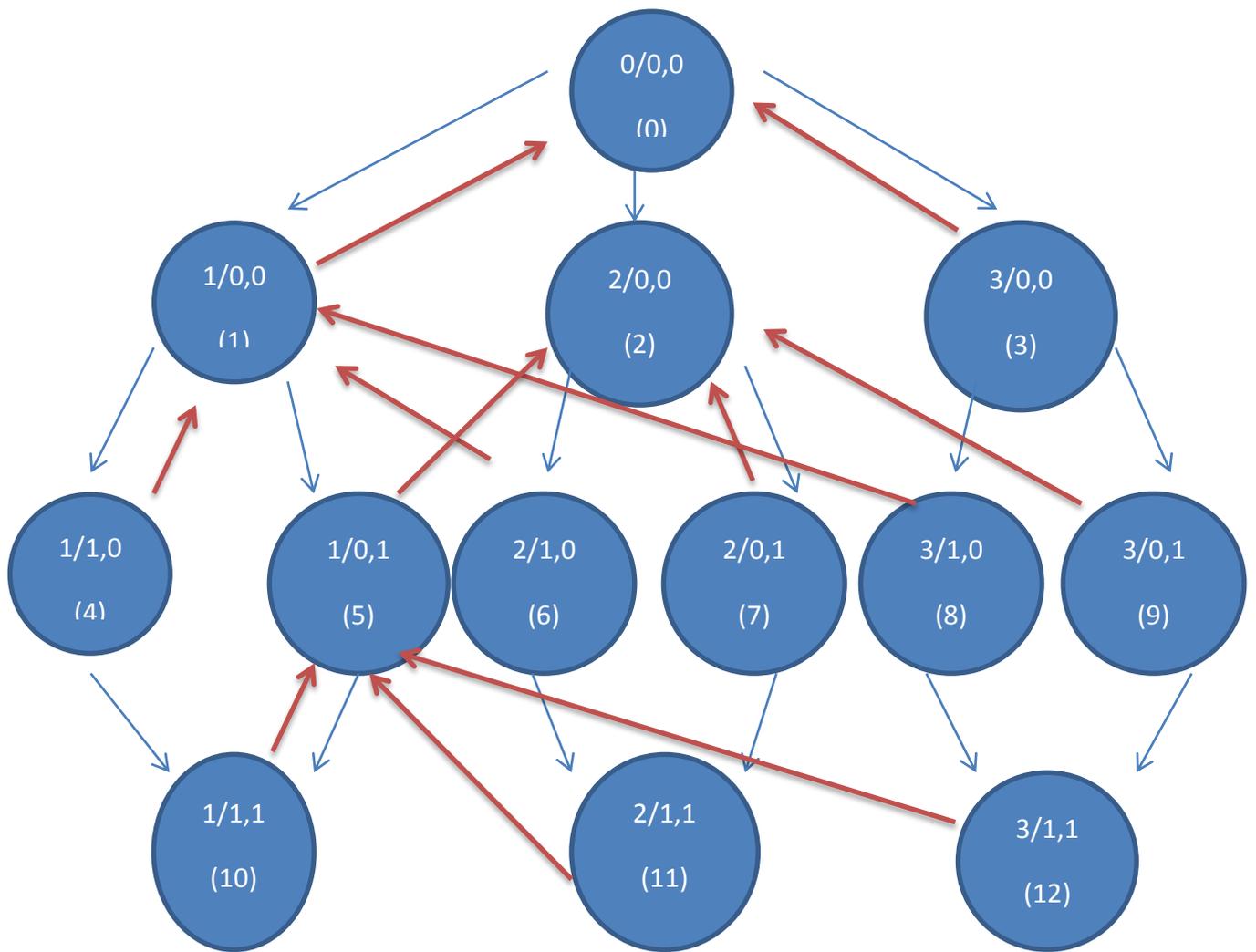
Одноканальная система с одним обслуживающим прибором, имеющая неоднородный (3 класса) поток заявок. Для заявок 1 и 2 классов имеются накопители Н1 и Н2 соответственно, с емкостями $E_H=1$; Обслуживание с относительными приоритетами выглядит следующим образом: 1 класс имеет приоритет над 2, 2 имеет приоритет над 3. Что касается дисциплины буферизации, то поступающая заявка любого класса при отсутствии свободного места в накопителе данного класса теряется.

