

Университет ИТМО

Кафедра вычислительной техники

Отчёт по домашней работе № 1
ПО ДИСЦИПЛИНЕ:
«МОДЕЛИРОВАНИЕ»
Вариант 15/17

Преподаватель:
Муравьёва-Витковская Л.А.

Санкт-Петербург
2016 г.

Содержание

1. Цели работы
2. Исходные данные
3. Исследование системы №1
4. Исследование системы №2
5. Результаты работы

Цели работы

1. Изучение метода марковских случайных процессов и его применение для исследования простейших моделей.
2. Разработка и расчёт марковских моделей и выбор наилучшего варианта построения СМО в соответствии с заданным критерием эффективности.

Этапы исследования

1. Разработка марковских моделей систем.
2. Расчёт систем по разработанным моделям и обработка результатов.
3. Анализ результатов.
4. Выбор оптимального варианта организации системы на основе заданного критерия эффективности.

Исходные данные

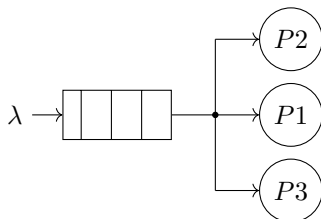
1. СИСТЕМА_1:
Количество приборов: 3; ёмкость накопителей: 5.
2. СИСТЕМА_2:
Количество приборов: 3; ёмкость накопителей: 1/0/1.

Критерий эффективности: минимальная суммарная длина очередей заявок.

Параметры нагрузки:

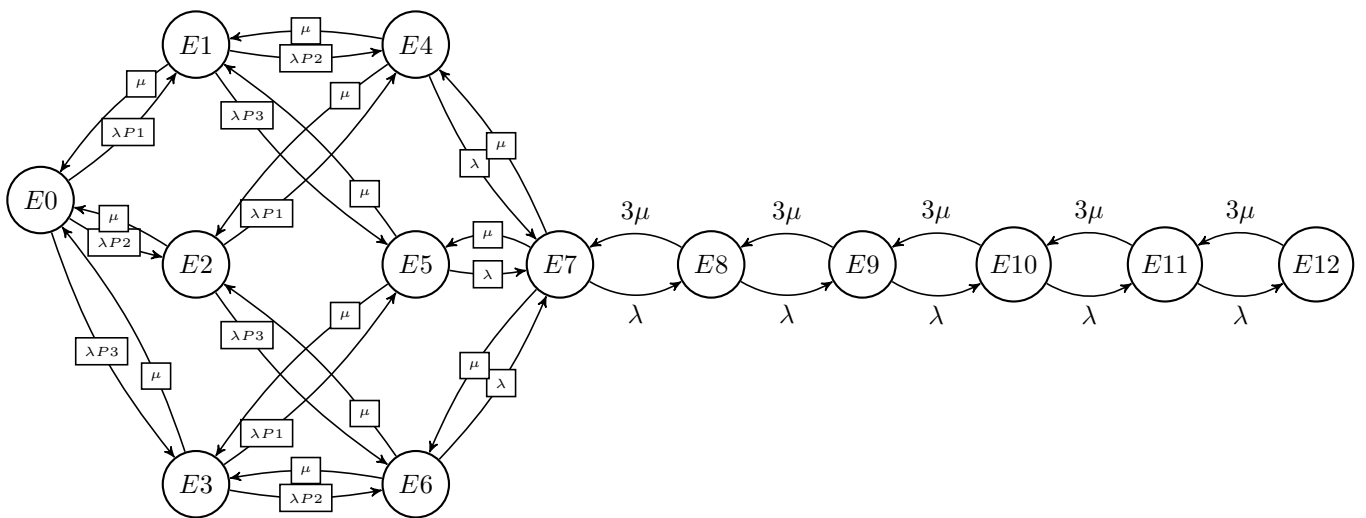
1. Интенсивность потока: 0.7.
2. Средняя длительность обслуживания: 8.
3. Вероятность занятия прибора: 0.2, 0.4, 0.2.
4. Нормированные вероятности занятия прибора: 0.25, 0.5, 0.25.