Перечень состояний марковского процесса для исследуемой системы

1. (0/0,0) - нет заявок
2. (1/0,0) – П1 - 1
3. (2/0,0) – П1 - 2
4. (3/0,0) – П1 - 3
5. (1/1,0) – П1 - 1; Н1 - 1
6. (1/0,1) – П1 - 1; Н2 - 2
7. (2/1,0) – П1 - 2; Н1 - 1
8. (2/0,1) – П1 - 2; Н2 - 2
9. (3/1,0) – П1 - 3; Н1 - 1
- 10.(3/0,1) – П1 - 3; Н2 - 2
- 11.(1/1,1) – П1 - 1; Н1 - 1; Н2 - 2;
- 12.(2/1,1) – П1 - 2; Н1 - 1; Н2 - 2;
- 13.(3/1,1) – П1 - 3; Н1 - 1; Н2 - 2;

Заявок в системе	в Состояние	П1 (тип заявки)	Н1 (количество)	Н2 (количество)
0	0	0	0	0
1	1	1	0	0
	2	2	0	0
	3	3	0	0
2	4	1	1	0
	5	1	0	1
	6	2	1	0
	7	2	0	1
	8	3	1	0
	9	3	0	1
3	10	1	1	1
	11	2	1	1
	12	3	1	1

Граф



Матрица интенсивностей переходов

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	*	0.1	0.2	0.2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0.25	*	0	0	0.1	0.2	0	0	0	0	0	0	0
2	0.5	0	*	0	0	0	0.1	0.2	0	0	0	0	0
3	1	0	0	*	0	0	0	0	0.1	0.2	0	0	0
4	0	0.25	0	0	*	0	0	0	0	0	0.2	0	0
5	0	0	0.25	0	0	*	0	0	0	0	0.1	0	0
6	0	0.5	0	0	0	0	*	0	0	0	0	0.2	0
7	0	0	0.5	0	0	0	0	*	0	0	0	0.1	0
8	0	1	0	0	0	0	0	0	*	0	0	0	0.2
9	0	0	1	0	0	0	0	0	0	*	0	0	0.1
10	0	0	0	0	0	0.25	0	0	0	0	*	0	0
11	0	0	0	0	0	0.5	0	0	0	0	0	*	0
12	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	*

Значения стационарных вероятностей

Номер состояния	Код состояния	Вероятность состояния
0	0	0.3198
1	1	0.0979
2	2	0.1724
3	3	0.0492
4	4	0.0217
5	5	0.1453
6	6	0.0246
7	7	0.0575
8	8	0.0041
9	9	0.0089
10	10	0.0755
11	11	0.0213
12	12	0.0017

Значения характеристик системы

Характеристика	Класс заявок	Расчетная формула	Значения
Нагрузка (γ)	1	$\gamma_1 = \lambda_1 * b_1$	0.4
	2	$\gamma_2 = \lambda_2 * b_2$	0.4
	3	$\gamma_3 = \lambda_3 * b_3$	0.2
	Сумм.	$\gamma = \gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3$	1
Загрузка (ρ)	1	$\rho_1 = P_1 + P_4 + P_5 + P_{10}$	0.3404
	2	$\rho_2 = P_2 + P_6 + P_7 + P_{11}$	0.2758
	3	$\rho_3 = P_3 + P_8 + P_9 + P_{12}$	0.0639
	Сумм.	$\rho = \rho_1 + \rho_2 + \rho_3$	0.6801
Длина очереди (L)	1	$L_1 = P_4 + P_6 + P_8 + P_{10} + P_{11} + P_{12}$	0.1489
	2	$L_2 = P_5 + P_7 + P_9 + P_{10} + P_{11} + P_{12}$	0.3102
	3	$L_3 = 0$	0
	Сумм.	$L = L_1 + L_2 + L_3$	0.4591
Число заявок (m)	1	$m_1 = L_1 + \rho_1$	0.4893
	2	$m_2 = L_2 + \rho_2$	0.586
	3	$m_3 = L_3 + \rho_3$	0.0639
	Сумм.	$m = L + \rho$	1.1392
Среднее время ожидания (ω)	1	$\omega_1 = L_1 / \lambda'_1$	1.749706
	2	$\omega_2 = L_2 / \lambda'_2$	2.249456
	3	$\omega_3 = L_3 / \lambda'_3$	0
	Сумм.	$\omega = L / \lambda'$	1.600209
Среднее время пребывания (v)	1	$v_1 = \omega_1 + b_1$	5.749706
	2	$v_2 = \omega_2 + b_2$	4.249456
	3	$v_3 = \omega_3 + b_3$	1
	Сумм.	$v = m / \lambda'$	3.970722
Вероятность потери (π)	1	$\pi_1 = 1 - \rho_1 / \gamma_1$	0.149
	2	$\pi_2 = 1 - \rho_2 / \gamma_2$	0.3105
	3	$\pi_3 = 1 - \rho_3 / \gamma_3$	0.6805
	Сумм.	$\pi = (\lambda_1 / \lambda) * \pi_1 + (\lambda_2 / \lambda) * \pi_2 + (\lambda_3 / \lambda) * \pi_3$	0.4262
Пропускная способность (λ')	1	$\lambda'_1 = \lambda_1 * (1 - \pi_1)$	0.0851
	2	$\lambda'_2 = \lambda_2 * (1 - \pi_2)$	0.1379
	3	$\lambda'_3 = \lambda_3 * (1 - \pi_3)$	0.0639
	Сумм.	$\lambda' = \lambda'_1 + \lambda'_2 + \lambda'_3$	0.2869