Исследование системы №1.



Состояние	Значение
E0	0 заявок в системе
E1	1 заявка на первом приборе
E2	1 заявка на втором приборе
E3	1 заявка на третьем приборе
E4	2 заявки на первом и втором приборе
E5	2 заявки на первом и третьем приборе
E6	2 заявки на третьем и втором приборе
E7	3 заявки на всех приборах
E8	3 заявки на приборах, 1 в очереди
E9	3 заявки на приборах, 2 в очереди
E10	3 заявки на приборах, 3 в очереди
E11	3 заявки на приборах, 4 в очереди
E12	3 заявки на приборах, 5 в очереди

Таблица 1. Кодирование состояний системы №1.



Граф переходов для системы №1

Матрица переходов для системы №1.

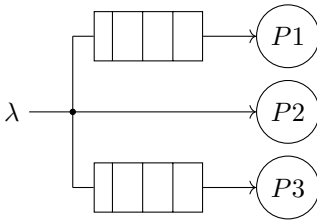
Номер состояния	Обозначение	Вероятность
0	E0	0.000659
1	E1	0.001246
2	E2	0.001229
3	E3	0.001214
4	E4	0.003977
5	E5	0.003322
6	E6	0.003767
7	E7	0.020658
8	E8	0.038562
9	E9	0.071983
10	E10	0.134367
11	E11	0.250819
12	E12	0.468196

Таблица 2. Стационарные вероятности системы №1.

Хар-ка	Прибор	Расчётная формула	Система №1
Нагрузка	Сумм.	λ/μ	5.6
Загрузка	Сумм.	$(p_1+2p_2+3\sum_{i=3}^{12} p_i)/3$	0.998101
Длина очереди (l)	Сумм.	$p_8 + 2p_9 + 3p_{10} + 4p_{11} + 5p_{12}$	3.929886
Число заявок (m)	Сумм.	$p_1 + p_2 + p_3 + 2(p_4 + p_5 + p_6) + 3(p_7 + p_8 + p_9 + p_{10} + p_{11} + p_{12})$	6.909465
Время ожидания	Сумм.	$1/\lambda'$	10.556749
Время пребывания	Сумм.	m/λ'	18.560715
Вер-ть потери (P)	Сумм.	p_{12}	0.468196
Производительность	Сумм.	$\lambda(1-P)$	0.372263