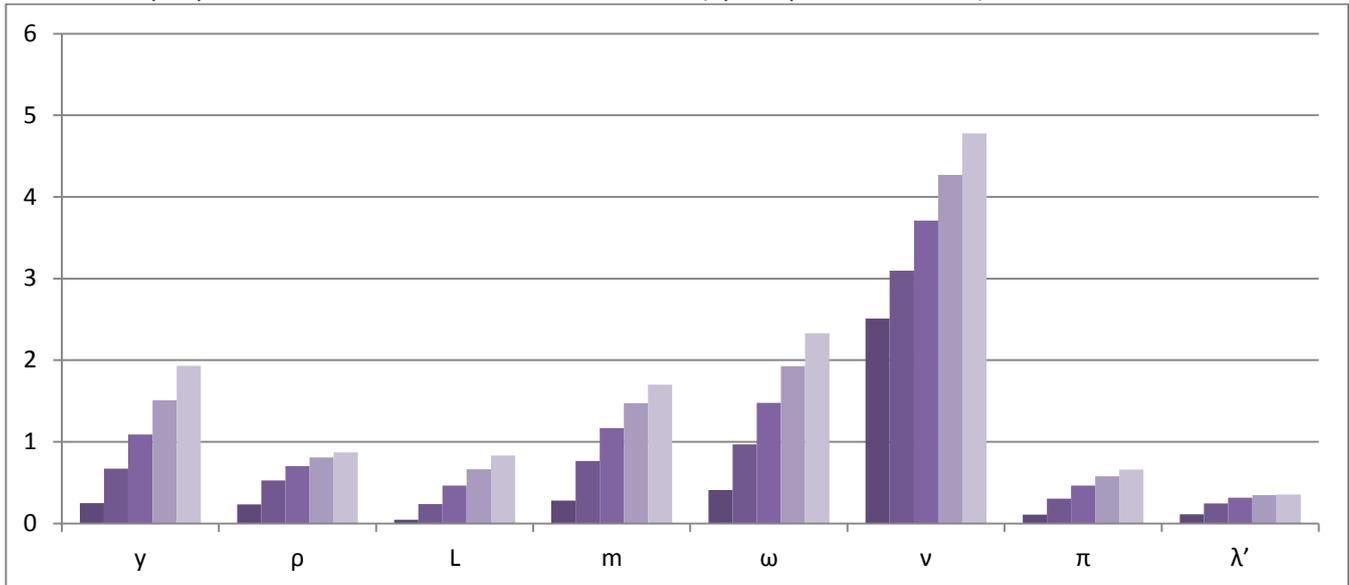
Результаты варьирования параметров

Хар-ка	Класс	Интенсивности потоков					Средняя длительность обслуживания				
Нагрузка (γ)	1	0.1	0.22	0.34	0.46	0.58	0.1	0.225	0.35	0.4751	0.6002
	2	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9	0.1	0.275	0.45	0.625	0.8
	3	0.05	0.15	0.25	0.35	0.45	0.05	0.1875	0.325	0.4625	0.6001
	Сумм.	0.25	0.67	1.09	1.51	1.93	0.25	0.6876	1.1251	1.5626	2.0003
Загрузка (ρ)	1	0.0985	0.2056	0.2961	0.3712	0.4338	0.0985	0.2084	0.2983	0.3709	0.4304
	2	0.0969	0.2479	0.3326	0.37	0.38	0.0969	0.2311	0.3104	0.349	0.363
	3	0.0383	0.0713	0.0743	0.0671	0.0578	0.0383	0.0885	0.096	0.0886	0.0775
	Сумм.	0.2338	0.5248	0.7029	0.8083	0.8716	0.2338	0.528	0.7047	0.8085	0.8708
Длина очереди (L)	1	0.0145	0.0654	0.1293	0.1931	0.252	0.0145	0.0738	0.1478	0.2192	0.283
	2	0.0311	0.1737	0.3348	0.4714	0.5778	0.0311	0.1596	0.3102	0.4416	0.5463
	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Сумм.	0.0456	0.239	0.4641	0.6645	0.8298	0.0456	0.2334	0.458	0.6608	0.8293
Число заявок (m)	1	0.1131	0.271	0.4253	0.5643	0.6858	0.1131	0.2822	0.4461	0.5901	0.7134
	2	0.128	0.4216	0.6674	0.8414	0.9578	0.128	0.3908	0.6206	0.7906	0.9093
	3	0.0383	0.0713	0.0743	0.0671	0.0578	0.0383	0.0885	0.096	0.0886	0.0775
	Сумм.	0.2794	0.7638	1.1670	1.4728	1.7014	0.2794	0.7615	1.1627	1.4693	1.7001
Среднее время ожидания (ω)	1	0.5888	1.2715	1.7465	2.0804	2.3234	0.1472	0.7969	1.7341	2.8073	3.9473
	2	0.6422	1.4012	2.0133	2.5482	3.0409	0.1606	0.9497	2.2485	3.9543	6.0206
	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	Сумм.	0.4095	0.9692	1.4752	1.9266	2.3293	0.1024	0.6574	1.6227	2.8975	4.4049
Среднее время пребыван ия (ν)	1	4.5888	5.2715	5.7465	6.0804	6.3234	1.1472	3.0471	5.2342	7.5579	9.9497
	2	2.6422	3.4012	4.0133	4.5482	5.0409	0.6606	2.3249	4.4988	7.0793	10.021
	3	1	1	1	1	1	0.25	0.9376	1.6252	2.3127	3.0003
	Сумм.	2.5079	3.0971	3.7097	4.2702	4.776	0.627	2.1445	4.1196	6.4426	9.0303
Вероятнос ть потери (π)	1	0.0145	0.0654	0.1293	0.1931	0.252	0.0145	0.0738	0.1478	0.2192	0.283
	2	0.0311	0.1737	0.3348	0.4714	0.5778	0.0311	0.1596	0.3102	0.4416	0.5463
	3	0.2338	0.5248	0.7029	0.8083	0.8716	0.2338	0.528	0.7047	0.8085	0.8708
	Сумм.	0.1088	0.3053	0.4623	0.5768	0.6591	0.1088	0.2898	0.4355	0.5439	0.6235
Пропускн ая способнос ть (λ')	1	0.0246	0.0514	0.074	0.0928	0.1085	0.0985	0.0926	0.0852	0.0781	0.0717
	2	0.0484	0.1239	0.1663	0.185	0.19	0.1938	0.1681	0.138	0.1117	0.0907
	3	0.0383	0.0713	0.0743	0.0671	0.0578	0.1532	0.0944	0.0591	0.0383	0.0258
	Сумм.	0.1114	0.2466	0.3146	0.3449	0.3562	0.4456	0.3551	0.2822	0.2281	0.1883