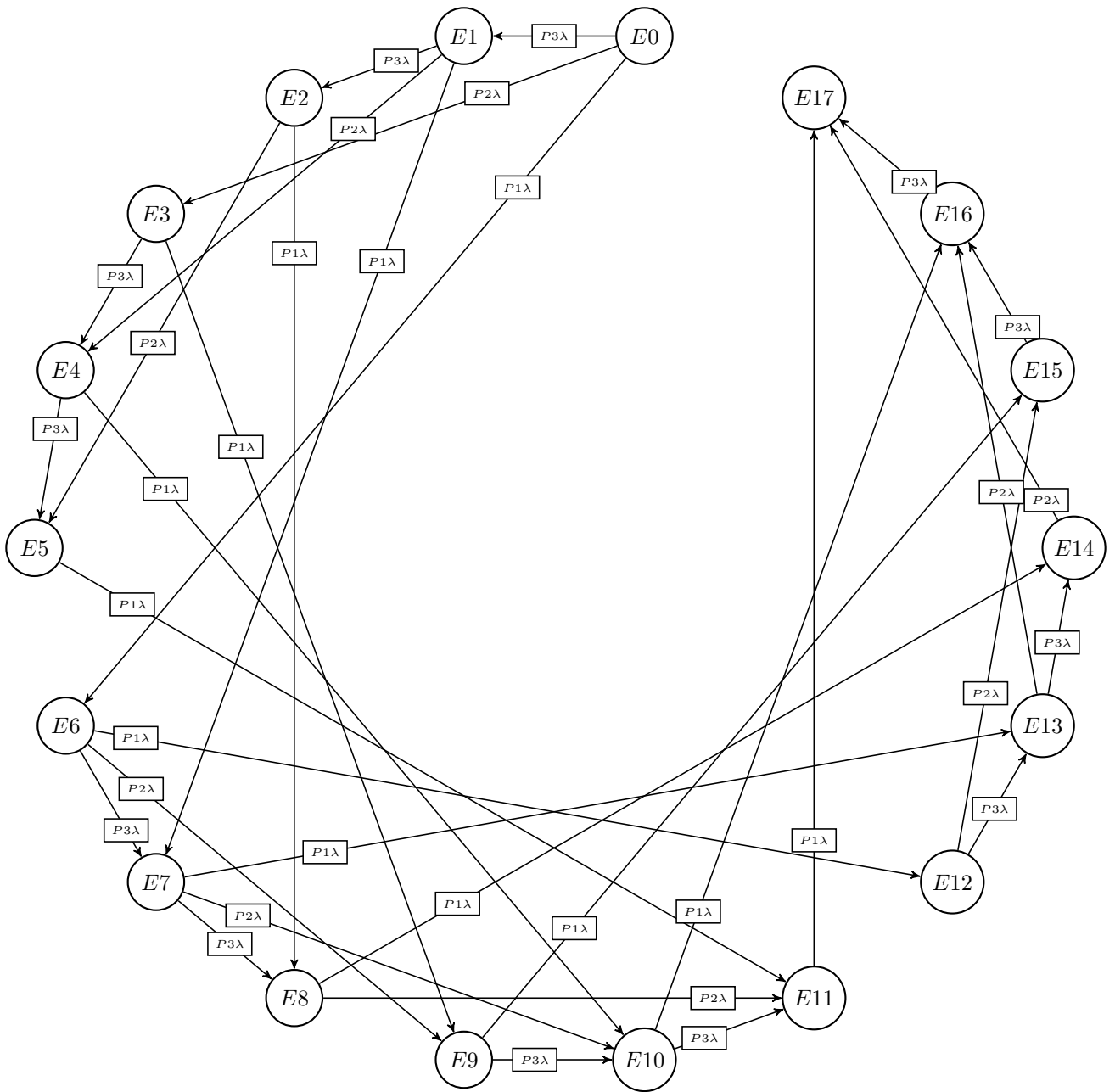
Таблица 3. Характеристики системы №1.

Исследование системы №2



P1	P2	P3	Обозначение	Значение
0	0	0	E0	0 заявок в системе
0	0	1	E1	1 заявка в системе
0	0	2	E2	2 заявки в системе (1 в очереди на втором приборе)
0	1	0	E3	1 заявка в системе
0	1	1	E4	2 заявки в системе
0	1	2	E5	3 заявки в системе (1 в очереди на втором приборе)
1	0	0	E6	1 заявка в системе
1	0	1	E7	2 заявки в системе
1	0	2	E8	3 заявки в системе (1 в очереди на втором приборе)
1	1	0	E9	2 заявки в системе
1	1	1	E10	3 заявки в системе
1	1	2	E11	4 заявки в системе (1 в очереди на втором приборе)
2	0	0	E12	2 заявки в системе (1 в очереди на первом приборе)
2	0	1	E13	3 заявки в системе (1 в очереди на первом приборе)
2	0	2	E14	4 заявки в системе (2 в очереди на первом и втором приборе)
2	1	0	E15	3 заявки в системе (1 в очереди на первом приборе)
2	1	1	E16	4 заявки в системе (1 в очереди на первом приборе)
2	1	2	E17	5 заявок в системе (2 в очереди на первом и втором приборе)

Таблица 4. Кодирование состояний системы №2.



Граф переходов для системы №2. Из каждого состояния переход в прошлое состояние с интенсивностью μ

Номер состояния	Обозначение	Вероятность
0	E0	0.013843
1	E1	0.019381
2	E2	0.027133
3	E3	0.038761
4	E4	0.054266
5	E5	0.075973
6	E6	0.019381
7	E7	0.027133
8	E8	0.037986
9	E9	0.054266
10	E10	0.075973
11	E11	0.106362
12	E12	0.027133
13	E13	0.037986
14	E14	0.053181
15	E15	0.075973
16	E16	0.106362
17	E17	0.148907

Таблица 5. Стационарные вероятности системы №2.

Хар-ка	Прибор	Расчётная формула	Система №2
Нагрузка	P1	$\lambda * P_1 / \mu$	1.4
	P2	$\lambda * P_2 / \mu$	2.8
	P3	$\lambda * P_3 / \mu$	1.4
	Сумм.	$y_1 + y_2 + y_3$	5.6
Загрузка	P1	$\sum_{i=6}^{17} p_i$	0.770642
	P2	$p_3 + p_4 + p_5 + p_9 + p_{10} + p_{11} + p_{15} + p_{16} + p_{17}$	0.736842
	P3	$p_1 + p_2 + p_4 + p_5 + p_7 + p_8 + p_{10} + p_{11} + p_{13} + p_{14} + p_{16} + p_{17}$	0.770642
	Сумм.	$(r_1 + r_2 + r_3) / 3$	0.759367
Длина очереди (l)	P1	$\sum_{i=12}^{17} p_i$	0.449541
	P2	0	0
	P3	$p_2 + p_5 + p_8 + p_{11} + p_{14} + p_{17}$	0.449541
	Сумм.	$l_1 + l_2 + l_3$	0.899083
Число заявок (m)	P1	$\sum_{i=6}^{11} p_i + 2 \sum_{i=12}^{17} p_i$	1.220184
	P2	$p_3 + p_4 + p_5 + p_9 + p_{10} + p_{11} + p_{15} + p_{16} + p_{17}$	0.736842
	P3	$p_1 + p_4 + p_7 + p_{10} + p_{13} + p_{16} + 2(p_2 + p_5 + p_8 + p_{11} + p_{14} + p_{17})$	1.220184
	Сумм.	$m_1 + m_2 + m_3$	3.177209
Время ожидания	P1	l_1 / λ'_1	4.666668
	P2	0	0
	P3	l_3 / λ'_3	4.666668
	Сумм.	$(w_1 \lambda'_1 + w_3 \lambda'_3) / (\lambda'_1 + \lambda'_2 + \lambda'_3)$	3.157271
Время пребывания	P1	m_1 / λ'_1	12.666667
	P2	m_2 / λ'_2	8.0
	P3	m_3 / λ'_3	12.666667
	Сумм.	$(u_1 \lambda'_1 + u_2 \lambda'_2 + u_3 \lambda'_3) / (\lambda'_1 + \lambda'_2 + \lambda'_3)$	11.157272
Вер-ть потери (Pt)	P1	$\sum_{i=12}^{17} p_i$	0.449541
	P2	$p_3 + p_4 + p_5 + p_9 + p_{10} + p_{11} + p_{15} + p_{16} + p_{17}$	0.736842
	P3	$p_2 + p_5 + p_8 + p_{11} + p_{14} + p_{17}$	0.449541
	Сумм.	$Pt_1 * P_1 + Pt_2 * P_2 + Pt_3 * P_3$	0.593192
Производительность	P1	$\lambda P_1 (1 - Pt_1)$	0.096330
	P2	$\lambda P_2 (1 - Pt_2)$	0.092105
	P3	$\lambda P_3 (1 - Pt_3)$	0.096330
	Сумм.	$\lambda'_1 + \lambda'_2 + \lambda'_3$	0.284766

Результаты работы

В ходе выполнения домашней работы были проведены исследования двух моделей СМО с отличными структурами. Исходя из сравнения характеристик длины очереди системы №1 (3.939886) и №2 (0.899083), можно сделать вывод, что критерию эффективности (минимальная суммарная длина очередей заявок) соответствует вторая система. Так же вторая система превосходит первую по многим параметрам, исключая вероятность потери заявки и производительность, которые на 0.1 ниже соответствующих характеристик второй системы.