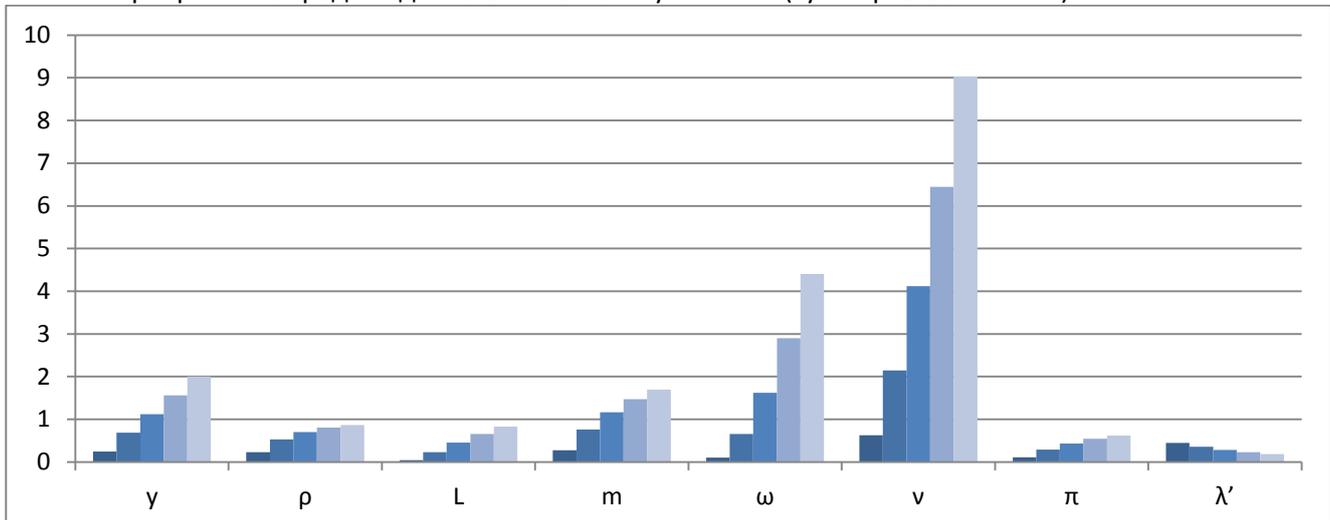
- $\lambda_1 = 0.025$, шаг = 0.03
- $\lambda_2, \lambda_3 = 0.05$, шаг = 0.1
- $b_1 = 1$, шаг = 1.25
- $b_2 = 0.5$, шаг = 0.875
- $b_3 = 0.25$, шаг = 0.6875

Графики

Варьирование интенсивностей потока заявок (суммарные значения):



Варьирование средних длительностей обслуживания (суммарные значения):



Вывод

Изучен метод марковских случайных процессов и его применения для исследования приоритетных моделей (систем массового обслуживания) с неоднородным потоком заявок. Были рассчитаны значения стационарных вероятностей, определены характеристики системы, проведено варьирование интенсивностей потока заявок и средних длительностей обслуживания. Также замечено несколько фактов:

1. Все характеристики системы возрастают при увеличении интенсивностей потока заявок
2. Если увеличиваются средние длительности обслуживания то увеличиваются практически все характеристики системы (исключая пропускную способность, из-за увеличения времени нахождения заявки в приборе)